5663

RB 1295

Library
of the
University of Toronto

Digitized by the Internet Archive
in 2010 with funding from
University of Ottawa

http://www.archive.org/details/traitdarithm00sn

TRAITÉ D'ARITHMÉTIQUE,

OÙ L'ON DÉMONTRE

LES PRINCIPES ET LA PRATIQUE DU CALCUL

DANS L'ORDRE LE PLUS NATUREL ET AVEC LA PLUS GRANDE PRÉCISION;

Sur-tout rélativement aux affaires ordinaires d'Intérêt, à celles de Commerce & aux opérations de l'Aliage & de l'Arpentage.

PAR

Mr. PIERRE SÉNEBIER,

Auteur du Traité des Changes & des Arbitrages.

A LAUSANNE,

Chez JULES HENRI POTT ET COMP.

M. DCC. LXXIV.

AVERTISSEMENT.

EN annonçant cet Ouvrage au Public, je me ſuis flatté qu'il paroîtroit traité avec toute la clarté dont la matière eſt ſuſceptible, & j'oſe augurer encore auſſi avantageuſement de mon travail que lorſque j'en donnai le Proſpectus.

Réfléchiſſant néanmoins ſur la matière même, & ſur les divers degrés de jugement & d'Eſprit, plus ou moins propres à concevoir les choſes & à les retenir, j'ai crû néceſſaire de donner ici cet Avertiſſement *en faveur des commençans; des jeunes Gens ſurtout, faciles pour l'ordinaire à ſe rebuter.*

Ceux qui n'auront aucune notion de l'Arithmétique, & ceux mêmes qui en auront déja quelque teinture, mais dont les Maîtres ne ſe ſeront pas apliqués à leurs en démontrer le fondement & les principes, trouveront d'abord quelque difficulté à ſe rendre raiſon du Calcul & à comprendre les explications que j'en donne. Je dois les aſſurer, que ne ſe rebuttant point de lire & relire pluſieurs fois une Phraſe s'il le faut, & que cherchant dans les ſuivantes le ſens de celles qui précédent, & dans celles-ci le ſens des autres, ils parviendront enfin à concevoir ce qui d'abord aura pû leur paroitre obſcur. J'ai tâché de donner différentes tournures aux explications dans les Principes, afin que tel qui ne me comprendroit pas d'une façon me comprit de l'autre; enſorte qu'il ſuffira de ſaiſir dans l'une où l'autre explication les Calculs que j'ai opéré.

Ce que je viens de dire, regarde particuliérement les deux premières parties de l'Ouvrage; parce que c'eſt là ſurtout que ſont contenus les Principes. Quant à la troiſième, bien plus étendue que les deux autres enſemble, il ſuffira de s'être exercé ſur les deux premières, pour entendre tout ce dont j'y ai traité. C'eſt là que l'on trouvera l'Arithmétique Pratique, ou la Pratique du Calcul, ſur les Affaires utiles, & de ſimple curioſité: Pluſieurs Queſtions y ſont traitées d'une manière neuve & avec toute la brieveté dont elles ſont ſuſceptibles.

LIVRET.

LIVRET.

2	fois	2	font	4	4	fois	9	font	36	8	fois	8	font	64
2	——	3	——	6	4	——	10	——	40	8	——	9	——	72
2	——	4	——	8	4	——	11	——	44	8	——	10	——	80
2	——	5	——	10	4	——	12	——	48	8	——	11	——	88
2	——	6	——	12						8	——	12	——	96
2	——	7	——	14	5	fois	5	font	25					
2	——	8	——	16	5	——	6	——	30	9	fois	9	font	81
2	——	9	——	18	5	——	7	——	35	9	——	10	——	90
2	——	10	——	20	5	——	8	——	40	9	——	11	——	99
2	——	11	——	22	5	——	9	——	45	9	——	12	——	108
2	——	12	——	24	5	——	10	——	50					
					5	——	11	——	55	10	fois	10	font	100
3	fois	3	font	9	5	——	12	——	60	10	——	11	——	110
3	——	4	——	12						10	——	12	——	120
3	——	5	——	15	6	fois	6	font	36					
3	——	6	——	18	6	——	7	——	42	11	fois	11	font	121
3	——	7	——	21	6	——	8	——	48	11	——	12	——	132
3	——	8	——	24	6	——	9	——	54					
3	——	9	——	27	6	——	10	——	60	12	fois	12	font	144
3	——	10	——	30	6	——	11	——	66					
3	——	11	——	33	6	——	12	——	72					
3	——	12	——	36										
					7	fois	7	font	49					
4	fois	4	font	16	7	——	8	——	56					
4	——	5	——	20	7	——	9	——	63					
4	——	6	——	24	7	——	10	——	70					
4	——	7	——	28	7	——	11	——	77					
4	——	8	——	32	7	——	12	——	84					

TRAITÉ D'ARITHMETIQUE.

PRELIMINAIRES.

§. I.

L'ARITMETIQUE eſt la Science des Nombres, & l'Art du Calcul. Son nom déſigne ſon objet; il vient du mot grec, *Arithmos*, qui ſignifie *Nombre*. Définition de l'Arithmétique.

§. 2. C'eſt une *Science*, c'eſt-à-dire, la connoiſſance de la nature des Nombres, des Rapports qu'ils ont entr'eux, & de toutes les vérités qui s'en peuvent déduire : Connoiſſance, Vérités, où il n'y a nul mélange d'erreur, & dont la certitude eſt au-deſſus de toute exception. C'eſt une Science.

§. 3. C'eſt un *Art*, je veux dire l'aſſemblage des Régles du Calcul, & de toutes les opérations dont les Nombres ſont ſuſceptibles. C'eſt un Art.

§. 4. Mais l'Arithmétique n'eſt pas ſeulement une Science ſpéculative & un Art très ingénieux; elle eſt auſſi une Science & un Art des plus néceſſaire. Elle tient le premier rang dans les Mathématiques : elle étend ſon uſage dans les autres Sciences & dans tous les Arts Libéraux ou Mécaniques. On ne ſauroit s'en paſſer dans les affaires du Commerce, dans le Gouvernement des Etats, dans les Armées, dans la Juriſprudence, & en général dans quelque Profeſſion que ce ſoit. Il n'en eſt pas de l'Arithmétique comme de tant d'autres Sciences, qui ſouvent ne préſentent à l'eſprit que de ſimples probabilités; tout s'y démontre rigoureuſement, tout y eſt de la derniere évidence. Enfin, l'Arithmétique, étudiée & enſeignée comme il faut, exerce & cultive l'entendement : elle donne de la juſteſſe à l'eſprit; elle forme à l'attention, & trace le chemin de la vérité. Utilité & néceſſité de l'Arithmétique.

But qu'on ſe propoſe dans cet Ouvrage.

§. 5. Il importe donc extrêmement d'en bien développer les Principes & les Régles ; c'eſt le but que je me propoſe dans cet Ouvrage. Non que je prétende donner ici un Traité d'Arithmétique qui embraſſe juſqu'à ſes derniers problêmes ; la choſe eſt impoſſible, même avec le ſecours de l'Algébre, dont je ne me propoſe pas de faire uſage ; ayant ſur-tout en vue de me mettre à la portée de ceux qui n'ont aucune étude, mais ſeulement de l'application & du jugement.

Ce qu'il faut entendre par une *Démonſtration Arithmétique.*

§. 6. C'eſt en leur faveur que je crois néceſſaire d'expliquer ici le terme de *Démonſtration Arithmétique.* Certains Auteurs n'entendent par-là qu'une expoſition ou une explication des Régles, des Principes, & des Méthodes du Calcul, mais ils ſe trompent : une *Démonſtration* conſiſte, non à expoſer & à expliquer une Régle, un Principe, ou une Méthode ; mais à en prouver ſolidement la certitude, & à en rendre raiſon d'une maniere qui éclaire & qui convainque l'eſprit.

L'Arithmétique eſt *Naturelle & Artificielle.*

§ 7. Nous avons défini l'Arithmétique une Science & un Art : *Science*, elle eſt immuable dans ſes principes & dans ſes vérités : *Art*, elle a ſes Régles dépendantes des divers caracteres qu'on peut employer pour exprimer les Nombres. Ainſi l'Arithmétique eſt *Naturelle* quant à la Science qu'elle renferme ſur la nature, les proprietés & les rapports des Nombres ; & *Artificielle* quant aux Régles du Calcul. Mais comme on ne peut bien traiter l'une ſans l'autre, il faut, avant tout, expliquer la maniere dont on écrit aujourd'hui les Nombres ; elle eſt à tous égards plus connue que celle des Anciens.

DE LA NUMERATION.

Définition du Nombre.

§. 8. *Tout Nombre eſt un aſſemblage d'unités :* ainſi le Nombre *cinq* eſt cinq unités, ou cinq fois un ; le Nombre *mille* eſt mille unités, ou mille fois un, &c.

Conſéquence.

§. 9. De-là il ſuit que, dans l'ordre naturel des Nombres, *tout Nombre eſt d'une unité plus grand ou plus petit que celui qui le précede ou qui le ſuit immédiatement.*

Caractéres ou chiffres Arabes.

§. 10. Cela poſé, remarquons que, pour abréger l'expreſſion d'un Nombre, on ſe ſert de caractéres particuliers qu'on nomme *Chiffres* *. Ils ſont connus de tout le monde.

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.
un, deux, trois, quatre, cinq, ſix, ſept, huit, neuf, zéro.

Valeur *intrinſéque* des neuf premiers chiffres.

§. 11. Les neuf premiers ont chacun une valeur *intrinſéque*, qui eſt fixe

* Ou *chiffres Arabes*, parce que les Arabes les ont introduits en Eſpagne il y a environ quatre cent ans ; *Voyez Moreri*, Art. *Arith.*

& déterminée ; mais le zéro n'en a par lui-même aucune, ce qui n'empêche pas qu'il ne ſoit d'un très grand uſage.

§. 12. Pour exprimer tous les Nombres au-deſſus de *neuf*, on employe les mêmes Chiffres, en les plaçant à côté les uns des autres, & alors ils acquiérent une valeur *locale*, parce qu'elle dépend du rang où chacun ſe trouve. Valeur locale.

PREMIERS EXEMPLES.

1	ſignifie	*un.*	2	ſignifie	*deux.*
10	—	*dix.*	20	—	*vingt.*
100	—	*cent.*	200	—	*deux cent.*
1000	—	*mille.*	2000	—	*deux mille.*
10000	—	*dix mille.*	20000	—	*vingt mille.*
100000	—	*cent mille.*	200000	—	*deux cent mille.*
1000000	—	*un million.*	2000000	—	*deux millions.*

En vertu de cette valeur locale, un chiffre, ſuivi d'un autre qui eſt à ſa droite rélativement au Lecteur, vaut des *dixaines :* s'il eſt ſuivi de deux chiffres, il vaut des *centaines*, &c. Il ſuffit donc de reculer un chiffre d'une place à la gauche, pour rendre ſa valeur *décuple* ou dix fois plus grande. Bien entendu que lors qu'il n'y a qu'une figure, elle eſt toujours cenſée au rang des *unités*. Ainſi le chiffre 1 ou 2 indique une ou deux unités ; mais dans 10 & 20, il indique une ou deux dixaines ; dans 100 ou 200, une ou deux centaines ; dans 1000 ou 2000, un ou deux mille. *Décuple.*

§. 13. Il faut concevoir la même gradation dans les rangs ſuivans vers la gauche, le cinquieme, ſixieme, &c. C'eſt-à-dire que *tout chiffre vaut, dans un rang quelconque, dix fois autant que dans le rang qui précede immédiatement à droite, ou la dixieme partie de ce qu'il vaut dans le rang qui ſuit immédiatement à gauche, enſorte que la gradation de droite à gauche va en augmentant de dixaines en dixaines.* Principe fondamental.

Ainſi ;

30.	*trente.*	40.	*quarante.*
300.	*trois cent.*	400.	*quatre cent.*
3000.	*trois mille.*	4000.	*quatre mille.*
30000.	*trente mille.*	40000.	*quarante mille.*
300000.	*trois cent mille.*	400000.	*quatre cent mille.*
3000000.	*trois millions.*	4000000.	*quatre millions.*

§. 14. Mais quelque variable que ſoit la valeur locale des chiffres, leur valeur intrinſéque demeure toujours la même. Ainſi le 5, qui dans 495, La valeur intrinſéque ſubſiſte avec la

valeur locale.

vaut *cinq* ou *cinq unités*, vaudra *cinquante*, c'eſt-à-dire, *cinq dixaines*, dans 459; *cinq cent* dans 549 &c.

Les zéro qu'on met à la gauche d'un chiffre n'en changent point la valeur.

§. 15. Subſtituez 005 à 495, le 5 repréſentera également *cinq unités*; en effet les zéro qu'on met à la gauche d'un chiffre, n'en changent point la valeur. Cela ſuit manifeſtement de l'ordre des chiffres: le premier & plus bas rang ſe prenant toujours à droite, & le ſecond, le troiſieme, &c. ſuivent à gauche, où la valeur locale augmente de dix en dix fois, ou de dixaines en dixaines.

Nombres *décimaux*.

§. 16. On appelle *décimaux* les Nombres qui, terminés par un ou pluſieurs zéro, contiennent un nombre exact de dixaines: tels ſont, 20, 300, 4000, 5070, 7010000, &c. La raiſon en eſt que tout Nombre devient *décuple*, *centuple*, *millecuple*, ſelon qu'on lui ajoute à droite un, deux, ou trois zéro. Voyez ſus §. 12 & 13.

Centuple, *mille-cuple*.

Que ce n'eſt pas le zéro ſeulement qui fait trouver un chiffre en tel ou tel rang.

§. 17. Au reſte, il eſt important de remarquer que ce n'eſt pas le zéro ſeulement, qui fait trouver un chiffre dans tel ou tel rang, tout autre chiffre, ou le même chiffre répété, produit le même effet. Ainſi ces deux chiffres, 4 & 6, rangés dans cet ordre, 46, marquent le nombre *quarante-ſix*; & rangés de cette autre façon, 64, ils marquent le nombre *ſoixante-quatre*. Dans le premier cas, le 4, étant au ſecond rang, y marque *quatre dixaines* ou *quarante*, & le 6 n'exprime que *ſix unités*. Dans le ſecond cas, le 4, étant au premier rang, n'y exprime que *quatre unités*; & le 6, qui ſe trouve au ſecond rang, y repréſente *ſix dixaines* ou *ſoixante*. De même le chiffre 2, étant ſeul, ne repréſente que deux unités, mais ſi on le répéte & qu'on écrive 22, celui de la gauche marquera *deux dixaines* ou *vingt*, & l'autre *deux unités*. C'eſt donc *vingt-deux*.

Les trois premiers rangs d'un Nombre, enforment la premiere Section.

§. 18. La même choſe a lieu pour un Nombre de trois chiffres: ſoit 238. Le premier chiffre (8) indique *huit unités*, le ſecond (3) *trois dixaines d'unités*, & le troiſieme (2) *deux centaines d'unités*, c'eſt-à-dire, *deux cent trente-huit*. *Ainſi dix unités font une dixaines*, *dix dixaines font une centaine*, *dix centaines font un mille*, & ainſi de ſuite.

Soit encore 333, *trois cent trente-trois*. Le premier 3 à droite marque *trois unités*, le ſecond *trois dixaines d'unités* ou *trente*, & le troiſieme *trois centaines d'unités* ou *trois cent*.

Des Nombres qui ont plus de trois chiffres.

§. 19. Ces trois premiers rangs forment la premiere ſection d'un Nombre qui a plus de trois chiffres. Si le Nombre a ſix chiffres, les trois qui ſuivent à gauche forment la ſeconde ſection, qui, comme la premiere, a des *Unités*, des *Dixaines*, & des *Centaines*; mais ce ſont des *Unités*, des *Dixaines* & des *Centaines de mille*. Une troiſieme ſection eſt compoſée de trois nouveaux chiffres, qui ſont des *Unités*, des *Dixaines* & des *Centaines de millions*, & ainſi de ſuite: mais on le verra mieux dans les Exemples ſuivans.

§. 20.

Exemple d'un Nombre de quinze chiffres.

1er. *rang.*	3	*Nombre* ou Unités *simples.*	}	1re. Section, Unités Simples.
2d. *rang.*	7	*Dixaines* d'Unités simples.		
3e. *rang.*	4	*Centaines* d'Unités simples.		
4e. *rang.*	8	*Mille* ou Unités de Mille.	}	2de. Section, Unités de Mille.
5e. *rang.*	6	*Dixaines de Mille* . . .		
6e. *rang.*	2	*Centaines de Mille* . . .		
7e. *rang.*	9	*Millions* ou Unités de Millions.	}	3e. Section, Unités de Millions.
8e. *rang.*	8	*Dixaines de Millions* . . .		
9e. *rang.*	4	*Centaines de Millions* . . .		
10. *rang.*	6	*Milliards* ou Unités de Milliards.	}	4e. Section, Unités de Milliard, ou de Billions.
11. *rang.*	1	*Dixaines de Milliards* . . .		
12. *rang.*	2	*Centaines de Milliards* . . .		
13. *rang.*	7	*Milliasses* ou Unités de Milliasses.	}	5e. Section, Unités de Milliasses, ou de Trillions.
14. *rang.*	5	*Dixaines de Milliasses* . . .		
15. *rang.*	3	*Centaines de Milliasses* . . .		

Voilà un nombre prodigieux qui s'énonce ainſi, commençant par la gauche, *Trois cent cinquante-ſept Milliaſſes (ou Trillions) Deux cent ſeize Milliards (ou Billions) Quatre cent huitante-neuf Millions Deux cent ſoixante-huit mille Quatre cent ſeptante-trois.*

Milliaſſe ou *Trillion*, *Milliard* ou *Billion*.

§. 21. *Une Milliaſſe* vaut donc *mille Milliards* ou *un Trillion*; *un Milliard* vaut *mille Millions* ou *un Billion*; *un Million* vaut *mille fois mille*, & *Mille* vaut *mille fois un*.

Remarque ſur la diviſion d'un Nombre en Sections.

§. 22. Le nombre ſe diviſe, comme on l'a vû, en Sections de trois chiffres pour la commodité, d'où il eſt aiſé de comprendre que la derniere Section à gauche peut n'avoir que deux chiffres ou même qu'un ſeul, comme on le verra dans la ſuite.

Sixieme, ſeptieme, huitieme Section, &c.

§. 23. Le Nombre que nous avons donné pour exemple a quinze chiffres, diviſés en cinq Sections; une ſixieme Section indiqueroit des *Unités*, des *Dixaines*, & des *Centaines de Billiaſſes*, c'eſt-à-dire, des *Mille-milliaſſes* ou *Quatrillions*; une ſeptieme Section renfermeroit des *Trilliaſſes*, c'eſt-à-dire, *Mille-billiaſſes* ou *Quintillions*; une huitieme donneroit des *Quatrilliaſſes*, ou *Mille Trilliaſſes* ou *Sextillions*, &c. *Ainſi comme la gradation d'un rang à l'autre eſt décuple, celle de trois en trois rangs eſt mille-cuple.*

Exemple qui renferme des zéro entremêlés avec des chiffres ſignificatifs.

§. 24. Autre exemple qui renferme des zéro entremêlés.

6	7	0	0	4	1	0	2	0	4
Milliards ou Billions.	*Dixaines de Millions.*	*Millions.*	*Centaines de Mille.*	*Dixaines de Mille.*	*Mille.*	*Centaines.*	*Dixaines.*	*Nombre ou Unités.*

Six Milliards (ou Billions) Sept cent millions Quatre cent dix mille Deux cent-quatre.

Non-valeur.

Où l'on voit que les zéro ſervent à exprimer les *non-valeurs* dans les *dixaines* de la premiere ſection, dans les *mille* de la ſeconde, & dans les *millions & dixaines de millions* de la troiſieme.

Changement de la valeur du Nombre ſelon qu'on en ôte tels ou tels zéro.

§. 25. Si l'on ôte le zéro du ſecond rang, le Nombre ſera:

6	7	0	0	4	1	0	2	4
Dixaines de Millions.	*Millions.*	*Centaines de Mille.*	*Dixaines de Mille.*	*Mille.*	*Centaines.*	*Dixaines.*	*Nombre ou Unités.*

Six cent ſeptante Millions Quarante & un mille Vingt-quatre.

Si;

Si, en laiſſant le zéro du ſecond rang, l'on ôte celui du quatrieme & celui du ſeptieme, on aura ce nouveau Nombre;

6	7	0	4	1	2	0	4
Dixaines de Millions.	*Millions.*	*Centaines de Mille.*	*Dixaines de Mille.*	*Mille.*	*Centaines.*	*Dixaines.*	*Nombre ou Unités.*

Soixante-ſept Millions Quarante & un mille Deux cent quatre.

Ces deux changemens ſuffiſent pour faire voir que les chiffres ſignificatifs, ou quelques-uns d'entr'eux, changent de valeur locale, 1°. lors qu'on ôte tel ou tel zéro, & 2°. ſelon le rang où on les tranſporte.

De la tranſpoſition des chiffres.

§. 26. Ce que nous diſons des zéro peut également s'appliquer aux chiffres ſignificatifs. C'eſt ainſi, par exemple, que, de la tranſpoſition ſucceſſive de trois chiffres, réſultent ſix Nombres différens.

Soit

479. *Quatre cent ſeptante-neuf.*	947. *Neuf cent quarante-ſept.*
974. *Neuf cent ſeptante-quatre.*	794. *Sept cent nonante-quatre.*
497. *Quatre cent nonante-ſept.*	749. *Sept cent quarante-neuf.*

Plus il y a de chiffres, plus la varieté augmente: mais en voilà aſſez ſur cette matiere. Finiſſons en faiſant remarquer aux Commençans les Nombres ſuivans. Ils ſerviront à les rendre attentifs à l'ordre de la Numération.

11. *Onze.*	10010. *Dix mille & dix.*
101. *Cent & un.*	10100. *Dix mille & cent.*
1001. *Mille & un.*	11001. *Onze mille & un.*
10001. *Dix mille & un.*	20003. *Vingt mille & trois.*
1010. *Mille. & dix.*	20030. *Vingt mille & trente.*
1100. *Mille & cent.* ou *Onze cent.*	20300. *Vingt mille & trois cent.*
	40501. *Quarante mille cinq cent & un.*

IDÉE GENERALE
DE L'ARITHMETIQUE.

Tout nombre ne peut qu'être augmenté ou diminué.

§. 27. AVant que d'entrer dans le détail des opérations dont les Nombres ſont ſuſceptibles, il eſt à propos d'en donner d'abord des notions générales.

Tout Nombre eſt un aſſemblage d'Unités, ſus §. 8.

Donc tout Nombre n'eſt ſuſceptible que d'augmentation ou de diminution.

On augmente les Nombres de deux façons.

§. 28. I. Il y a deux façons d'augmenter un Nombre, *l'Addition* & *la Multiplication*. La premiere a lieu quand on ajoute un Nombre à un autre: ſoit 3 à 5, d'où réſulte le nombre 8, ce que j'écris ainſi; $3 + 5 = 8$; choiſiſſant le ſigne +, qu'on nomme *plus*, pour déſigner l'addition des deux quantités entre leſquelles on le place: & le ſigne =, qui ſe prononce *égal*, pour exprimer l'égalité de ces deux quantités avec leur ſomme.

Signe d'Addition, +, *plus*.

Signe d'égalité =, *égal*.

La *Multiplication* conſiſte à augmenter un Nombre autant de fois qu'un autre a d'Unités: ainſi, multiplier 4 par 3, n'eſt autre choſe que répéter 3 fois le nombre 4, ce qui donne 12 pour *produit*. Le ſigne X, qui ſe prononce *par*, déſigne la multiplication des deux quantités qu'il ſépare. On écrira donc $4 \times 3 = 12$.

Signe de Multiplication, X, *par*.

On diminue auſſi les Nombres de deux façons.

§. 29. II. La diminution d'un Nombre ſe fait auſſi de deux façons, par *Souſtraction* & par *Diviſion*. La *Souſtraction* conſiſte à retrancher un nombre d'un autre: ſoit 3 de 12, & il reſte 9; ce que je marque ainſi, $12 - 3 = 9$; prenant le ſigne — qui ſe prononce *moins*, pour montrer que la quantité qui le ſuit doit être retranchée de celle qui le précéde.

Signe de Souſtraction, —, *moins*.

La *Diviſion* conſiſte à partager un nombre en autant de parties qu'un autre nombre a d'unités: ſoit 12 diviſé par 3, ce qui donne 4 pour chaque partie, ce que j'écris ainſi $\frac{12}{3} = 4$.

Signe de la Diviſion.

§. 30. Tout l'Art du Calcul ſe réduit donc à quatre opérations principales, qui ſont *l'Addition* & la *Multiplication*, la *Souſtraction* & la *Diviſion*. On les nomme *les quatre Régles générales* de l'Arithmétique, parce qu'elles ſont le fondement de toutes les autres, qui s'en déduiſent naturellement, ou dont elles facilitent l'exécution.

L'Arithmétique ſe réduit à quatre Régles générales.

Si l'on n'avoit à opérer que ſur de forts petits Nombres, ces Régles ſeroient bien-tôt appriſes; mais la grandeur des Nombres qu'elles ont ſouvent pour objet, demande une certaine Méthode, un Art, pour les exécuter avec facilité, promptement & ſûrement. On ſait d'ailleurs que les Nombres ſe diſtinguent rélativement aux choſes auxquelles on les applique, & à leurs rapports & proprietés; ce qui rend la pratique des quatre Régles générales encore plus pénible & plus difficile.

Je n'expliquerai les diverſes proprietés des Nombres qu'à meſure que l'ordre que je me ſuis propoſé m'y amènera : pour le préſent, je me borne à ce qui ſuit.

Nombres *pairs* & *impairs.*

§. 31. Les Nombres ſont *Pairs* ou *Impairs.*

Le Nombre *Pair* eſt celui que l'on peut partager exactement en deux parties égales, ou dans lequel le nombre 2 eſt exactement contenu : ainſi, 2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. 16. 18. &c. ſont des Nombres *pairs.*

Le Nombre *Impair* eſt celui qui eſt d'une unité plus grand ou plus petit qu'un Nombre *pair :* ainſi, 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. &c. ſont des Nombres *impairs.*

Remarquez que dans la ſuite naturelle des Nombres *pairs*, la différence de l'un à l'autre eſt 2, tout comme dans la ſuite naturelle des Nombres *impairs :* proprieté qui ſuit néceſſairement de la nature de ces deux ſortes de Nombres.

§. 32. Quand on employe les Nombres pour exprimer certaines quantités de Monnoyes, de Poids, ou de Meſures, on les diſtingue en *Entiers*, *Rompus*, & *Mixtes.*

Du *Nombre Entier.*

Le *Nombre Entier* eſt celui qui exprime une certaine quantité de choſes, conſidérées en elles-mêmes & non rélativement aux parties qu'elles peuvent avoir, ou aux autres *Entiers* dont elles peuvent être des parties. Ainſi, 20 *Deniers*, 16 *Sols*, 26 *Livres*, pris ſéparément, ſont trois *Nombres Entiers*, parce qu'alors on ne regarde pas le *Denier* rélativement au *Sol*, ni le *Sol* rélativement à la *Livre* dont il eſt partie ; comme auſſi on fait abſtraction des parties dont ces *Entiers* peuvent être compoſés, parce qu'on les conçoit alors ſous l'idée d'un Tout indiviſible.

L'Unité eſt conçue indiviſible dans le *Nombre Entier.*

§. 33. C'eſt dans ce ſens que l'*Unité* eſt le principe de tous les Nombres. Dans un *Nombre Entier*, chaque unité dont il eſt compoſé repréſente *un Entier* ou *un Tout*, c'eſt-à-dire, une choſe entiere : ainſi, 15 *Deniers* marquent 15 *Entiers ;* 21 *Sols* marquent 21 *Entiers ;* 6 *Livres* marquent 6 *Entiers*, &c.

Ce que c'eſt qu'*un Entier* ou *un Tout.*

Du *Nombre Rompu.*

Parties uſuelles.

§. 34. Le *Nombre Rompu* eſt celui qui exprime une ou pluſieurs parties d'une choſe, *d'un Tout*, ou *d'un Entier*, comme *un demi Denier*, *les deux tiers d'une Aune*, *les trois quarts d'une Livre ;* ou bien les *parties uſuelles* des Monnoyes, Poids & Meſures, quand on conſidere ces parties rélativement à leurs Entiers ; comme 6 *Deniers*, qui ſont *la moitié* du *Sol ;* 8 *Pouces*, qui ſont les *deux tiers* d'un pied ; 6 *Onces*, qui ſont les *trois quarts* d'un Marc, &c. C'eſt à cet égard que l'Unité eſt conçue diviſible, parce que, dans ce cas, elle exprime une choſe que l'on conçoit en même temps compoſée de parties. C'eſt encore dans ce ſens que l'on met l'Unité au rang des Nombres, ſuſceptibles comme eux, d'augmentation & de diminution.

L'Unité conçue diviſible dans le Nombre rompu.

Du *Nombre Mixte.*

§. 35. Le *Nombre Mixte* eſt celui qui comprend, dans un ſeul terme, un Nombre entier & un Nombre rompu, comme 7 *aunes* & 3 *quarts*, 5 *Livres* 7 *Sols* 6 *deniers*, 3 *Marcs* 6 *onces* 15 *deniers*, &c. On appelle *Terme* une Quantité qui eſt compoſée de pluſieurs autres ſubordonnées entr'elles, ou dont on fait une eſpéce de collection, comme pour en compoſer un Total. Il eſt bon d'ajouter qu'on nomme auſſi *Terme*, une Quantité ſimple; mais, dans ce dernier cas, le Terme eſt *ſimple* & dans l'autre il eſt *complexe* ou *compoſé*.

Terme.

Le Terme eſt *ſimple* ou *complexe.*

Plan.

§. 36. C'eſt ſur ces trois ſortes de Nombres, *Entiers*, *Rompus*, & *Mixtes*, qu'il s'agit d'expliquer & de démonter les quatre Régles générales de l'Arithmétique, qu'on enſeigne dans l'ordre ſuivant; *l'Addition*, *la Souſtraction*, *la Multiplication*, & *la Diviſion.* Cet Ouvrage ſera diviſé en trois Parties; la premiere contiendra *les quatre Régles ſimples*, ou *l'Arithmétique des Nombres Entiers.* La ſeconde renfermera *les quatre Régles ſur les Nombres Rompus & Mixtes.* Dans la troiſieme enfin, on trouvera un grand nombre d'Exemples ſervans d'application aux Régles contenues dans les deux premieres.

PREMIERE PARTIE

Contenant

LES QUATRE REGLES SIMPLES,

appliquées aux Nombres Entiers.

ADDITION.

PREMIERE REGLE GENERALE.

Ou premiere Maniere d'augmenter les Nombres.

§. 37. ADDITIONNER c'eſt, avons-nous dit ſus §. 28, ajouter un Nombre à un autre, & par conſéquent, pluſieurs Nombres les uns aux autres, pour en connoître la *Somme* totale. Définition. *Somme.*

Exemple & Méthode.

§. 38. Pour ajouter des Nombres Entiers quelconques, il faut les écrire les uns ſous les autres, enſorte que les Unités (V) ſoyent ſous les Unités; les Dixaines (D) ſous les Dixaines; les Centaines (C) ſous les Centaines, comme on le voit dans l'Exemple ci-joint. J'ai marqué les trois dernieres colonnes avec les mêmes lettres que les trois premieres, mettant ſeulement au-deſſus une ligne, qui leur donne une valeur mille-cuple. Puis on ajoute ſucceſſivement & par ordre tous les chiffres qui ſont dans une même colonne, en commençant par celle des Unités: obſervant d'écrire au-deſſous de chaque colonne la Somme entiere, ſi elle ne va pas au-delà de 9; autrement il ne faut écrire que ce qui ſurpaſſe les Dixaines, ou bien zéro s'il n'y a rien au-deſſus des Dixaines; & retenir autant d'Unités qu'il y a de Dixaines, pour les joindre à la colonne ſuivante vers la gauche; voyez

C.	D.	V.	C.	D.	V.	
7	4	0	7	0	1.	
6	6	0	4	0	0.	
3	9	0	4	0	2.	
4	5	0	2	0	3.	
5	7	0	1	0	0.	
4	8	0	3	0	0.	
	2	0	9	0	0.	
	8	0	7	0	3.	
3	3	9	3	7	0	9 *Somme.*

§. 13. & ainſi de ſuite. Il eſt bien évident qu'on trouvera, par ce moyen, la Somme totale des Nombres propoſés. Au reſte il eſt indifférent d'additionner de haut en bas, ou de bas en haut.

De la Preuve d'une Opération Arithmétique.

§. 39. La *Preuve* de toute Opération Arithmétique conſiſte dans quelque Méthode, au moyen de laquelle on puiſſe s'aſſurer qu'on ne s'eſt pas trompé, ou qu'on n'a pas fait erreur en opérant. Ces Méthodes ſont en auſſi grand nombre qu'il y a de différentes façons de réſoudre une Queſtion Arithmétique. Mais la Preuve la plus naturelle &, peut-être, la plus ſûre d'une Opération, c'eſt de la faire par ſon contraire. C'eſt ainſi que la Multiplication & la Diviſion ſe prouvent l'une par l'autre, comme on le verra.

Certains Auteurs ont, il eſt vrai, adopté d'autres ſortes de Preuves, par exemple, celle qu'on nomme *la Preuve de neuf*, & qui s'applique aux quatre Régles générales; mais ces ſortes de Preuves ayant chacune pluſieurs difficultés ſans avoir plus de certitude, je ne crois pas qu'il ſoit néceſſaire d'en rien dire ici.

Je vais donner *la Preuve de l'Addition* par ſon contraire, &, en l'appliquant à un Exemple. J'indiquerai en même temps la maniere de faire commodément de longues Additions, qui, par l'attention ſoutenue qu'elles exigent, ſont toujours pénibles & fatigantes, même pour les plus exercés. Soit

Méthode pour exécuter facilement de longues Additions.

§. 40. J'additionne d'abord chaque colonne de haut en bas, ou de bas en haut: Et 1°. trouvant 108 dans la colonne V, je poſe 8 au bas ſous la premiere ligne, & les 10 dixaines que je retiens ſous une ſeconde ligne au bas de la colonne D où ces dixaines doivent être ajoutées. 2°. Trouvant 86 dans la colonne D, je poſe 6 au bas, & les 8 dixaines que je retiens ſous la ſeconde ligne au bas de la colonne C où il faut les ajouter. 3°. Cette colonne C donnant 65, je poſe 5 au bas, & les 6 dixaines que je retiens ſous la ſeconde ligne au bas de la colonne $\overline{V}$ où il faut les ajouter. 4°. La colonne $\overline{V}$ donne 42, je poſe 2 au bas, & les 4 dixaines que je retiens ſous la ſeconde ligne au bas de la colonne $\overline{D}$ où elles doivent être portées. Enfin, j'additionne la colonne $\overline{D}$, qui donne 24, que je poſe entiérement au bas ſous la premiere ligne, ſavoir le 4 ſous la colonne $\overline{D}$, & le 2 à gauche au rang $\overline{C}$.

	$\overline{C}$	$\overline{D}$	$\overline{V}$	C	D	V
			3	7	4	6.
					2	9.
				4	6	8.
			5	7	0	6.
			4	9	4	8.
		7	1	3	4	6.
		9	3	0	7	9.
			5	3	4	6.
				2	6	8.
					6	7.
			4	1	7	6.
					3	6	4.
		1	4	0	0	0.
		3	4	4	6	4.
			2	4	8	6.
					3	4	9.
			1	7	2	6.
Somme	2	4	2	5	6	8.
Preuve		4.	6.	8.	10.0.	

§. 41. Cette Méthode eſt d'une grande commodité, & ſert en même temps à la Preuve de l'opération.

Nous l'avons dit, la meilleure Preuve d'une Opération d'Arithmétique ſe fait par ſon contraire; ainſi, puiſqu'on commence l'Addition par la colonne à droite, la Preuve ſe fera en commençant par la colonne à gauche, & en additionnant dans un ſens contraire, ſavoir de bas en haut ſi l'addition a été faite de haut en bas, ou de haut en bas ſi l'addition a été faite de bas en haut. On peut, à la vérité, tomber dans l'erreur des deux façons; mais il eſt bien rare que l'on ſe trompe préciſément de la même quantité, & que la même cauſe qui a fait errer ſe préſente de la même maniere dans deux Méthodes oppoſées.

Avantage de cette Méthode & Preuve de l'Addition.

Additionnant donc la colonne $\overline{D}$, je retranche ſon montant, qui eſt 20, de 24 qui ſont au bas ſous la premiere ligne, il reſte le 4 qui eſt ſous la ſeconde ligne, lequel je pointe pour marquer que l'addition de cette colonne eſt juſte. Comme ce 4 exprime les 4 dixaines retenues de la colonne $\overline{V}$, il forme, avec le 2 qui eſt ſous la premiere ligne, le nombre 42, montant de cette colonne $\overline{V}$ compris ce qu'on y a joint de la colonne C. J'additionne cette colonne $\overline{V}$, & elle donne 36, que je retranche de 42, & il reſte le 6 qui eſt ſous la ſeconde ligne, lequel je pointe auſſi. Ce 6 repréſente les 6 dixaines retenues de la colonne C, ainſi il forme, avec le 5 qui eſt ſous la premiere ligne, le nombre 65, montant de cette colonne C compris ce qu'on y a joint de la colonne D. Je r'additionne cette colonne C, qui donne 57, que j'ôte de 65, & il reſte 8, qui eſt ſous la ſeconde ligne: je pointe ce 8, l'addition de cette colonne ſe trouvant juſte. Ce 8 repréſente les 8 dixaines retenues de la colonne D, & forme, avec le 6 qui eſt ſous la premiere ligne, le Nombre 86, montant de cette colonne D, compris ce qu'on y a joint de la colonne V. Je r'additionne cette colonne D, qui donne 76, que je retranche de 86, & il reſte 10 qui eſt ſous la ſeconde ligne, & que je pointe. Ces 10 ſont les 10 dixaines retenues de la colonne V, & forment, avec le 8 qui eſt ſous la premiere ligne, le nombre 108, montant de cette colonne V, laquelle, étant r'additionnée, donne le même Nombre 108. Je retranche le montant, trouvé la ſeconde fois de celui qu'on a trouvé la premiere, & il ne reſte rien, ce qui fait que je mets un zéro au bas ſous la ſeconde ligne, pour marque que toute l'Addition eſt juſte.

§. 42. Cette Preuve conſiſte, comme on voit, à refaire l'Addition en ſens contraire, ſavoir, de bas en haut, l'ayant faite la premiere fois de haut en bas, & en commençant par la gauche; obſervant de retrancher la ſomme particuliere de chaque colonne, de cette même ſomme plus ce qu'on y a joint de la colonne précédente à droite, afin de trouver au bas de chaque colonne, ſous la ſeconde ligne, le reſte égal à ce qui a été ajouté à cette colonne. Or c'eſt là retrancher de la Somme totale,

Démonſtration de la Preuve de l'Addition.

ſucceſſivement, toutes ſes parties; [car les ſommes particulieres des colonnes conſtituent toutes les parties de la ſomme totale]; il ne doit donc rien reſter à la fin ſi l'addition eſt juſte. Remarquez auſſi que cette Preuve de l'Addition s'exécutant par retranchement, ou ce qui revient au même, par Souſtraction, elle ſe fait encore à cet égard par ſon contraire, puiſque, comme on le verra bien-tôt, la Souſtraction eſt le contraire de l'Addition.

Uſage de l'Addition.

§. 43. Quant à l'uſage de l'Addition, il me paroit ſuperflu d'en donner ici des Exemples, parce qu'on aura occaſion de l'employer continuellement dans toute la ſuite de cet Ouvrage. Il eſt d'ailleurs bien évident qu'elle ſert toutes les fois qu'il faut raſſembler pluſieurs quantités en une ſomme totale.

SOUSTRACTION.

Seconde Régle générale, ou premiere Maniere de diminuer les Nombres.

Définition. *Reſte.* *Différence.*

§. 44. SOUSTRAIRE, c'eſt *ôter* ou *retrancher* un Nombre d'un plus grand pour connoitre, par le *Reſte*, la *différence* de ces deux Nombres, c'eſt-à-dire, ce qu'il y a de plus au grand qu'au petit, ou de moins au petit qu'au grand.

Ainſi, ſouſtraire 6 de 9, c'eſt ôter 6 de 9, d'où réſulte le nombre 3, qui eſt la différence entre ces deux nombres, ou ce qu'il y a de plus au nombre 9 qu'au nombre 6, ou de moins au nombre 6 qu'au nombre 9.

Preuve de la Souſtraction par l'Addition.

§. 45. Il ſuit de-là, 1°. que la Souſtraction étant faite, il ſuffit de joindre enſemble le *Reſte* & le *Nombre retranché*, pour retrouver le *plus grand Nombre:* c'eſt la Preuve ordinaire de la Souſtraction.

Preuve de la Souſtraction par la Souſtraction même.

§. 46. 2°. Que ſi l'on ſouſtrait le *Reſte* du *plus grand Nombre*, on retrouvera, par ce nouveau Reſte, le *moindre Nombre*; & c'eſt une autre façon de prouver la Souſtraction par la Souſtraction même.

§. 47. 3°. Que la Souſtraction eſt le contraire de l'Addition: celle-ci ajoute, la Souſtraction retranche.

Venons préſentement à la Méthode de faire la Souſtraction.

L'Addition & la Souſtraction ſont deux Opérations contraires.

Méthode de faire la Souſtraction.

§. 48. Pour ſouſtraire un Nombre d'un autre, il faut d'abord écrire le plus petit ſous le plus grand, dans le même ordre que pour l'Addition: puis commençant à droite par les Unités, on retranche chaque Chiffre de deſſous de celui de deſſus, & l'on écrit le reſte au bas, comme dans ces Exemples.

1er. *Exemple.*

1er. *Exemple.*	Je dis 1°. qui de 0, ôte 0, reſte 0, c'eſt-à-dire,
De 7390.	qui de rien ôte rien, reſte rien.
Otez 1030.	2°. Qui de 9 ôte 3, reſte 6.
Reſte 6360.	3°. Qui de 3 ôte 0 ou rien, reſte 3.
Preuve 7390.	4°. Qui de 7 ôte 1, reſte 6.
2d. *Exemple.*	Je dis 1°. Qui de 6 ôte 6, reſte rien, je poſe 0
De 90486.	au-deſſous.
Otez 40206.	2°. Qui de 8 ôte 0 ou rien, il reſte 8.
Reſte 50280.	3°. Qui de 4 ôte 2, il reſte 2.
Preuve 90486.	4°. Qui de 0 ôte 0, il reſte 0.
	5°. Qui de 9 ôte 4, il reſte 5.

Pour la Preuve, j'ai additionné le moindre Nombre avec le Reſte, d'où réſulte néceſſairement le Nombre ſupérieur, ſus §. 45.

Autrement, ſus §. 46, ſouſtraiſez le Reſte du Nombre ſupérieur, & vous aurez l'inférieur.

Ainſi

pr. le 1er. Exemple.	De 7390.	pr. le 2d. Exemple.	De 90486.
	Otez 6360.		Otez 50280.
	Reſte 1030.		Reſte 40206.

Ce que je viens de dire ſur ces deux premiers Exemples peut également s'appliquer à tous les autres.

§. 49. Il eſt bien évident, ſans doute, que le Nombre à ſouſtraire doit être plus petit que celui dont on le ſouſtrait, autrement on ne pourroit pas l'en retrancher; cela n'empêche pas néanmoins que pluſieurs Chiffres du Nombre inférieur, ou même tous à l'exception du dernier à gauche, ne puiſſent être plus grands que ceux du Nombre ſupérieur qui leur correſpondent. On ne ſauroit exécuter une Souſtraction de ce genre par la Méthode que nous venons d'indiquer: Voici comment on y ſupplée.

Cas où pluſieurs Chiffres du moindre nombre ſont ſupérieurs à ceux du grand nombre qui leur correſpondent. 1re. Méthode pour exécuter une telle Souſtraction.

1°. Je dis, qui de 0 ôte 4, ne peut; j'emprunte, ſur le 6, 1 qui vaut 10, pour ajouter au 0, ce qui ne fait que 10; j'en ôte le 4, & il reſte 6, que j'écris au-deſſous. 2°. Ayant emprunté 1 ſur le 6, il ne

De	38760.
Otez	9794.
Reſte	28966.
Preuve	38760.

vaut plus que 5, ainſi je dis, qui de 5 ôte 9, ne peut; j'emprunte, ſur le 7, 1 qui vaut 10, qui ajoutés au 6, qui ne vaut que 5, font 15; qui de 15 ôte 9, il reſte 6, que je poſe au-deſſous. 3°. Ayant emprunté 1 ſur le 7, il ne vaut plus que 6, ainſi je dis, qui de 6 ôte 7, ne peut; j'emprunte, ſur le 8, 1 qui vaut 10, qui ajoutés au 7, qui ne vaut que 6, donne 16; qui de 16 ôte 7, il reſte 9, que je poſe au-deſſous. 4°. Ayant emprunté 1 ſur le 8, il ne vaut plus que 7, ainſi je dis, qui de 7 ôte 9, ne peut; j'emprunte, ſur le 3, 1 qui vaut 10, qui ajoutés au 8, qui ne vaut que 7, font 17; qui de 17 ôte 9, il reſte 8, que je poſe au-deſſous. Enfin, venant au dernier Chiffre qui eſt 3, ſur lequel ayant emprunté 1, il ne vaut plus que 2; mais comme il n'y a rien au-deſſous, je dis, qui de 2 ôte rien, il reſte 2 que je poſe.

Démonſtration. §. 50. Il eſt important d'obſerver que, dans ce cas, je compenſe la dixaine ajoutée à l'un des Chiffres ſupérieurs, en diminuant d'une unité le Chiffre qui ſuit le plus près à gauche. *Voyez ſus* §. 13.

2de. Méthode. §. 51. Une autre Méthode de faire cette compenſation, c'eſt d'augmenter de l'Unité le Chiffre du Nombre inférieur qui correſpond au Chiffre ſur lequel on a fait l'emprunt; celui-ci ne ſouffre alors aucune diminution. Ainſi, dans le même exemple, je dis, 1°. 4 de 10, reſte 6; 2°. 10 de 16, reſte 6; 3°. 8 de 17, reſte 9; 4°. 10 de 18, reſte 8; & 5°. 1 de 3, reſte 2.

Démonſtration. §. 52. De cette maniere, l'Unité, ajoutée à un Chiffre inférieur, compenſe exactement la dixaine dont on a augmenté un Chiffre ſupérieur, puiſque celui-ci précéde immédiatement à droite le Chiffre inferieur. *Voyez* §. 13. Donc la différence du Nombre ſupérieur à l'inférieur n'eſt point altérée, ſuivant cet *Axiome* *, que *ſi l'on ajoute la même quantité à deux Nombres differens, leur différence ne change point.*

Axiome.

Autre Exemple.

De	41346.
Otez	11968.
Reſte	29378.
Preuve	41346.

En ſuivant la premiere Méthode, je dis; 1°. qui de 6 ôte 8, ne peut; j'emprunte, ſur le 4, 1 qui vaut 10, & 6 font 16, qui de 16 ôte 8, il reſte 8. 2°. Le 4 ne vaut que 3 à cauſe de l'emprunt; qui de 3 ôte 6, ne peut; j'emprunte, ſur le 3, 1 qui vaut 10, & 3 font 13, qui de 13 ôte 6, reſte 7, &c.

En ſuivant la ſeconde Méthode, je dis, 1°. 8 de 6, ne peut, j'a-

* Un *Axiome* eſt une Propoſition ſimple & générale dont la certitude ſe découvre ſans peine, & ne demande ni preuve, ni démonſtration.

joute 10 à 6, & j'ai 16, & je dis 8 de 16, il reſte 8. 2°. Pour compenſer la dixaine jointe aux 6 unités du Nombre ſupérieur, j'ajoute une dixaine aux 6 dixaines du Nombre inférieur, & je dis, 7 de 4, ne peut; j'ajoute donc 10 à 4, & j'ai 14; 7 de 14, il reſte 7, &c.

Au reſte, ſi le Chiffre du Nombre inférieur, auquel il faut ajouter 1, eſt un zéro, il eſt clair que ce zéro ſe prend alors pour 1.

§. 53. Obſervez ici un cas particulier, qui a lieu en ſuivant la premiere Méthode. Je ſuppoſe qu'on ait à faire cette Souſtraction.

Cas particulier dans la premiere Méthode, où les zéro valent 9.

Je dis, 1°. qui de 6 ôte 8, ne peut; j'emprunte, ſur le 4, 1 qui vaut 10, & 6 ſont 16, qui de 16 ôte 8, il reſte 8. Puis venant au zéro, qui, en vertu de l'emprunt fait ſur le 4 à gauche, acquiérent la valeur de 9; je dis, 2°. qui de 9 ôte 9, il reſte 0; 3°. qui de 9 ôte 0, reſte 9; & enfin qui de 3 ôte 2, reſte 1. Mais ceci demande quelque éclairciſſement.

De	4006.
Otez	2098.
Reſte	1908.
Preuve	4006.

§. 54. I. Quand je dis, qui de 6 ôte 8, ne peut, & qu'en conſéquence j'emprunte 1, cet 1 doit être une dixaine; mais comme il n'y a ni dixaine, ni centaine, dans 4006, j'ai été obligé d'emprunter 1 mille ſur 4 mille, ce qui l'a réduit à 3 mille: ce mille que j'ai emprunté vaut 10 cent, dont 9 reſtent aux centaines, n'en ayant pris qu'un ſeul qui vaut 10 dixaines, dont il en reſte 9 aux dixaines, parce que je n'en prens qu'une dixaine. Ainſi les trois Chiffres 400 ſont réduits, par l'emprunt, à 399, & par conſéquent les zéro ſont changés en autant de 9.

1re. Maniere d'expliquer ce cas.

§. 55. II. On ſaiſira mieux encore cette Méthode ſi l'on conçoit le Nombre ſupérieur comme 400 *dixaines* & 6 *unités*, ce qui eſt en effet la même choſe que 4006; quand donc j'emprunte 1 ſur 4, c'eſt emprunter 1 dixaine ſur 400 dixaines, & il en reſte néceſſairement 399; par conſéquent encore le 4 eſt diminué d'une unité, & les zéro à leur tour ſont changés en autant de 9.

2de. Maniere.

En général, qui ſur 10 emprunte 1, il reſte 9; ſur 100, il reſte 99; ſur 1000, il reſte 999; ſur 20, il reſte 19; ſur 300, il reſte 299, & ainſi de ſuite. L'on voit que le Chiffre ſignificatif diminue de l'unité, tandis que chaque zéro devient 9.

Finiſſons cet Article par les deux Exemples ſuivans.

§. 56.

Nouveaux Exemples.

De	100004.	De	700010.
Otez	39046.	Otez	134010.
Reſte	60958.	Reſte	566000.
Preuve	100004.	Preuve	700010.

A l'égard du ſecond, obſervons que comme nous n'avons pas eu beſoin

d'emprunter pour aucun des trois premiers Chiffres, le zéro du 4e. rang demeure 0; ainſi l'on dit qui de zéro ôte 4, ne peut; on emprunte, ſur le 7, 1 qui vaut 10; qui de 10 ôte 4, reſte 6. Le contraire a lieu par rapport au zéro qui ſuit à gauche; ce zéro devient 9 en vertu de l'emprunt fait ſur le chiffre ſuivant (7): on dit donc qui de 9 ôte 3, reſte 6, & qui de 6 ôte 1, il reſte 5.

On comprend, au reſte, que cette valeur de 9 qu'acquiérent les zéro dans le cas que nous avons marqué n'a pas lieu quand on fait la Souſtraction par la Méthode ſus §. 51. En ſuivant cette Méthode pour le même ſecond Exemple, on dira, 1°. zéro de zéro, reſte 0; 2°. 1 de 1, reſte 0; 3°. zéro de zéro, reſte 0; 4°. 4 de 10, reſte 6; 5°. 4 de 10 reſte 6; & 6°. 2 de 7, reſte 5. Il ſuffit de compter 10 pour chaque zéro du Nombre ſupérieur, afin d'en pouvoir ſouſtraire le chiffre ſignificatif qui eſt au-deſſous, & ajouter 1 au chiffre du nombre inférieur qui ſuit immédiatement à gauche.

De l'uſage de la Souſtraction.

§. 57. Il ſeroit inutile d'accumuler ici d'autres Exemples. Ce que nous venons de voir de la Souſtraction indique ſuffiſamment qu'elle ſert dans tous les cas où il eſt queſtion de retrancher un Nombre d'un autre, ou de trouver la différence entre deux Nombres.

MULTIPLICATION.

Troiſieme Régle générale, ou ſeconde Maniere d'augmenter les Nombres.

Multiplicande. Multiplicateur. Produit.

§. 58. Il y a trois choſes à conſidérer dans la Multiplication, 1°. le *Multiplicande*, ou le Nombre à multiplier; 2°. le *Multiplicateur*, ou celui qui multiplie; 3°. le *Produit*, ou le Réſultat de l'Opération.

Définition. Multiplier.

§. 59. *Multiplier* c'eſt donc chercher un Nombre qui contienne autant de fois le Multiplicande que le Multiplicateur contient de fois l'Unité. Ainſi dans la Multiplication de 4 par 3, le produit 12 contient 4 autant de fois qu'il y a d'unités dans 3. De même 3 multiplié par 4, donne également 12 pour produit, lequel produit contient 3 autant de fois qu'il y a d'unités dans 4.

Propoſition fondamentale.

§. 60. *En effet le produit de toute Multiplication contient, réciproquement, l'un des deux Nombres produiſans * autant de fois que l'Unité eſt dans l'autre.*

Autre Définition.

§. 61. On peut encore définir la Multiplication, cette Opération par laquelle on ajoute à lui-même un Nombre donné autant de fois moins une qu'il y a d'unités dans un autre nombre donné: ainſi multiplier 6 par 3, c'eſt ajouter 2 fois le nombre 6 à lui-même, c'eſt-à-dire, 3 fois moins une.

* Voyez ci-deſſous, §. 65.

§. 62. D'où il ſuit I, que la Multiplication d'un Nombre quelconque, que je nomme A, par 1, donne A, & que, dans ce cas, le produit n'eſt pas différent du Multiplicande : La Multiplication n'eſt donc pas ici une augmentation.

La Multiplication par 1, n'augmente pas, le produit étant égal au Multiplicande.

§. 63. II. Il ſuit encore que la Multiplication eſt une Addition abrégée de Nombres égaux. Multiplier 6 par 3, c'eſt additionner les trois nombres égaux, $6 + 6 + 6$, ce qui donne 18.

§. 64. Comme, dans l'Addition, il eſt indifférent de placer le grand nombre ſous le petit, ou le petit ſous le grand, puiſque $3 + 9 = 9 + 3$; on peut, de même, multiplier 6 par 3, & l'on a $6 + 6 + 6 = 18$; ou 3 par 6, & l'on a $3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 18$. Il eſt évident que ces deux Additions donnent néceſſairement la même ſomme, &, par conſéquent, que $6 \times 3 = 3 \times 6$, le petit nombre étant alors répété autant de fois de plus qu'il contient d'unités de moins que le grand.

La Multiplication eſt une Addition abrégée

Le Multiplicateur peut être pris pour le Multiplicande, & celui-ci pour le Multiplicateur.

Pour s'en convaincre, il n'y a qu'à conſidérer que 6 points, répétés 3 fois, peuvent être exprimés ainſi :

. . . . . Et que, par conſéquent, il y a 3 fois 6 points.
. . . . . Or, ſi vous tournez le papier, vous verrez 6 li-
. . . . . gnes de 3 points, ou 3 points répétés 6 fois.

Donc 3 fois 6, ou 6 fois 3 ſont une ſeule & même choſe.

Donc en général $A \times B = B \times A$.

§. 65. Il eſt bon d'avertir ici, 1°. que le Multiplicande & le Multiplicateur ſont appellés Nombres *produiſans*, *Racines*, ou *Générateurs*, relativement au produit qu'ils forment.

Nombres produiſans, Racines, ou Générateurs.

2°. Qu'un Nombre eſt dit être *Multiple* d'un autre, quand il le contient exactement : ainſi 8 eſt multiple de 2 & de 4, mais non de 3, 5, &c.

Multiple.

3°. Qu'un Nombre eſt dit *ſous-multiple* d'un autre, quand il y eſt exactement contenu : ainſi 2 & 4 ſont ſous-multiples de 8, mais non de 3, 5, 7, 9, &c.

Sous-multiple.

En général A & B ſont les Nombres *produiſans*, *Racines*, *Générateurs*, ou *ſous-multiples* de leur produit P ; & le produit P eſt leur *Multiple*.

Mais comment doit-on s'y prendre pour multiplier des Nombres de pluſieurs Chiffres ? C'eſt ce qu'il faut examiner.

§. 66. Et d'abord pour multiplier un Nombre quelconque :

1re. Régle de Multiplication.

par 10. Ajoutez un zéro à la droite.
par 100. Ajoutez-y deux zéro.
par 1000. Ajoutez-y trois zéro, &c.

En effet, nous avons vû ſus §. 12, que tout Nombre devient décuple, centuple, mille-cuple, &c. ſelon qu'on lui ajoute à droite un, deux, trois zéro, &c.

EXEMPLES.

Multipliant	306	par	10,	l'on a pour produit	3060.
———————		par	100.	———————	30600.
———————		par	1000.	———————	306000.
———————		par	10000.	———————	3060000.

Et ainſi de ſuite.

2de. Régle de Multiplication.

§. 67. Si l'on n'a pour Multiplicateur qu'un ſeul Chiffre ſignificatif, comme 2, 3, juſqu'à 9 incluſivement, alors on multiplie chaque figure ou chiffre du Multiplicande par celle du Multiplicateur, en commençant à droite par les Unités.

Soit	3076.	*Nombre à multiplier*, A.
par	4.	*Multiplicateur*, B.
L'on a	12304.	*Produit*, P.

1°. Je dis 4 fois 6 ſont 24, je poſe 4, & retiens 2 dixaines;
2°. 4 fois 7 ſont 28, & 2 que j'ai retenu ſont 30, je poſe 0, & retiens 3 dixaines *de centaines qui font 3 cent*;
3°. 4 fois 0, c'eſt 0, & 3 que j'ai retenu fait 3, que je poſe ſans rien retenir parce qu'il n'y a point de dixaines dans ce produit;
4°. 4 fois 3 ſont 12, que je poſe.

Démonſtration.

§. 68. Il n'eſt pas douteux que le Produit 12304 ne ſoit en effet le réſultat de cette opération, ſavoir 4 fois le Nombre A, puiſque chacune de ſes parties, les Unités, Dixaines, &c. ont été ſucceſſivement quadruplées. Au reſte il eſt évident, par les Principes de la Numération, qu'on a dû retenir les dixaines en paſſant d'un rang à l'autre pour les y ajouter, parce que 10 Unités font une dixaine, que 10 dixaines font une Centaine, que 10 centaines font un mille, &c.

Néceſſité de ſavoir le Livret.

§. 69. Cette Méthode indique aſſez combien il importe de bien poſſéder ce qu'on nomme le Livret: j'en ai placé un à la tête de cet Ouvrage; on y trouvera la multiplication pouſſée juſqu'à 12 fois 12.

Je paſſe à la troiſieme Régle de la Multiplication.

3e. Régle de la Multiplication.

§. 70. Lorſque le Multiplicateur, B, a pluſieurs Chiffres ſignificatifs, il faut multiplier le Nombre A, 1°. par les Unités ou le premier chiffre à droite de B, ſelon l'ordre & la méthode expliquée pour la Régle précédente; 2°. par les dixaines repréſentées par le ſecond chiffre; 3°. par les centaines ou le troiſieme chiffre, & ainſi de ſuite: Obſervant de placer ſucceſſivement le premier chiffre de chaque produit dans le rang du chiffre particulier qui multiplie. Ainſi, l'on aura autant de produits

partiels qu'il y aura de chiffres ſignificatifs dans le Multiplicateur B: il ſuffira donc de faire l'addition de tous ces produits partiels, pour trouver le Nombre cherché ou le produit P. Produits partiels.

EXEMPLE.

§. 71.

30586.	*Nombre à multiplier*, A.
2468.	*Multiplicateur*, B.
244688.	1er. *Produit partiel*, *par* 8, 1er. *Chiffre de B.*
183516	2d. *Produit partiel*, *par* 6, 2d. *Chiffre de B.*
122344	3e. *Produit partiel*, *par* 4, 3e. *Chiffre de B.*
61172	4e. *Produit partiel*, *par* 2, 4e. *Chiffre de B.*
75486248.	*Produit P*, qui eſt le Nombre cherché.

Ce Produit P, 75486248, contient 2468 fois le Nombre A, 30586; ou 30586 fois le Nombre B, ſus §. 60.

§. 72. Il s'agiſſoit, dans cet Exemple, de prendre 2468 fois le Nombre 30586: or on l'a pris; Démonſtration.

1°.	8 fois, ce qui a donné	244688.
2°.	60 fois, ———	1835160.
3°.	400 fois, ———	12234400.
4°.	2000 fois, ———	61172000.
Donc 2468 fois, font	. . . . .	75486248.

On s'étonnera, peut-être, de ce que j'ai dit, 2°. qu'on a multiplié par 60; 3°. par 400; 4°. par 2000. Il eſt vrai que le Multiplicateur, B, ne préſente que 6, 4 & 2; mais le premier de ces chiffres vaut des dixaines en vertu de ſa ſituation, le ſecond des centaines, & le troiſieme des mille. C'eſt donc 1°. par 8 unités, 2°. par 6 dixaines, 3°. par 4 centaines, & 4°. par 2 mille qu'il falloit multiplier 30586. Et c'eſt pour cela que le ſecond produit partiel doit être reculé, d'un rang vers la gauche, du premier produit ſous lequel on le met; que le 3e. produit partiel doit auſſi reculer, d'un rang vers la gauche, du ſecond ſous lequel on le poſe, & ainſi de ſuite; ce qui eſt ſuivant la Régle, *qu'il faut commencer la poſition de chaque produit partiel dans le rang du Chiffre particulier qui multiplie.*

Cas où le Multiplicateur eſt entremêlé de zéro

§. 73. La même Régle a lieu lorſque le Multiplicateur, B, eſt un Nombre entremêlé de zéro.

Soit

1500604. *Nombre à multiplier*, A.
304006. *Multiplicateur*, B.

9003624. 1er. *Produit partiel, par* 6, 1er. *Chiffre ſignificatif de* B.
6002416 2d. *Produit partiel, par* 4, 2d. *Chiffre ſignificatif.*
4501812 3e. *Produit partiel, par* 3, 3e. *Chiffre ſignificatif.*

456192619624. *Produit* P, qui contient 304006 fois le Nombre A, 1500604; ou 1500604 fois le Nombre B.

Quant aux zéro du Multiplicateur, B, ils ne ſauroient rien produire puiſqu'ils n'ont aucune valeur. Multipliant donc par les Chiffres ſignificatifs ſeulement on poſe le premier Chiffre de chaque Produit partiel dans le rang du Chiffre qui multiplie.

On a donc pris { 1°. 6 fois le Nombre A. 2°. 4000 fois, 3°. 300000 fois,

C'eſt-à-dire . . . 304006 fois ce nombre A.

Autre Obſervation ſur un Multiplicateur décimal qui contient pluſieurs Chiffres ſignificatifs.

§. 74. Il peut arriver auſſi que le Multiplicateur, B, ſoit un nombre décimal de pluſieurs chiffres ſignificatifs [terminé à droite par un ou pluſieurs zéro]; dans ce cas encore, il ne faut multiplier que par les chiffres ſignificatifs ſeulement, bien entendu qu'on poſera à la droite du produit total autant de zéro qu'il y en a qui terminent le Multiplicateur.

EXEMPLE.

70064. *Nombre à multiplier*, A.
5009000. *Multiplicateur*, B.

630576 . . 1er. *Produit partiel, par* 9, 1er. *Chiffre ſignificatif.*
350320 . . . . 2d. *Produit partiel, par* 5, 2d. *Chiffre ſignificatif.*

350950576000. *Produit* P, qui contient cinq millions neuf mille fois le Nombre A; ou ſeptante mille ſoixante-quatre fois le Nombre B.

§. 75. Nous

§. 75. Nous avons vû, ſus §. 64, qu'un même produit réſulte de la Multiplication de A par B, ou de B par A; il eſt plus court cependant de multiplier par le Nombre qui a le moins de chiffres ſignificatifs. Soit le Nombre B ci-deſſus à multiplier par le Nombre A.

Il eſt plus court de prendre pour Multiplicateur celui des deux Nombres qui a le moins de Chiffres ſignificatifs.

```
   5009000.
     70064.
  ----------
  20036000.   1er. Produit partiel, par le Chiffre 4.
  30054000.   2d. Produit partiel, par le Chiffre 6.
  35063000    3e. Produit partiel, par le Chiffre 7.
  ----------
  350950576000.  Produit P, égal au précédent.
  ----------
```

§. 76. Cette Méthode, comme on le voit, ſert de Preuve à la Multiplication. Il en eſt une plus naturelle encore, c'eſt la Diviſion dont nous parlerons bien-tôt: cette Régle eſt en effet le contraire de la Multiplication. Une troiſieme Méthode conſiſte à multiplier le double du Nombre A par la moitié du Nombre B; ou la moitié du Nombre A par le double du Nombre B. Appliquons ceci au dernier Exemple, la conformité des deux produits vérifiera l'opération.

De la Preuve de la Multiplication.

Double d'A. 140128.	Moitié de B. 2504500.	Moitié d'A. 35032.	Double de B. 10018000.
	700640		280256
	560512		35032
	700640		
	280256	35032	
	350950576000.		350950576000.

Je ne m'arrêterai pas à démontrer cette derniere ſorte de Preuve. Il eſt bien évident que puiſque l'un des deux Nombres eſt augmenté proportionnellement à la diminution de l'autre, le produit doit être le même.

§. 77. De tout ce que nous avons dit, il ſuit naturellement que pour doubler, tripler, quadrupler, &c. un Nombre, il faut multiplier ce Nombre par 2, par 3, par 4, &c. Le contraire a lieu quand il s'agit de prendre la moitié, le tiers, le quart, &c. Mais ce dernier détail appartient à la Diviſion.

Méthode pour doubler, tripler, &c. un Nombre.

DIVISION.

Quatrieme Régle générale, ou ſeconde Maniere de diminuer les Nombres.

Dividende, Diviſeur, Quotient.

§. 78. Il y a trois choſes à conſiderer dans la Diviſion.

1°. Le *Dividende*, ou le *Nombre à diviſer.*

2°. Le *Diviſeur*, qui marque en combien de parties le Dividende doit être partagé.

3°. Ce qui réſulte de l'opération, qui eſt appellé le *Quotient*, mot qui ſignifie *Combien de fois.*

Définition.

§. 79. La Diviſion eſt donc cette opération qui partage le Dividende en autant de portions égales qu'il y a d'Unités dans le Diviſeur. Autrement, la Diviſion eſt cette opération par laquelle on cherche combien de fois le Dividende contient le Diviſeur.

Signe de la Diviſion.

§. 80. On indique la Diviſion en plaçant le Diviſeur ſous le Dividende avec une ligne entre deux. Diviſer 12 par 3, c'eſt 1°. partager 12 en 3 portions égales, ou 2°. chercher combien de fois le Diviſeur 3 eſt contenu dans le Dividende 12; il y eſt 4 fois: donc 4 eſt le Quotient, ou l'une de ces portions égales: $\frac{12}{3} = 4$. En général $\frac{N}{D} = Q$. [*N, repréſente le Dividende; D, le Diviſeur; & Q, le Quotient*].

Propoſition générale ſur la Diviſion.

§. 81. Cela poſé, nous diſons que *pour diviſer N par D, il faut chercher combien il y a de fois D dans N; & reciproquement que pour trouver combien il y a de fois D dans N, il faut diviſer N par D.*

Idée de l'Opération. 1°. C'eſt meſurer le Dividende par le Diviſeur.

§. 82. Quand donc il s'agit de diviſer 14 par 3, je cherche combien il y a de fois 3 dans 14, & je trouve 4 pour Quotient: puis multipliant le Diviſeur, 3, & le Quotient, 4, l'un par l'autre, j'ai le nombre 12, lequel étant retranché du Dividende 14, il reſte 2. Diviſant donc 14 par 3, je trouve 4 pour Quotient, & 2 de reſte; ce qui s'exprime ainſi, $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$, c'eſt-à-dire, 14 *diviſé par* 3 *eſt égal à* 4 *plus* 2 *diviſé par* 3, ou *plus le tiers de* 2.

2°. C'eſt retrancher le Diviſeur du Dividende autant de fois qu'il ſe peut, & connoître le Reſte.

§. 83. D'où il ſuit, I. Que la Diviſion ne conſiſte pas ſeulement à chercher combien de fois un Nombre quelconque, D, eſt contenu dans un autre Nombre quelconque, N; ou à partager N en autant de portions égales que l'Unité eſt de fois en D: mais elle conſiſte encore à retrancher D de N, autant de fois qu'il y eſt contenu, pour connoître le *Reſte.*

La Diviſion par l'Unité ne peut donner

§. 84. II. Que ſi le Diviſeur eſt l'Unité, le Quotient, Q, eſt égal au Dividende N. En effet, 1°. l'Unité, conſidérée comme Diviſeur, n'indique aucun partage à faire. 2°. Diviſer 12 par 1, c'eſt chercher combien

de fois 1 eſt dans 12; or il y a 12 fois 1, puiſque le nombre 12 eſt l'aſſemblage de 12 unités. 3°. Diviſer par 1, c'eſt ſouſtraire 1 du Dividende, N, autant de fois qu'il y eſt contenu; or N ne contenant que des Unités, le retranchement ſe fera autant de fois qu'il y a d'Unités ſans aucun reſte. pour Quotient qu'un nombre égal au Dividende.

Donc $\frac{6}{1} = 6$. $\frac{9}{1} = 9$. & en général $\frac{N}{1} = N$.

§. 85. III. Il ſuit encore des mêmes Notions, que quand on diviſe un Nombre par lui-même, ou lorſque le Diviſeur eſt égal au Dividende, le Quotient eſt néceſſairement l'Unité: $\frac{12}{12} = 1$. $\frac{7}{7} = 1$. & en général $\frac{N}{N} = 1$. En effet, ſi l'on conçoit la Diviſion comme un partage, il eſt évident que diviſer 12 par 12, c'eſt partager 12 en 12 parties égales, ce qui donne 1 pour chacune, puiſqu'alors on partage le Nombre en autant de parties égales qu'il a d'unités. Si l'on conçoit la Diviſion comme la maniere de chercher combien de fois D eſt dans N, il eſt évident que ſi D eſt égal à N, il y ſera contenu une fois exactement, car tout Nombre ſe contient lui-même une fois. Enfin, ſi par diviſer on entend retrancher D de N autant de fois qu'il y eſt contenu, l'on ne pourra non plus le retrancher qu'une fois en ſuppoſant D = N. La Diviſion d'un Nombre par lui-même ne peut donner au Quotient que l'Unité.

§. 86. IV. Comme la Multiplication eſt une Addition abrégée de Nombres égaux; la Diviſion eſt auſſi une Souſtraction abrégée de Nombres égaux: Diviſer 14 par 3, n'eſt autre choſe que retrancher 4 fois le Nombre 3 de 14. On retrouve ainſi le Quotient 4 & 2 de reſte, comme ſus §. 83. La Diviſion eſt une Souſtraction abrégée.

1°. ôtant 3 de 14, il reſte 11.
2°. ——— 3 de 11, reſte 8.
3°. ——— 3 de 8, reſte 5.
4°. ——— 3 de 5, reſte 2.

§. 87. Comme, dans la Souſtraction, il n'eſt pas indifférent de retrancher le grand Nombre du petit, ou le petit du grand; ainſi, dans la Diviſion, le Quotient n'eſt pas le même ſoit qu'on diviſe, D par N, ou N par D. Nous avons dit, ſus §. 64, que le même produit réſulte ſoit qu'on multiplie A par B, ou B par A; dans la Diviſion, au contraire, le Quotient varie ſelon qu'on diviſe N par D, ou D par N. Soit 4 pour Diviſeur, & 12 pour Dividende; il eſt clair que ce ne peut être la même choſe de demander; combien de fois 12 contient-il 4? Ou combien de fois 4 contient-il 12? Cette Régle, au reſte eſt générale, & ne peut ſouffrir d'exception que dans le cas où le Diviſeur ſeroit égal au Divi- Que le Diviſeur & le Dividende ne peuvent être pris l'un pour l'autre ſans changer le Quotient, à moins qu'ils ne fuſſent égaux.

dende; alors le Quotient eſt l'unité, ſus §. 85, ſoit qu'on diviſe N par D, ou D par N.

Preuve de la Diviſion.

§. 88. Pour s'aſſurer d'une bonne Diviſion, il faut multiplier le Diviſeur par le Quotient; ou, ce qui revient au même; le Quotient par le Diviſeur. En effet, 1°. multiplier D par Q, c'eſt prendre D autant de fois qu'il eſt contenu dans le Dividende N. 2°. Multiplier Q par D, c'eſt raſſembler en un ſeul nombre toutes les parties de N. La Diviſion ſera juſte ſi le produit ſe trouve égal au Dividende N.

Remarque ſur le Reſte de la Diviſion pour la Preuve.

§. 89. Mais, comme après avoir diviſé on trouve ſouvent un *Reſte*, dans lequel le Diviſeur, D, n'eſt pas contenu, parce qu'il eſt toujours inférieur au Diviſeur, comme ſus §. 82; ajoutons, qu'après avoir multiplié le Quotient, Q, & le Diviſeur, D, l'un par l'autre, il faut ajouter au produit le Reſte de la Diviſion, pour trouver exactement le Dividende N.

Preuve de la Diviſion par une autre Diviſion.

§. 90. On a vû, ſus §. 88, que le produit du Quotient, Q, par le Diviſeur, D, eſt égal au Dividende, N; ou ce qui revient au même que N contient Q autant de fois que l'Unité eſt dans D. Il paroit de-là que ſi l'on diviſe le Dividende N, par le Quotient, Q, on trouvera D au Quotient: & ſi la premiere Diviſion a eu un Reſte, on le retrouvera dans cette ſeconde.

Ainſi, ſi $\frac{D=}{N=}\ \frac{14}{3} = Q = 4 + \frac{2}{3}$; Donc $\frac{N=}{Q=}\ \frac{14}{4} = D = 3 + \frac{2}{4}$.

Voilà comment une Diviſion ſe prouve par une autre.

Principes fondamentaux.

§. 91. Tout revient donc à ces deux Principes; le premier, *que le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende autant de fois que l'Unité eſt dans le Quotient*: $\frac{N=}{D=}\ \frac{12}{3} = Q = 4$.

Le ſecond, *que le Quotient eſt auſſi contenu dans le Dividende autant de fois que l'Unité eſt dans le Diviſeur*: $\frac{N=}{Q=}\ \frac{12}{4} = D = 3$.

Après ces éclairciſſemens généraux ſur la nature de la Diviſion, je paſſe à la Diviſion même.

Diviſionsoù le Diviſeur eſt un Nombre décimal qui n'a que l'Unitépour Chiffres ſignificatif.

§. 92. I. Et d'abord, diviſer par un Nombre décimal qui n'a d'autre Chiffre ſignificatif que l'Unité, c'eſt retrancher dans le Dividende autant de Chiffres à droite qu'il y a de zéro dans le Diviſeur; les Chiffres qui reſteront à gauche feront le Quotient de la Diviſion; ceux de la droite qu'on aura retranchés en feront le Reſte: ce *Reſte*, ſous lequel on placera le Diviſeur avec une ligne entre deux, marquera la Diviſion * qui reſte à en faire.

* Nous verrons la maniere de faire cette diviſion des Rompus & Parties uſuelles des Monnoyes, Poids & Meſures.

§. 93. *EXEMPLES.*

Diviſant 48795	par	10,	le Quotient eſt	4879 $\frac{5}{10}$.
———————	par	100,	———————	487 $\frac{95}{100}$.
———————	par	1000,	———————	48 $\frac{795}{1000}$.
———————	par	10000,	———————	4 $\frac{8795}{10000}$.

§. 94. Si le Diviſeur eſt plus grand que le Dividende, on ſe contente d'indiquer la diviſion par le ſigne établi ſus §. 80. *Exemple* Diviſant 48795 par 100000, le Quotient eſt $\frac{48795}{100000}$. Cas où le Diviſeur eſt plus grand que le Dividende.

§. 95. Diviſer par 10, par 100, par 1000, &c. c'eſt chercher un Nombre qui ſoit la 10me. 100me. 1000me. &c. partie du Dividende. Or il ſuffit de retrancher le premier Chiffre à droite d'un Nombre, pour trouver, dans ceux qui reſtent à gauche, la 10me. partie de ce Nombre, §. 12. où l'on a fait voir qu'il ſuffit de poſer un Chiffre à la droite d'un Nombre pour le rendre décuple ; donc il n'y a qu'à ôter un Chiffre de la droite d'un Nombre pour avoir la 10me. partie de ce Nombre. L'application eſt aiſée ſi l'on fait attention que la 100me. eſt la 10me. partie de la 10me ; la 1000me. la 10me. partie de la 100me. &c. Démonſtration.

§. 96. On vérifiera les Exemples précédens ſi, multipliant le Quotient par le Diviſeur, on ajoute le Reſte au produit. Preuve de ces premiers Exemples.

Ainſi, 1°. . . . 4879 $\frac{5}{10}$ Premier Quotient,
Etant multiplié par 10, ſon Diviſeur,

On a le Dividende 48795.

Dans la Régle, j'aurois dû écrire le produit de 4879 par 10, qui eſt 48790, & ajouter enſuite le Reſte 5 ; mais il eſt plus court de ſubſtituer le reſte au zéro.

2°. 487 $\frac{95}{100}$, Second Quotient,
Etant multiplié par 100, Son Diviſeur,

On a le Dividende 48795.

3°. 48 $\frac{795}{1000}$, 3me. Quotient,
Etant multiplié par 1000, Son Diviſeur,

On a le Dividende 48795.

Il en eſt de même pour le 4me. Exemple.

Quant au cinquieme, il eſt évident qu'il n'a pas beſoin de preuve, puiſque le Quotient n'eſt qu'une diviſion indiquée.

Diviſions où le Diviſeur eſt l'un des douze premiers Nombres.

§. 97. II. Lorſque le Diviſeur eſt l'un des douze premiers Nombres, excepté le dixieme qui eſt entré dans la Régle précédente, voici la Méthode qu'on employe.

Pour diviſer par 2, prenez la moitié du Dividende.
——— par 3, prenez le tiers.
——— par 4, prenez le quart.
——— par 5, prenez la cinquieme.
——— par 6, prenez la ſixieme, & ainſi de ſuite juſqu'à 12 incluſivement.

EXEMPLE.

Pour diviſer 3795 par 2, je prens la moitié de ce Nombre, & j'ai . . . . . 1897 $\frac{1}{2}$ pour Quotient; ce Quotient multiplié par le Diviſeur 2,

Donne le Dividende, 3795.

Diviſant	4406 par 3,	134703 par 4,	37038 par 5.
Les Quotients ſont	1468 $\frac{2}{3}$.	33675 $\frac{3}{4}$.	7407 $\frac{3}{5}$.
Qui multipliés par leur Diviſeur	3.	4.	5.
Donnent les Dividendes	4406.	134703.	37038.

Maniere de prendre la moitié, le tiers, le quart, &c. d'un Nombre.

§. 98. Revenons au premier Exemple, où il s'agit de diviſer 3795 par 2. Voici l'ordre de l'opération. 1°. 3 contient 2 *une* fois, je poſe 1, & reſte 1 [qui vaut 10]: 2°. 17 contient 2 *huit* fois, je poſe 8, & reſte 1: 3°. 19 contient 2 *neuf* fois, je poſe 9, & reſte 1: 4°. 15 contient 2 *ſept* fois, je poſe 7, &, prenant la moitié de l'unité qui reſte, j'écris $\frac{1}{2}$.

Il faut ſuivre le même ordre pour prendre le tiers, le quart, &c. avec cette ſeule différence, qu'au lieu que la *moitié* ſe prend en cherchant combien il y a de fois 2, & qu'il ne peut reſter que 1, dont la moitié eſt $\frac{1}{2}$; le *tiers* ſe doit prendre en cherchant combien il y a de fois 3, & il peut reſter 1 ou 2, dont le tiers eſt $\frac{1}{3}$ ou $\frac{2}{3}$; le *quart*, en cherchant

combien il y a de fois 4, & il peut reſter 1, 2, ou 3, dont le quart eſt $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{4}$ ou $\frac{3}{4}$; la *cinquieme*, en cherchant combien il y a de fois 5, & il peut reſter 1, 2, 3, ou 4, dont la cinquieme eſt $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$; & ainſi des autres parties, *ſixiemes*, *ſeptiemes*, &c.

§. 99. Diviſant 14895 par 6, 3010687 par 7, 409016 par 8. Autres Exemples.

Les Quotients ſont	2482 $\frac{3}{6}$.	430098 $\frac{1}{7}$.	51127.
Qui multipliés par leur Diviſeur	6.	7.	8.
Donnent les Dividendes . .	14895.	3010687.	409016.

Diviſant . . .	1170139 par 9.	53879 par 10.
Les Quotients ſont	130015 $\frac{4}{9}$.	5387 $\frac{9}{10}$.
Qui multipliés par leur Diviſeur	9.	10.
Donnent les Dividendes . .	1170139.	53879.

Diviſant	1012039 par 11,	11401079 par 12.
Les Quotients ſont	92003 $\frac{6}{11}$.	950089 $\frac{11}{12}$.
Qui multipliés par leur Diviſeur	11.	12.
	92003	1900178
	92003	950089
	6	11
Donnent les Dividendes . .	1012039.	11401079.

§. 100. Pour démontrer cette méthode de diviſer par les douze premiers Nombres, je raiſonne ainſi: Diviſer N par D, c'eſt partager N en autant de parties égales qu'il y a d'Unités dans D, ou chercher combien de fois D eſt contenu dans N, & combien il reſte. Or nous avons dit Démonſtration.

que pour diviſer par 2, il faut prendre la moitié, en cherchant combien il y a de fois 2; que pour diviſer par 3, il faut prendre le tiers, ou chercher combien il y a de fois 3 dans N, ce qui eſt partager N en 3 parties égales; &c. Nous verrons bien-tôt comment on diviſe par un Nombre au-deſſus de 12.

Cas où le Diviſeur étant décimal, n'a pour Chiffres ſignificatifs que quelqu'un des douze premiers Nombres.

§. 101. Mais comme il arrive ſouvent que le Diviſeur, étant décimal, n'a pour Chiffres ſignificatifs que quelqu'un des douze premiers Nombres, comme; 20, 200, &c. 30, 300, &c. 40, 400, &c. 50, 500, &c. 60, 600, &c. 70, 700, &c. 80, 800, &c. 90, 900, &c. 110, 1100, &c. 120, 1200, &c. Appliquons auſſi pour ce cas une Méthode particuliere.

Pour diviſer

par 20, retranchez la premiere figure à droite du Dividende, & prenez la moitié de ce qui reſte à gauche.

par 200, retranchez les deux premieres figures à droite, & prenez la moitié de ce qui reſte à gauche.

par 2000, retranchez les trois premieres figures à droite, & prenez la moitié de ce qui reſte à gauche.

par 30, retranchez la premiere figure à droite, & prenez le tiers de ce qui reſte à gauche.

par 300, retranchez les deux premieres figures à droite, & prenez le tiers de ce qui reſte à gauche.

par 3000, retranchez les trois premieres figures à droite, & prenez le tiers de ce qui reſte à gauche, & ainſi de ſuite.

Tout ſe réduit donc ici, 1°. à retrancher autant de figures de la droite du Dividende qu'il y a de zéro dans le Diviſeur; & 2°. à diviſer ce qui reſte à gauche par la figure ſignificative du Diviſeur, ſuivant la Méthode du ſecond cas, ſus §. 97.

EXEMPLES.

Diviſant	73157. par 20.	& 13495.0.6. par 3000.
Les Quotients . . .	$3657\frac{17}{20}$.	$449\frac{2506}{3000}$.
Multipliés par le Diviſeur	20.	3000.
Donnent les Dividendes	73157.	1349506.

Dans le premier Exemple, j'ai marqué le retranchement du premier Chiffre à droite, 7, en mettant un point au-deſſous; enſuite, j'ai pris la moitié

moitié de 7315, nombre reſté à gauche, ce qui m'a donné 3657, & 1 de reſte, lequel placé ſur le Diviſeur conjointement avec le Chiffre, 7, qui a été retranché, indique la diviſion qui reſte à faire de 17 par 20, ou la 20me. partie de 17.

Dans le ſecond Exemple, j'ai marqué le retranchement des trois premiers Chiffres à droite, 506, en mettant un point ſous chacun d'eux; puis diviſant, par 3, le nombre qui eſt reſté à gauche, 1349, en prenant le tiers de ce nombre ſelon la Régle ſus §. 97, j'ai eu pour Quotient, 449, & 2 de reſte: ce Reſte, joint aux trois Chiffres retranchés, donne 2506, nombre qui, placé ſur une ligne avec le Diviſeur, au-deſſous, marque 2506 à diviſer par 3000, ou la 3000me. partie de 2506.

Dans l'un & l'autre Exemple, j'ai fait la Preuve, en multipliant le Quotient par le Diviſeur, & en ajoutant le Reſte au produit, pour retrouver le Dividende.

Autres Exemples.

Diviſant	7395 par 400.	& 30074787 par 70000.
Les Quotients ſont. . .	$18\frac{195}{400}$.	& $429\frac{44787}{70000}$.
Qui multipliés par le Diviſeur	400.	& 70000.
Donnent les Dividendes	7395.	& 30074787.

§. 102. Le Quotient de la Diviſion par 20 doit être la moitié de celui de la Diviſion par 10, parce que 20 eſt contenu dans tout Dividende quelconque, N, la moitié moins de fois; ou, ce qui revient au même, parce que les portions du Dividende, dont le nombre eſt indiqué par le Diviſeur, étant deux fois plus nombreuſe, doivent être plus petites de la moitié: puis donc que le Quotient eſt la valeur d'une de ces portions égales, il eſt la moitié plus petit quand on diviſe par 20, que quand on diviſe par 10. Mais le retranchement du premier Chiffre à droite dans le Dividende, N, donne dans ceux qui reſtent à gauche la dixieme partie de N, ſus §. 92 &c. Donc la moitié de cette 10me. partie ſera la 20me. partie de N. Démonſtration.

On démontrera de même que pour diviſer par 3000, il faut retrancher les trois premieres figures à droite du Dividende, & prendre le tiers du nombre qui reſte à gauche: car le retranchement de ces trois figures, donne à gauche la milliéme partie du Dividende ſus § 92 &c. Et

le tiers de cette milliéme partie donnera la trois milliéme partie, ou le Quotient de N diviſé par 3000.

Au reſte, il eſt aiſé d'appliquer le même raiſonnement à tout autre Diviſeur décimal quelconque.

Deux Principes fondamentaux méritent ici notre attention.

1er. Principe fondamental.

§. 103. I. *Le Quotient eſt toujours le même ſi l'on fait la diviſion après avoir doublé le Diviſeur & le Dividende, ou après en avoir pris la moitié.*

Exemple : 18 diviſé par 6, donne 3 pour Quotient.

Or 1°. Diviſez 36 [double de 18] par 12 [double de 6], le Quotient eſt auſſi 3.

2°. Diviſez 9 [moitié de 18] par 3 [moitié de 6], le Quotient eſt encore 3.

Eſſayez la même choſe en triplant, quadruplant, &c. auſſi bien qu'en prenant le tiers, le quart, &c. vous trouverez toujours le même Quotient. D'où il eſt aiſé de tirer cet autre Principe général & fondamental.

2d. Principe fondamental.

§. 104. *Le Quotient eſt toujours le même quoiqu'on faſſe la Diviſion après avoir augmenté ou diminué le Diviſeur & le Dividende, pourvû qu'on les ait augmentés ou diminués également.*

Comment deux Nombres peuvent être augmentés ou diminués également.

§. 105. Nous l'avons vû, il y a deux façons d'augmenter un Nombre, l'Addition & la Multiplication. Quant à l'Addition, je remarque que ſi l'on ajoute des quantités égales à des nombres inégaux, ceux-ci demeurent également inégaux, c'eſt-à-dire, conſervent la même différence, ſuivant l'axiome ſus §. 52, mais ils ne ſont pas également augmentés. Ajoutez 4 aux nombres 3 & 6 vous aurez 7 & 10 : Or ces quantités, 3 & 6, n'auront pas été également augmentées, puiſque leur rapport eſt changé ; car 7 eſt plus par rapport à 10, que 3 par rapport à 6. On augmentera donc également deux quantités, non par l'Addition, mais par la Multiplication, en les multipliant l'une & l'autre par une même quantité.

Ce que je dis de l'augmentation a auſſi lieu par rapport à la diminution. Retranchez en effet le nombre 3 de 7 & de 13, la même différence (6) ſubſiſtera toujours ; les deux nombres n'auront pas été diminués également, puiſque le moindre nombre (4) n'eſt pas contenu le même nombre de fois dans le grand (10). Ainſi, pour diminuer également deux quantités, il faut les diviſer l'une & l'autre par une même quantité.

Autre Principe fondamental.

§. 106. Je le répéte, *l'augmentation ou la diminution de deux Nombres ou termes quelconques, ne peut ſe faire également, qu'en multipliant ou diviſant les deux termes propoſés par le même nombre, pour laiſſer ſubſiſter entr'eux la même quantité de fois que le petit terme eſt contenu dans le grand.*

§. 107. Revenons à la Régle de Diviſion donnée ſus §. 101. Elle preſcrit de retrancher autant de figures à droite du Dividende qu'il y a de zéro dans le Diviſeur, pour diviſer le nombre qui reſte à gauche au Dividende par celui qui reſte dans le Diviſeur. Or le retranchement ſucceſſif de chaque figure à droite dans le Diviſeur & le Dividende, donnant, tour à tour, la dixieme, centieme, millieme partie de l'un & de l'autre ſus §. 93, leur fait, par-là même, éprouver une égale diminution. Donc, ſus §. 104, la diviſion, que l'on fait après cette diminution, donne le vrai Quotient de la Diviſion propoſée, ſavoir le même Quotient que l'on auroit eu ſi l'on eût fait la diviſion ſans diminuer le Diviſeur & le Dividende par le retranchement preſcrit pour la brieveté. Autre Démonſtration de la Régle de Diviſion ſus §. 101.

Que ſi les figures retranchées à la droite du Dividende ne ſont pas des zéro, elles font partie de ce que nous avons appellé le *Reſte* de la Diviſion.

§. 108. Dans toute Diviſion ce *Reſte* doit néceſſairement être plus petit que le Diviſeur. En effet, Diviſer, c'eſt 1°. partager le Dividende en autant de portions égales qu'il y a d'Unités dans le Diviſeur; or il eſt évident que tout nombre égal ou ſupérieur au Diviſeur eſt ſuſceptible de partage: que ſi, au contraire, le nombre eſt inférieur au Diviſeur, chacune de ſes parties eſt inférieure à l'Unité. Soit le Diviſeur 12, & le nombre à diviſer auſſi 12, on trouvera 1 pour chaque partie. Soit encore le Diviſeur 12, mais le nombre à diviſer ſeulement 11, il eſt clair que, dans ce dernier cas, chaque partie ne peut être qu'une certaine portion de l'Unité. Que le Reſte de toute Diviſion eſt néceſſairement plus petit que le Diviſeur.

Diviſer, c'eſt 2°. chercher combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende: or le Quotient de la Diviſion ne ſeroit pas juſte ſi le Diviſeur ſe trouvoit renfermé dans le Reſte de la Diviſion; afin donc que le Quotient exprime exactement le nombre de fois que le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende, il faut néceſſairement que le Reſte ſoit plus petit que le Diviſeur.

Enfin, diviſer, c'eſt 3°. retrancher le Diviſeur du Dividende autant de fois qu'il y eſt contenu; mais ſi, après l'opération, le Diviſeur peut encore être retranché du Reſte, il eſt clair que la Diviſion eſt défectueuſe.

Il s'agit à préſent de donner la Méthode générale & univerſelle de faire la Diviſion quels que ſoyent les Nombres donnés pour Diviſeurs & pour Dividendes.

Méthode générale & univerſelle de faire la Diviſion.

Premier Exemple.

§. 109. On me propoſe de diviſer 338989 par 91.
Il s'agit donc,
1°. De partager 338989 en 91 parties égales;
2°. De chercher combien de fois 91 eſt contenu dans 338989;
3°. De retrancher le Diviſeur 91 du Dividende 338989, autant de fois qu'il eſt poſſible.

Nous avons vû, §. 81, que pour diviſer N par D, il faut chercher combien de fois D, ou le Diviſeur, eſt contenu dans N, ou le Dividende; & qu'en indiquant ce nombre de fois, le Quotient, Q, exprime auſſi la valeur d'une des portions ou parties égales dans leſquelles on a eu deſſein de partager N. §. 80. Il s'agit donc dans l'Exemple propoſé de chercher combien de fois 91 eſt contenu dans 338989, afin de trouver une des 91 parties égales de ce même nombre.

Mais la grandeur du Dividende ne permettant pas de trouver cela tout d'un coup, il faut procéder ici *partiellement*. Je prends d'abord les trois premiers Chiffres à gauche du Dividende, ſavoir 338 mille: un moindre nombre de Chiffres ne ſeroit pas ſuffiſant, le Diviſeur n'y étant pas contenu; 338 ſera donc le premier *Dividende partiel*. Je marque ces Chiffres avec des points pour les diſtinguer des autres, & me bornant à chercher combien de fois les dixaines du Diviſeur ſont contenues dans celles du Dividende, je demande; combien de fois 9 dans 33? Rép. 3 fois. Or, puiſque les dixaines de 91 ſont contenues 3 fois dans les dixaines de 338, il eſt clair que 91, [c'eſt-à-dire 9 dixaines & 1 unité] eſt contenu 3 fois dans 338 [ou 33 dixaines & 8 unités: je poſe donc 3 pour premier Chiffre du Quotient.

Dividende partiel.

Meſurer. 1re. Opération de la Méthode univerſelle de Diviſer.

§. 110. Il ſuit de-là que, pour trouver combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende partiel, *il faut* meſurer *celui-ci par celui-là, en cherchant combien de fois le premier Chiffre à gauche du Diviſeur eſt contenu dans les deux premiers Chiffres à gauche du Dividende partiel, ce qui donnera un Chiffre au Quotient.*

Multiplier. 2de. Opération.

§. 111. Cette premiere opération me montre donc, en général, que 91 eſt contenu 3 fois dans 338: mais pour en être ſûr, & connoître en même temps s'il n'y a point de reſte, il faut *multiplier le Diviſeur* 91, *par le Chiffre que l'on a poſé au Quotient.* Je multiplie donc 91 par 3, & je poſe le produit, qui eſt 273, ſous 338, 1er. Dividende partiel.

Soustraire. 3e. Opération.

§. 112. Cette ſeconde opération m'apprend que le Diviſeur eſt bien contenu 3 fois dans le Dividende partiel, mais non ſans aucun reſte. Il s'agit donc de connoître ce *Reſte* ou l'excédant du Dividende partiel: on

le trouvera *ſi l'on ſouſtrait le produit du nombre ſupérieur*, ce qui laiſſera 65 de reſte.

Diviſeur. 91. *Dividende.* 338989.
Quotient. 3. 273
65

§. 113. Tout ſe réduit donc à trois opérations :

Récapitulation de la Méthode.

1°. On *meſure* le Dividende partiel par le Diviſeur, en cherchant combien de fois le Diviſeur y eſt contenu, ou, ce qui eſt mieux encore, en examinant combien de fois le premier Chiffre à gauche du Diviſeur eſt contenu dans le nombre exprimé par les deux premiers Chiffres à gauche du Dividende partiel, ce qui donne un Chiffre au Quotient.

2°. On *multiplie* le Diviſeur par le Chiffre que la premiere opération a donné au Quotient, & l'on poſe le produit ſous le Dividende partiel.

3°. Enfin, on *ſouſtrait* ou retranche ce produit du Dividende partiel. On trouve un *Reſte* à côté duquel on deſcend le Chiffre qui ſuit à droite dans le Dividende, pour avoir un autre Dividende partiel : ce Dividende donnera un nouveau Chiffre au Quotient par le moyen des mêmes opérations dont nous venons de parler. L'opération ſera finie quand on aura épuiſé tous les Chiffres du Dividende. Voici l'Exemple en entier.

Diviſeur. 91. ou D. *Dividende.* 338989. ou N.
Quotient. 3725. $\frac{14}{91}$. ou Q.

273
659 2d. *Divid. partiel.*
637
228. 3e. *Divid. partiel.*
182
469. 4e. *Divid. partiel.*
455
14. *Reſte.*

§. 114. On voit que j'ai deſcendu le 9, qui ſuit le premier Dividende partiel, & je le poſe à la droite du reſte, 65, ce qui m'a donné 659 pour ſecond Dividende partiel; puis, 1°. *meſurant*, j'ai cherché combien de fois 65 contient 9? Réponſe 7 fois: J'ai donc poſé 7 pour ſecond Chiffre du Quotient. 2°. J'ai *multiplié* 91 par 7, & poſé le produit, 637, ſous 659. 3°. J'ai *ſouſtrait* 637 de 659, & j'ai eu 22 de reſte.

Continuation de l'explication de l'opération de l'Exemple propoſé.

A côté de ce Reſte, j'ai deſcendu le 8, qui ſuit dans le Dividende; & j'ai eu 228 pour 3me. Dividende partiel; puis, 1°. *meſurant*, j'ai cherché combien de fois 22 contient 9? R. 2 fois: j'ai donc poſé 2 pour troiſieme Chiffre du Quotient. 2°. J'ai *multiplié* 91 par 2, & poſé le produit, 182, ſous 228. 3°. J'ai *ſouſtrait* 182 de 228, & j'ai eu 46 de reſte.

A côté de ce Reſte, j'ai deſcendu le dernier Chiffre du Dividende, & j'ai eu 469 pour quatrieme & dernier Dividende partiel, ſur lequel opérant comme ſur les trois premiers, j'ai 1°. *meſuré*, en diſant, en 46, combien de fois 9? Il y eſt 5 fois: j'ai donc poſé 5 pour quatrieme & dernier Chiffre du Quotient. 2°. J'ai *multiplié* 91 par 5, & poſé le produit, 455, ſous 469. 3°. J'ai *ſouſtrait* 455 de 469, & j'ai eu 14 de reſte.

Remarque. §. 115. Je ſuis ainſi parvenu à diviſer 338989 par 91. Le Quotient montre; 1°. que la quatre-vingt-onzieme partie ou la 91me. partie de 338989 eſt 3725 & $\frac{14}{91}$: 2°. Que le Diviſeur, 91, eſt contenu 3725 fois, plus 14, dans 338989, qui étoit le Dividende: 3°. qu'après avoir retranché 3725 fois 91, de 338989, on a 14 de reſte; qu'ainſi 91 n'eſt point contenu exactement dans 338989.

Démonſtration de la Méthode univerſelle de faire la Diviſion. §. 116. L'expoſition même de cette Méthode en eſt une démonſtration. L'on a partagé le Dividende 338989, en pluſieurs Dividendes partiels, dont le premier eſt 338 *mille*. Puis, en meſurant, on a trouvé que 91 eſt contenu 3 fois dans 338, & par conſéquent 3 *mille* fois dans 338 *mille*. Multipliant enſuite 91 par 3 *mille*, on a pour produit le nombre 273 *mille*, qui étant retranché de 338 *mille*, laiſſe 65 *mille* de reſte. Ce Reſte forme, avec les autres Chiffres du Dividende, le nombre 65989: mais, pour ſe faciliter l'opération, on ne prend que 659 *Centaines*, ſecond Dividende partiel. Il eſt aiſé de voir que 91 y eſt contenu 7 *cent* fois: or 91, multiplié par 7 *centaines*, donne 637 *centaines*, qui retranchées des 659, laiſſe 22 *centaines*. Ce Reſte, ſuivi des deux autres Chiffres du Dividende, donne 2289, dont on ne prendra, pour 3me. Dividende partiel, que les trois premiers Chiffres [228 *dixaines*]. Puis, meſurant, on trouvera que 91 eſt contenu 2 fois dans 228, & par conſéquent, 2 *dixaines* de fois dans 228 *dixaines*. Multipliant enſuite 91 par 2 *dixaines*, le produit ſera 182 *dixaines*; retranché des 228, il reſte 46 *dixaines*. Ce Reſte, joint au dernier Chiffre du Dividende, donne 469 pour 4me. & dernier Dividende partiel. En meſurant, on trouve que 91 eſt contenu 5 fois dans 469: multipliant enſuite 91 par 5, le produit eſt 455, qui retranché de 469, laiſſe 14 de reſte.

Tel eſt l'ordre des trois opérations dont nous avons parlé. On voit aſſez qu'en montrant combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans chaque Dividende partiel, elles doivent, par-là même, indiquer combien de fois

le Diviſeur eſt contenu dans tout le Dividende; puiſque le Reſte du premier Dividende partiel ſert à former le ſecond, conjointement avec le Chiffre qui ſuit dans le Dividende, & ainſi des ſuivans.

Cette démonſtration eſt générale; & peut s'appliquer à tout autre Exemple. Arrêtons nous ſur celle des trois opérations dont nous avons parlé, qui conſiſte à *meſurer*; elle demande quelques éclairciſſemens.

Eclairciſſemens ſur la 1re. operation qui conſiſte à *meſurer*: elle a deux cas, & 1°. du 1er. cas.

§. 117. Cette méthode a deux cas. Dans le premier, le Dividende partiel a une figure de plus que le Diviſeur: or, dans ce cas, le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende partiel autant de fois que le premier Chiffre à gauche du Diviſeur eſt contenu dans les deux premiers Chiffres du Dividende partiel, *pourvû que le nombre qu'expriment les Chiffres ſuivans, dans le Diviſeur, ſoit auſſi contenu, au moins le même nombre de fois, dans le nombre qu'expriment les Chiffres ſuivans dans le nombre partiel, compris ce qui peut reſter des deux premiers Chiffres.* Soit 91 le Diviſeur, & 182 le Dividende partiel; je dis que 91 eſt contenu dans 182 autant de fois que 9 dans 18 parce que l'Unité de 91 eſt auſſi contenue le même nombre de fois dans 2 du nombre 182.

Soit encore 99 le Diviſeur, & 198 le Dividende partiel; je dis que 99 eſt contenu dans 198 autant de fois que le premier 9 eſt contenu dans 19, parce que 9, qui ſuit à droite dans le Diviſeur, eſt auſſi contenu un nombre égal de fois dans 18, nombre que forme le Chiffre 8 qui ſuit dans le Dividende partiel compriſe l'unité qui reſte de 19.

Si le Diviſeur eſt 916, & le Dividende partiel 1832, le premier nombre eſt contenu dans le ſecond autant de fois que 9 l'eſt dans 18, parce que 16 eſt auſſi contenu dans 32 un nombre égal de fois: & ainſi de ſuite.

Ce que je dis de 2 fois doit s'entendre de 3, de 4 fois, & davantage; mais, ſans cette condition, la Régle dont nous parlons n'a plus lieu, & la Méthode de meſurer ne fait que marquer la limite où l'on doit commencer à chercher combien de fois le Diviſeur eſt contenu dans le Dividende. Si donc le Diviſeur eſt 26, & le Dividende partiel 234; le premier Chiffre (2) du Diviſeur eſt contenu 11 fois dans les deux premiers Chiffres (23) du Dividende: mais il ne s'enſuit pas que le Diviſeur entier (26) ſoit contenu auſſi 11 fois dans 234, car 6, dernier Chiffre du Diviſeur, n'eſt pas contenu 11 fois dans 54 qui reſte du Dividende; NB. 5, excédant de la diviſion de 23 par 2, & le 4, dernier Chiffre de 234.

2d. Cas.

§. 118. Le ſecond cas a lieu lorſque le Dividende partiel n'a pas une figure de plus que le Diviſeur: alors, on meſure en cherchant combien de fois le premier Chiffre du Diviſeur eſt contenu dans le premier Chiffre du Dividende. Or, dans ce cas comme dans le précédent, le Divi-

ſeur eſt dit être contenu dans le Dividende partiel autant de fois que la premiere figure du Diviſeur eſt contenue dans la premiere figure du Dividende partiel, *pourvû que le nombre, exprimé par les figures qui ſuivent dans le Diviſeur, ſoit auſſi contenu au moins autant de fois dans le nombre exprimé par les Chiffres qui ſuivent dans le Dividende partiel, compris ce qui peut reſter de la premiere figure.* Soit 23 pour Diviſeur, & 49 pour Dividende partiel; il eſt clair que 2 eſt contenu dans 4 comme 23 dans 49.

Si le Diviſeur eſt 213, & le Dividende partiel 674; il eſt encore évident que comme 2, premier Chiffre du Diviſeur, eſt 3 fois dans 6, premier Chiffre du Dividende, le Diviſeur entier, (213) eſt auſſi contenu 3 fois dans 674, Dividende partiel, parce que 13, reſte du Diviſeur, eſt contenu plus de 3 fois dans 74, reſte du Dividende. Mais ſi le Dividende partiel étoit 638, alors, 213 n'y ſeroit pas contenu 3 fois, 13 n'étant pas lui-même contenu 3 fois dans 38.

Nouvel éclairciſſement.

§. 119. Voilà donc comment l'opération de meſurer ſert à découvrir le vrai Chiffre du Quotient, ſans, néanmoins, le préſenter toujours d'abord. Eſt-il néceſſaire d'avertir, qu'en cherchant combien de fois le premier Chiffre à gauche du Diviſeur eſt contenu dans le premier ou dans les deux premiers Chiffres du Dividende partiel, on conſidere les figures qui ſuivent dans le Diviſeur comme autant de zéro? Soit 2486 pour Diviſeur, & 9215 pour Dividende partiel; quand je dis, en 9 combien de fois 2? Je conſidere 486, reſte du Diviſeur, comme des zéro, & ſuppoſant que le Diviſeur ſoit 2000, je le trouve contenu 4 fois dans 9215: mais ma ſuppoſition porte à faux puiſque le Diviſeur réel eſt 2486. Afin donc de m'aſſurer s'il eſt bien contenu 4 fois dans 9215, je multiplie le Diviſeur (2486) par 4, & le produit, 9944, m'apprend que ce Diviſeur n'étant pas contenu 4 fois dans 9215, peut-être y eſt-il contenu 3 fois. Multipliant donc 2486 par 3, j'obtiens pour produit le nombre 7458, qui, étant inférieur au Dividende partiel, m'aſſure que 3 eſt le vrai Chiffre du Quotient.

Pourquoi le Dividende partiel ne doit avoir que le même nombre de figures ou ſeulement une de plus que le Diviſeur.

§. 120. Tels ſont les deux cas que nous avions à examiner; l'un où le Dividende partiel a une figure de plus que le Diviſeur, l'autre, quand il n'a pas une figure de plus. Pour en concevoir la raiſon & connoître diſtinctement l'un & l'autre cas, il ſuffit de remarquer que, pour avoir le premier Dividende partiel, on prend le moins qu'il eſt poſſible des premieres figures à gauche du Dividende total, ſeulement il faut que le Diviſeur y ſoit contenu, ſans quoi il ſeroit abſurde de meſurer. Or 1°. tout Dividende partiel ne peut avoir moins de figures que le Diviſeur, car s'il en avoit moins il eſt clair que le Diviſeur n'y ſauroit être contenu. Et 2°. ſi en ne prenant, des premieres figures à gauche du Dividende, qu'autant que le Diviſeur en a, ce Diviſeur n'y eſt pas contenu, il faut

faut alors en prendre une de plus ; elle ſuffira pour que le Diviſeur y ſoit contenu. Mais ſi, ſans prendre dans le Dividende une figure de plus, le Diviſeur eſt contenu dans le même nombre de figures, il ſeroit inutile d'en prendre une de plus pour le premier Dividende partiel. Et comme le ſecond eſt formé du reſte de la Souſtraction [qui eſt toujours inférieur au Diviſeur, ſus §. 108.] conjointement avec une des figures qui reſtent au Dividende total, ce ſecond Dividende partiel pourra auſſi avoir, ou n'avoir pas, une figure de plus que le Diviſeur, & ainſi de ſuite pour tous les Dividendes partiels juſques à ce que la derniere figure du Diviſeur ſoit employée.

Comment on connoit le rang ou la valeur locale de chaque chiffre du Quotient, & combien ce Quotient aura de figures.

§. 121. Voyons préſentement comment on peut connoitre le nombre de figures ou chiffres que le Quotient doit avoir & le rang ou la valeur de chacun de ces chiffres. Dans notre Exemple ci-deſſus, §. 113, le premier Dividende partiel étoit, non ſimplement 338, mais 338000 ; or il eſt clair que 91 étant contenu 3 fois dans 338, l'eſt par conſéquent 3000 fois dans 338000, & qu'ainſi 3, premier chiffre à gauche du Quotient, vaut 3000, & ſe trouve par conſéquent au rang des mille ; d'où il ſuit que le Quotient devoit avoir quatre figures, puiſqu'après les mille, viennent les Centaines, les Dixaines, & les Unités.

Que le Diviſeur ne peut être contenu plus de 9 fois dans tout Dividende partiel.

§. 122. Il ſuit de ce que nous venons de voir, que le Diviſeur ne peut être contenu plus de 9 fois dans tout Dividende partiel ; mais il eſt bon de le démontrer directement. I°. Dans le cas où le Dividende partiel a le même nombre de figures que le Diviſeur : Soit 10, le plus petit Diviſeur de deux Chiffres ; & 99 le plus grand Dividende partiel auſſi de deux Chiffres ; il eſt clair que 10 ne peut être contenu que 9 fois dans 99. Et cela eſt également évident pour un plus grand nombre de figures, dont les Diviſeurs ſeront les plus petits, & les Dividendes les plus grands nombres poſſibles : tels ſont 100 & 999, 1000 & 9999, &c.

III°. Dans le cas où le Dividende partiel a une figure de plus que le Diviſeur : Soit 19 le Diviſeur, & 18 le plus grand nombre de deux Chiffres où 19 n'eſt pas contenu ; ſi l'on ajoute à la droite de 18 le plus grand Chiffre qui eſt 9, l'on aura 189 : mais le Diviſeur, 19, n'y peut être contenu plus de 9 fois, car 10 fois 19 ſont 190. Soit 999, le plus grand nombre poſſible de trois Chiffres, & 1000 le plus petit nombre qui ne ſoit pas contenu dans 999 ; il eſt clair encore qu'ajoutant, à la droite de 999, le plus grand chiffre qui eſt 9, l'on aura 9999 ; mais 1000 n'y peut être contenu plus de 9 fois, puiſque 10 fois 1000 ſont 10000.

Cette démonſtration eſt générale, parce qu'on peut l'appliquer à tels autres nombres qu'on voudra ſupoſer. Et comme tous les Dividendes partiels qui ſuivent le premier ſont formés du Reſte de la Souſtraction, toujours plus petit que le Diviſeur §. 108 ; il eſt évident que ce Reſte,

avec la figure qu'on y joint, ne pourra jamais contenir le Diviſeur plus de 9 fois, par le même raiſonnement ci-deſſus.

Second Exemple. §. 123. *Diviſeur.* 907. ou D. *Dividende.* 5098989 ou N.

Quotient. 5621. $\frac{742}{907}$. ou Q.

4535
5639. 2d. *Divid. partiel.*
5442
1978. 3e. *Divid. partiel.*
1814
1649. 4e. *Divid. partiel.*
907
742. *Reſte.*

3e. Exemple. *Diviſeur.* 9012. ou D. *Dividende.* 8689898 ou N.

Quotient. 964. $\frac{2330}{9012}$. ou Q.

81108
57909. 2d. *Divid. partiel.*
54072
38378. 3e. *Divid. partiel.*
36048
2330. *Reſte.*

La Preuve ſe fait ainſi qu'on l'a démontré, ſus §. 88. en multipliant le Quotient par le Diviſeur, & ajoutant le Reſte au produit, §. 89, pour retrouver le Dividende.

Preuve du 1er. *Exemple.*

3725 $\frac{14}{91}$ ou Q.
91 ou D.

3725
33525
14. Reſte.

338989. ou N.

Preuve du 2d. *Exemple.*

5621 $\frac{742}{907}$ ou Q.
907 ou D.

39347
50589
742. Reſte.

5098989. ou N.

Preuve du 3e. *Exemple.*

9012 ou D.
964 $\frac{2330}{9012}$ ou Q.

36048
54072
81108
2330. Reſte.

8689898. ou N.

§. 124. Les trois premiers Exemples ſont des Diviſions où l'opération de *meſurer* fait d'abord trouver le vrai Chiffre du Quotient dans chaque Dividende partiel. Mais dans les Exemples qui vont ſuivre, il n'en eſt pas de même : ils ſont du nombre de ceux où il faut *éprouver* le Chiffre que fait trouver cette opération de meſurer, juſques à ce qu'on en ait trouvé un qui ne donne pas un produit plus grand que le Dividende partiel, duquel il faut pouvoir le retrancher ; c'eſt pourquoi on verra les *épreuves* à côté de chaque Exemple.

Autres Exemples, dans leſquels il faut éprouver le Chiffre que fait trouver la Méthode de *Meſurer*.

4e. Exemple.

Diviſeur. 18 ou D.

Quotient. 4356 $\frac{16}{18}$ Q.

18	
34848	
4356	
16. *Reſte.*	

Preuve. 78424. ou N.

Dividende. 78424. ou N.

72	
64	
54	
102	
90	
124	
108	
16. *Reſte.*	

Epreuves.

Produits de		18.
par	7.	126.
	6.	108.
	5.	90.
	4.	72.
	3.	54.
	9.	162.
	8.	144.

Le premier Dividende partiel, 78, n'a que deux Chiffres comme le Diviſeur, ainſi je meſure : En 7 combien de fois 1 ? Il y eſt 7 fois ; mais par l'épreuve, le produit, 126, ne pouvant être retranché de 78, j'éprouve 6. Son produit, 108, eſt encore trop grand, j'éprouve 5, dont le produit, 90, étant encore ſupérieur à 78, j'éprouve 4. Son produit pouvant ſe retrancher de 78, je poſe 4 pour le premier Chiffre du Quotient, & ayant fait la Souſtraction, il reſte 6. J'y joins le Chiffre 4 qui ſuit dans le Dividende total, & j'ai 64 pour ſecond Dividende partiel. Je meſure : En 6 combien de fois 1 ? Il y eſt 6 fois. Et comme j'ai déja les produits de 6, de 5, & de 4, qui, chacun, ſont plus grands que 64, j'éprouve 3. Son produit, 54, pouvant être retranché de 64, je poſe 3 pour le 2d. Chiffre du Quotient. La ſouſtraction faite, il reſte 10. J'y joins le 2 qui ſuit dans le Dividende total, & j'ai 102 pour 3e. Dividende partiel, qui ayant une figure de plus que le Diviſeur, ſe meſure en diſant, en 10 combien de fois 1 ? Il y eſt 10 fois ; mais ſus §. 122. le Diviſeur ne peut être contenu plus de 9 fois. J'éprouve donc 9, dont le produit, 162, ne peut être retranché de 102. J'éprouve donc 8, dont le produit, 144, eſt encore trop grand : je viens donc à 7, à 6, à 5, dont j'ai déja les produits ; & je trouve que 5 eſt le 3e. Chiffre à poſer au Quotient, puiſque ſon produit, 90, peut ſe retrancher de ce 3e. Dividende partiel. Le retranchement étant fait, il reſte 12 ;

j'y joins le 4, dernier Chiffre du Dividende total, & j'ai 124 pour dernier Dividende partiel. Je mesure: Combien de fois 1 en 12? Il y est 12 fois; mais les produits que j'ai déja de 9, de 8, de 7, & de 6, me font voir que 6 est le dernier Chiffre du Quotient, dont le produit, 108, étant retranché de 124, laisse 16 de reste.

5e. Exemple.

Diviseur. 397.

Quotient. 7128 $\frac{318}{397}$.

397

49896
64152
21384
318. *Reste.*

Preuve 2830134.

Dividende. 2830134.

2779

511
397

1143
794

3494
3176

318. *Reste.*

Epreuves.

Produits de 397.
par 9. 3573.
par 8. 3176.
par 7. 2779.
par 3. 1191.
par 2. 794.

Le premier Dividende partiel étant 2830, qui a une figure de plus que le Diviseur, je mesure en disant; en 28 combien de fois 3? 9 fois; mais, par les épreuves, les produits de 9 & de 8 sont plus grands que 2830, & celui de 7 pouvant être retranché de ce Dividende partiel, je pose 7 pour premier Chiffre du Quotient. Son produit, 2779, étant retranché de 2830, il reste 51, où joignant le Chiffre 1, qui suit dans le Dividende total, j'ai 511 pour 2d. Dividende partiel. Je mesure: combien de fois 3 dans 5? une fois, & ne pouvant être moins, il n'y a pas d'épreuve à faire; je pose donc 1 pour 2d. Chiffre du Quotient. Le reste se fait dans le même ordre, qu'on a expliqué ci-dessus.

Cas où le Quotient a un ou plusieurs zéro.

§. 125. 6e. EXEMPLE.

Diviseur. 1906.

Quotient. 420. $\frac{617}{1906}$.

Preuve.

1906.
420 $\frac{617}{1906}$.

38120
7624
617. *Reste.*

801137.

Dividende. 801137.

7624

3873
3812

Reste. 617.

Epreuves.

Produits de 1906.
par 8. 15248.
7. 13342.
6. 11436.
5. 9530.
4. 7624.
3. 5718.
2. 3812.

Cet Exemple fournit l'occaſion de remarquer comment il peut venir des zéro au Quotient d'une Diviſion. Lorſqu'après avoir abaiſſé, au côté droit d'un Reſte, la figure qui ſuit dans le Dividende total, on a un Dividende partiel plus petit que le Diviſeur; le Diviſeur n'y étant pas contenu, c'eſt le cas de poſer un zéro au Quotient. Ainſi, dans l'Exemple ci-deſſus, le dernier Dividende partiel, 617, ne contenant pas le Diviſeur, on n'a pû mettre que 0 pour dernier Chiffre du Quotient.

7e. Exemple.

Diviſeur. 4806. *Dividende.* 240300973.

Quotient. 50000 $\frac{973}{4806}$. 24030

0973. *Reſte.*

Preuve.

4806 $\frac{973}{4806}$.

50000.

240300973.

Le premier Dividende partiel, 24030, contient le Diviſeur juſtement 5 fois, ainſi 5 eſt la 1re. figure du Quotient, ſans reſte. J'ai abaiſſé le 0 qui ſuit dans le Dividende total, ainſi le 2d. Dividende partiel a été 0, qui n'a pû donner que 0 pour 2de. figure du Quotient. Ayant enſuite abaiſſé le 9 qui ſuit, ce 9 ſeul a été le 3e. Dividende partiel qui auſſi n'a pu donner que 0 pour 3e. figure du Quotient. Abaiſſant encore le 7 qui ſuit dans le Dividende total à côté droit du 9, j'ai eu 97 pour 4e. Dividende partiel, qui auſſi n'a fourni que 0 pour 4e. figure du Quotient. Enfin abaiſſant le 3, dernier Chiffre du Dividende total, à côté de 97, j'ai eu 973 pour 5e. & dernier Dividende partiel, dans lequel le Diviſeur n'étant pas encore contenu, donne lieu de poſer encore 0 pour 5e. & derniere figure du Quotient.

Remarque générale.

§. 126. Vous le voyez donc, le premier Dividende partiel donne le premier chiffre du Quotient, & ce chiffre eſt toujours ſignificatif; & chacune des figures, qui ſuivent dans le Dividende total, donne auſſi une figure au Quotient, laquelle eſt ſignificative lorſque le Dividende partiel contient le Diviſeur, ou zéro lorſque le Dividende partiel ne contient pas le Diviſeur, ou eſt moindre que le Diviſeur.

8e. Exemple.

Diviſeur. 1908. *Dividende.* 95412318.

Quotient. 50006 $\frac{870}{1908}$. 9540

12318

11448

870. *Reſte.*

Le premier Dividende partiel, 9541, a fourni 5 pour premiere figure du Quotient, avec un de reſte. A côté de 1, ayant abaiſſé le chiffre 2, qui ſuit dans le Dividende total, j'ai eu 12 pour 2d. Dividende partiel, qui fournit 0 pour 2de. figure au Quotient. A côté de 12, j'abaiſſe le 3 qui ſuit dans le Dividende total, & j'ai 123 pour 3e. Dividende partiel, qui encore ne fournit que 0 pour 3e. figure du Quotient. A côté de 123, j'abaiſſe 1, chiffre ſuivant dans le Dividende total, & j'ai 1231 pour 4e. Dividende partiel, qui auſſi ne donne que 0 pour 4e. figure du Quotient. Enfin, à côté de 1231, j'abaiſſe 8, derniere figure du Dividende total, & j'ai 12318 pour 5e. & dernier Dividende partiel, qui fournit 6 pour 5e. & derniere figure du Quotient, puiſque le Diviſeur eſt contenu 6 fois dans 12318 avec 870 de reſte.

Cas où le Diviſeur eſt décimal.

§. 127. Lorſque le Diviſeur eſt décimal, l'on abrége la Diviſion en retranchant les zéro qui le terminent, & autant de figures de la droite du Dividende, pour ne diviſer que le nombre reſté à gauche par ce qui reſte à gauche du Diviſeur, comme dans l'Exemple ſuivant.

9e. Exemple.

Diviſeur. 3906000.
...

Quotient. 5016 $\frac{13710}{3906000}$
3906000

30096000
45144
15048

13710. *Reſte.*

19592509710. *Dividende.*

Dividende. 19592509710.
...

19530

6250
3906

23449
23436

Reſte. 13710.

J'ai marqué le retranchement par des points mis ſous les figures retranchées.

Par le retranchement preſcrit, le Dividende a été réduit à 19592509, & le Diviſeur à 3906; la diviſion a donné le même Quotient que ſi l'on n'eût point retranché de figures. Cela ſe démontre en raiſonnant comme ſus §. 107.

Remarquez que, pour avoir entiérement le Reſte de la Diviſion, au nombre 13 qui eſt reſté, j'ai joint les 3 figures retranchées [710], ce qui a donné 13710 pour le Reſte total de cette Diviſion.

§. 128. Voici comment l'on peut abréger les épreuves dans chaque Dividende partiel : ſi le Diviſeur eſt 34 ; comme il eſt plus près de 30 que de 40, on demande combien de fois 3 eſt contenu dans le premier ou les deux premiers chiffres du Dividende partiel, & l'on fait les épreuves preſcrites. Si le Diviſeur eſt 36, alors, étant plus près de 40 que de 30, on demande combien il y a de fois 4, en faiſant auſſi les épreuves preſcrites. Il en eſt de même ſi le Diviſeur eſt 346, 3468, &c. car étant plus près de 300 ou de 3000 que de 400 ou de 4000, on demandera ſeulement combien 3 eſt de fois dans le premier ou les deux premiers chiffres du Dividende partiel, & on fera les épreuves. Et ſi le Diviſeur eſt 368, ou 3684, &c. c'eſt-à-dire, plus près de 400 ou de 4000 que de 300 ou de 3000, on demandera combien 4 eſt de fois dans le premier ou les deux premiers chiffres du Dividende partiel, faiſant auſſi les épreuves. Par cette méthode l'on n'aura ordinairement qu'une ou deux épreuves à faire, & très ſouvent une ſeule. Maniere de ſe faciliter l'opération de *Meſurer*.

§. 129. Voici un moyen bien ſimple de faciliter la Diviſion. Ayant une Diviſion à faire, multipliez le Diviſeur par 2, par 3, par 4, par 5, par 6, par 7, par 8, & par 9 ; & rangez tous ces produits de maniere que chacun ſoit à côté du chiffre qui l'a formé. Enſuite, dans chaque Dividende partiel, cherchez celui de ces produits qui en approche le plus ou qui lui eſt égal, car c'eſt le chiffre qui l'a formé qu'il faut mettre au Quotient. On comprend bien, ſans doute, qu'il ne faut pas prendre un produit ſupérieur au Dividende partiel, puiſqu'alors la ſouſtraction ne pourroit ſe faire. Si aucun de ces produits n'eſt égal ou inférieur au Diviſeur, cela montre qu'il faut mettre le chiffre (1) au Quotient, à moins que le Dividende partiel ne fut inférieur au Diviſeur, auquel cas on doit mettre un 0 au Quotient comme on l'a dit ci-devant. Moyen de ſe faciliter la Diviſion.

§. 130. On préviendra les erreurs dans la Diviſion en examinant, à chaque Souſtraction, ſi le reſte, au lieu d'être inférieur au Diviſeur, §. 108, ne lui eſt point égal ou ſupérieur ; car, dans l'un & l'autre cas, on auroit erré en meſurant, multipliant ou ſouſtraiſant. Maniere de connoître & de prévenir les erreurs dans la Diviſion.

§. 131. Après avoir expoſé toute la Théorie de la Diviſion, il eſt néceſſaire de dire que les Arithméticiens, rompus dans l'Art, pratiquent la même méthode en abrégeant le nombre des chiffres ; c'eſt-à-dire, qu'ils ne poſent pas, ſous chaque Dividende partiel, le produit de la multiplication du Diviſeur, mais qu'ils ſouſtraiſent à meſure qu'ils multiplient. Comme il eſt plus aiſé de faire entendre verbalement, je me borne à donner ici le 5e. Exemple abrégé de cette maniere. La méthode générale & univerſelle de diviſer, abrégée par les Praticiens.

Diviſeur. 397. *Dividende.* 2830134.

Quotient. 7128 $\frac{318}{397}$.

511
1143
3494.
318. *Reſte.*

Qu'on ſe ſervira, dans cet Ouvrage, de cette Diviſion abrégée.

Les jeunes Gens devant s'appliquer à diviſer de cette maniere, j'avertis ici que, dans la ſuite de cet Ouvrage, lorſqu'il ſera queſtion d'une Diviſion, je la ferai par cette méthode abrégée. On pourroit même abréger d'avantage le nombre des chiffres, comme vous voyez ici où je répéte encore le même 5e. Exemple.

Maniere plus abrégée.

Diviſeur. 397. *Dividende.* 2830134.

Quotient. 7128 $\frac{318}{397}$.

51498
1141
3
3

NB. Qu'à chaque Souſtraction, on met un point ſous le chiffre dont il ne reſte rien, ce qui ſert à diſtinguer les chiffres déja employés d'avec ceux qui ne le ſont pas encore ci-deſſus §. 90.

Preuve de la Diviſion par une autre Diviſion.

§. 132. On a démontré qu'une diviſion ſe peut prouver par une autre, en diviſant le Dividende par le Quotient, ce qui donnera le premier Diviſeur dans le ſecond Quotient, avec le même Reſte. Ainſi, pour prouver la Diviſion ci-deſſus, je prens le Quotient, 7128, pour Diviſeur du même Dividende, —— 2830134.

Et j'ai un 2d. Quotient, 397, qui eſt le 1er. Diviſeur. 69173
50214
avec le même Reſte 318.

Comment la Diviſion ſert de preuve à la Multiplication.

§. 133. Comme la Diviſion ſe prouve ordinairement par la Multiplication, ainſi qu'on l'a vû dans tous les Exemples qui précédent, qu'on l'a démontré ſus §. 88; de même la Multiplication ſe prouve par la Diviſion.

Soit l'Exemple de Multiplication, ſus §. 71, à prouver par la Diviſion; je le fais de deux manieres.

I°. Je diviſe le produit, P. 75486248, par le Multiplicateur, B. 2468.

14462 — Le Quotient eſt le Multiplicande, A. 30586.
21224
14808
0000

II°. Je diviſe le produit, P. 75486248, par le Multiplicande A. 30586.

143142 — Le Quotient eſt le Multiplicateur, B. 2468.
207984
244688
00000

Démonſtration.

§. 134. I. En diviſant P, le produit de toute Multiplication, par B, le Multiplicateur; on trouve combien de fois B eſt dans P, ſus §. 79 : Or P contient le multiplicateur, B, autant de fois que l'Unité eſt dans A, ſus §. 60. Donc le Quotient de P, diviſé par B, doit être A.

II. En diviſant P, par A; on trouve combien de fois A eſt dans P : Or P contient A, autant de fois que l'Unité eſt dans B, ſus §. 60. Donc le Quotient de P, diviſé par A, doit être B.

Il eſt donc démontré que ſi l'on diviſe le Produit de toute Multiplication par le Multiplicateur, l'on aura le Multiplicande dans le Quotient; & que ſi on le diviſe par le Multiplicande, l'on aura dans le Quotient le Multiplicateur.

Un Nombre étant donné, & l'une de ſes deux Racines, trouver l'autre.

§. 135. Il ſuit de-là que ſi l'on donne un Produit, P, & l'un de ſes deux Nombres *produiſans*, *générateurs*, ou, ce qui eſt la même choſe, l'une de ſes deux *Racines*, on trouvera l'autre en diviſant P par la Racine connue. Ainſi ayant diviſé P, 75486248, par B, 2468, qui eſt l'une de ſes Racines, l'on a trouvé A. 30586, qui eſt l'autre Racine.

Et réciproquement, ayant diviſé le même P, 75486248, par A, 30586, l'une de ſes Racines, l'on a trouvé l'autre, ſavoir B, 2468.

Des Nombres *compoſés*, & des Nombres *ſimples* ou *premiers*.

§. 136. On a expliqué ci-devant, §. 65, les termes de *Nombres produiſans*, *Racines* ou *Générateurs*, de même que ceux de *Multiple* & *Sous-multiple*; nous ajoutons ici que le *Produit* de toute Multiplication eſt auſſi nommé *Nombre compoſé*, par oppoſition à tout nombre qui ne peut être le produit de deux autres nombres, & qui, à cauſe de cela, ſe nomme nombre *ſimple* ou *premier*. Ainſi 6 eſt un nombre *compoſé* ou *multiple*, parce qu'il eſt le produit de 2 par 3; mais 5 eſt un nombre *ſimple* ou *premier*, parce qu'il n'a point de *Racines*, ne pouvant être le produit de deux nombres entiers l'un par l'autre.

Quand les nombres ſont petits, il eſt aiſé de voir s'ils ſont ſimples ou compoſés; ainſi les nombres, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, &c. ſont des

nombres *ſimples* ou *premiers* : mais les nombres, 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, &c. ſont des nombres *compoſés* ou *multiples*.

Racines diverſes du même nombre.

§. 137. Il eſt facile de remarquer qu'un nombre compoſé peut l'etre diverſement ; c'eſt-à-dire, avoir des Racines diverſes : Ainſi le nombre compoſé, 24, peut être conçu comme formé des Racines, 2 & 12, ou 3 & 8, ou 4 & 6, parce que $2 \times 12 = 3 \times 8 = 4 \times 6 = 24$.

Racines égales.

§. 138. Les Racines d'un nombre compoſé peuvent être égales, comme celles du nombre 9, qui ſont 3 & 3, car $3 \times 3 = 9$: Celles du nombre 16, qui ſont 4 & 4, $4 \times 4 = 16$; quoique 16 ait auſſi 2 & 8 pour Racines, puiſque $2 \times 8 = 16$.

Qu'un nombre compoſé ou multiple peut avoir plus de deux Racines ou ſous-multiples.

§. 139. Le plus petit nombre compoſé ou multiple eſt 4, dont les Racines ou ſous-multiples ſont 2 & 2 ; & le plus petit nombre ſimple ou premier eſt 2. Au reſte, un nombre compoſé peut avoir plus de deux Racines ou ſous-multiples. Ainſi, on peut concevoir trois Racines dans le nombre 8, ſavoir, 2, 2 & 2 ; car $2 \times 2 \times 2 = 8$. On peut de même concevoir trois Racines dans le nombre 24, ſavoir, 2, 3, 4 ; car $2 \times 3 \times 4 = 24$. Et comme ces trois Racines ſont inégales, ce ſont trois différens ſous-multiples du nombre 24. Plus un nombre compoſé eſt grand, plus on peut y concevoir de Racines, & par conſéquent de ſous-multiples.

Comment ſe fait la compoſition & décompoſition des nombres.

§. 140. Il eſt aiſé de voir comment ſe fait la compoſition & décompoſition des nombres.

I. Pour la compoſition : Si l'on veut un nombre compoſé de ces quatre Racines, 3, 9, 11, & 16 ; l'on multiplie 1°. 3 par 9 ; 2°. le produit, 27, par 11 ; 3°. le produit, 297, par 16, & l'on trouve le nombre compoſé 4752. On fera de même pour autant de Racines qu'on voudra.

II. Pour la décompoſition : Je diviſe le nombre compoſé, 4752, par l'une de ſes Racines, & le Quotient donne le produit des trois autres Racines. Ainſi diviſant 4752 par 16, l'une de ſes Racines, j'ai 297 ; qui étant diviſé par 11, qui eſt une autre des Racines, donne le quotient 27, qui n'eſt plus que le compoſé de deux autres Racines données : diviſant donc 27 par l'une de ces deux Racines, l'on aura l'autre, ſus §. 135.

NB. Ce ſont-là des premiers principes qu'il ſuffit, pour le préſent, d'indiquer ; on en verra ailleurs l'application & l'uſage.

Comparaiſon de la Multiplication & de la Diviſion, & uſages de ces deux Regles.

Que la Multiplication & la Diviſion ſont deux opérations contraires.

§. 141. Par tout ce qu'on a vû, il eſt aiſé de comprendre que la multiplication & la Diviſion ſont préciſément le contraire l'une de l'autre : l'une aſſemble, l'autre partage. Quand je multiplie 12 par 4, je prends ou j'aſſemble 4 fois 12, ce qui donne le produit 48 : voilà la Multiplication.

Quand je diviſe 12 par 4, je partage 12 en 4 parties égales, ou je cherche

combien 4 eſt contenu de fois en 12, & il réſulte le Quotient 3, qui marque que 4 eſt contenu trois fois en 12, & que le quart de 12 eſt 3 : voilà la Diviſion.

§. 142. D'où il ſuit que la Multiplication donne un produit qui contient le Multiplicande autant de fois que le Multiplicateur contient d'unités ; au lieu que la Diviſion donne un Quotient plus petit que le Dividende autant de fois qu'il y a d'unités dans le Diviſeur. Principe.

Il ſuit encore de-là, 1°. que le produit de toute Multiplication eſt plus grand ou plus petit, ſelon que le Multiplicateur eſt plus grand ou plus petit ; mais que le Quotient de toute Diviſion eſt plus grand, ſelon que le Diviſeur eſt plus petit ; ou plus petit, ſelon que le Diviſeur eſt plus grand. Conſéquences.

2°. Que ſi l'on diviſe le produit d'une Multiplication par le Multiplicateur, l'on aura le Multiplié dans le Quotient ; parce qu'alors l'on aura diminué le produit de la Multiplication autant de fois qu'on avoit augmenté le nombre à multiplier.

3°. Que ſi l'on diviſe le produit d'une Multiplication par la moitié, le tiers, &c. du Multiplicateur, le Quotient ſera le double, le triple, &c. du Multiplié ; & que ſi l'on diviſe par le double, le triple, &c. du Multiplicateur, le Quotient ſera la moitié, le tiers, &c. du Multiplié.

En général, le Quotient contiendra toujours le Multiplié autant de fois que le Diviſeur ſera contenu dans le Multiplicateur ; ou le Quotient ſera contenu dans le Multiplié autant de fois que le Diviſeur contiendra le Multiplicateur.

§. 143. Donnons préſentement quelques exemples familiers qui ſervent à faire comprendre l'uſage de ces deux Regles, la Multiplication & la Diviſion, & à diſtinguer les cas où l'on doit ſe ſervir de l'une ou de l'autre. Réduction des Florins & des Livres en Sols & Deniers.

S'il eſt queſtion de réduire 487 Florins en ſols : puiſque le Florin vaut 12 ſols, il eſt clair que le nombre des ſols doit être 12 fois celui des Florins.

Il faut donc multiplier les 487 Florins
par 12

974
487

Le produit donne 5844 ſols.

Enſuite, puiſque le ſol vaut 12 deniers, il eſt clair que le nombre des deniers doit être 12 fois celui des ſols.

Il faut donc multiplier les 5844 sols
par 12

11688
5844

Ce qui donnera 70128 deniers.

De même, s'il eſt queſtion de réduire des Livres en Sols & en Deniers, excepté que la livre ayant 20 sols, il faudra multiplier les livres par 20, nombre des sols qu'elle contient.

Soit 4356 Livres à réduire;
Multipliez par 20

Le produit eſt 87120 sols.
& par 12

Vous avez 1045440 deniers.

Réduire des Deniers en Sols, & les Sols en Florins ou en Livres.

§. 144. Au contraire, ſi vous avez ces 1045440 Deniers à reduire en Sols, il eſt viſible que le nombre des sols doit être 12 fois plus petit que celui des deniers; il faut donc diviſer par 12, c'eſt-à-dire (ſus §. 97), prendre la 12me. partie de 1045440 deniers,
ce qui donne 87120 sols.

Et pour réduire 87120 sols en Livres, il faut diviſer ce nombre par 20; ce qui ſe fait comme il eſt enſeigné, ſus §. 101. Ainſi 87120 Sols
donnent 4356 Livres.

S'il s'agit de 70128 Deniers à réduire en Sols, & les sols en Florins, la 12me. partie de . . . . . 70128 Deniers
donne . . 5844 Sols.
Et la 12me. partie de ces Sols donne 487 Florins.

Réduction des Livres de Geneve en petits Sols, & le contraire.

§. 145. S'il s'agit de réduire 4356 Livres de Geneve en petits Sols ou Sols communs de cette Ville, il faut ſavoir que la Livre vaut 42 de ces Sols; qu'ainſi le nombre des sols doit être 42 fois celui des Livres.

Multipliez donc les 4356 Livres
par 42

8712
17424

Ce qui donne 182952 Sols communs.

Au contraire pour réduire en Livres ces 182952 Sols,

diviſez-les par 42.

Le Quotient donne 4356 Livres.

182952
149
235
252
00

§. 146. Quand on a réduit les Livres de Geneve en petits Sols, on peut enſuite en faire des Florins, en les diviſant par 12, c'eſt-à-dire, en prenant la 12me. partie. Ainſi ayant trouvé que 4356 Livres font 182952 Sols communs, j'en prends la 12me. partie qui donne 15246 Florins pour valeur des 4356 Livres. Réduire les Livres de Geneve en Florins, & le contraire.

Donc, pour réduire une ſomme de Livres de Geneve en Florins de ladite Ville, il faut 1°. la multiplier par 42, & diviſant 2°. le produit par 12, le Quotient donnera les Florins.

Au contraire, pour réduire une ſomme de Florins de Geneve en Livres de ladite Ville, il faut, 1°. la multiplier par 12, & 2°. diviſer le produit par 42, le Quotient donnera les Livres.

Ainſi, multipliant les 15246 Florins
par 12

ce qui donne 182952 Sols communs, que je diviſe
par 42.

je trouve les 4356 Livres

149
235
252
00

NB. J'indiquerai ailleurs une méthode plus abrégée pour faire cette réduction.

§. 147. Si l'on doit réduire en Onces, en Deniers, & en Grains, la ſomme de 486 Marcs de Dorures ou Argenterie; Réduire des Marcs en Onces, Deniers & Grains.

Multipliez 1°. par 8, parce qu'un Marc eſt un poids de 8 Onces.

vous aurez 3888 Onces.

2°. Ces Onces par 24, parce qu'une Once eſt un poids de 24 Deniers.

15552
7776

ce qui donne 93312 Deniers.

3°. Ces Deniers par 24 encore, parce qu'un Den. eſt un poids de 24 Grains.

373248
186624

vous aurez 2239488 Grains.

Vous voyez que pour faire ces réductions, il faut savoir les subdivisions des choses qu'on veut réduire : or ces subdivisions sont des institutions établies & en usage. Nous aurons soin d'en expliquer plusieurs à mesure que nous expliquerons les Regles générales qui les concernent toutes, bien que ces subdivisions ne soient pas les mêmes dans chaque lieu.

Réduire des Grains en Deniers, en Onces, & en Marcs.

§. 148. Pour réduire en Den. 2239488 Grains,

divisez par 24; car autant de fois 24 Grains, c'est autant de Deniers. Le Quotient est 93312 Deniers.

```
 .......
  79
  74
   28
    48
     0
 ------
 93312 Deniers,
 213
  211
  192
   00
 ------
```

Divisant ensuite ces par 24.

Le Quotient est 3888 Onces,

parce qu'autant de fois 24 Deniers, c'est autant d'Onces.

Enfin, divisant les Onces par 8, c'est-à-dire, prenant la 8me. partie de 3888 Onces,

l'on trouve 486 Marcs, puisque chaque fois 8 Onces est un Marc.

Ces exemples sont suffisans pour faire entendre toutes les autres Réductions sur des Monnoies & des Poids différens, de même que sur toutes sortes de Mesures.

Multiplications & Divisions successives ou continues.

En quoi consistent les Multiplications & Divisions successives ou continues.

§. 149. Quand on multiplie un nombre quelconque, par exemple, par A, le produit par B, ce second produit par C, & ainsi de suite; on appelle ces opérations des *Multiplications successives* ou *continues* : De même quand on divise un nembre quelconque, par exemple, par A, le Quotient par B, ce second Quotient par C, & ainsi de suite; on nomme ces opérations des *Divisions successives* ou *continues*.

1°. Multiplications successives; Principe là-dessus.

§. 150. Soit le nombre 4 multiplié, 1°. par 3; le produit est 12. Multipliez 2°. ce produit (12) par 4, vous aurez 48 pour second produit, qui 3°. étant multiplié par 5, donne 240 pour 3me. produit. Artêtons-nous ici, & remarquons que le 1er. produit (12) est trois fois le nombre 4; que le 2d. produit (48) est 4 fois le premier : or le premier produit est 3 fois le nombre 4, donc le second est 4 fois 3 fois, savoir 12 fois, le même nombre 4. Ensuite ayant multiplié ce second produit (48) par le 3me. nombre 5, on a eu 5 fois 48. Or 48 étant 12 fois le nombre 4, il suit que 5 fois 48 est égal à 5 fois 12 fois, ou 60 fois 4.

Si donc on multiplie le nombre 4 par 60 : on trouve le même produit qu'en le multipliant ſucceſſivement par 3, par 4, & par 5. Or ces trois nombres, 3, 4 & 5 ſont les Racines de 60 qui eſt leur compoſé. D'où je tire ce principe : *Lorſqu'on doit multiplier un nombre quelconque par pluſieurs nombres ſucceſſivement, ſavoir par A, le produit par B, le ſecond produit par C, le 3e. produit par D, &c. on peut, au lieu de ces multiplications ſucceſſives, ne faire qu'une ſeule multiplication par le nombre compoſé qui réſulte des multiplicateurs donnés.*

§. 151. Quant aux Diviſions ſucceſſives, lorſque je diviſe 240 par 5, le Quotient eſt 48 ; ce Quotient (48) étant diviſé par 4, donne 12 pour ſecond Quotient, qui diviſé par 3 donne 4 pour 3me. Quotient. Arrêtons-nous de même ici, & remarquons que le 1er. Quotient (48) eſt la 5me. partie du nombre 240 ; que le ſecond Quotient (12) eſt le quart du premier : Or le premier Quotient eſt la cinquieme partie du nombre 240. Donc le ſecond eſt le quart de la 5me., ſavoir, la 20me. partie du même nombre ; c'eſt-à-dire, que le 1er. Quotient étant contenu 5 fois dans 240, le ſecond y eſt contenu 20 fois. Enſuite, ayant diviſé ce ſecond Quotient (12) par le troiſieme nombre 3, on a eu le tiers de 12. Or 12 étant la vingtieme du nombre 240, il ſuit que le tiers de 12, eſt la ſoixantieme de 240 ; c'eſt-à-dire, que 12 étant contenu 20 fois dans 240, il ſuit que le tiers de 12 doit y être contenu 60 fois ; & par conſéquent, que ſi l'on diviſe 240 par 60, on trouve le même Quotient qu'en le diviſant ſucceſſivement par 5, par 4, & par 3. Or ces trois nombres, 3, 4 & 5, ſont les Racines de 60 qui eſt leur compoſé. D'où je tire ce principe : *Lorſqu'on doit diviſer un nombre quelconque par pluſieurs nombres ſucceſſivement, ſavoir, par A, le Quotient par B, le ſecond Quotient par C, le troiſieme Quotient par D, &c. on peut, au lieu de ces Diviſions ſucceſſives, ne faire qu'une ſeule Diviſion par le nombre compoſé qui réſulte des Diviſeurs donnés.*

2e. Diviſions ſucceſſives ; Principe là-deſſus.

§. 152. Voici quelques Exemples de l'uſage de ces Principes.

Pour réduire tout d'un coup en Deniers les 487 Florins de l'Exemple ſus §. 143, où l'on a multiplié ſucceſſivement deux fois par 12, nous n'avons par le principe, ſus §. 150, qu'à multiplier les 487 Florins par le nombre compoſé de 12 par 12, qui eſt 144

Uſage de ces Principes.

1948
1948
487

L'on trouve de même . . . . . 70128 Deniers.

En effet, le Florin étant compoſé de 12 Sols, chacun de 12 Deniers, doit contenir 144 Deniers.

Au contraire, pour réduire tout d'un coup en Florins ces 70128 Deniers, ſans diviſer ſucceſſivement deux fois par 12, comme ſus §. 144,

diviſez 70128 Deniers
par 144 compoſé de 12 par 12 par le principe, 1252
——— §. 151. 1008
000

Et vous trouverez 487 Florins.

En effet, autant de fois 144 Deniers ſont autant de Florins.

De même, pour réduire tout d'un coup en Deniers les 4356 Livres de l'Exemple, ſus §. 145, où l'on a multiplié ſucceſſivement par 20 & par 12, l'on n'a qu'à multiplier ces 4356 Livres

par 240, compoſé de 20 par 12.

174240
8712

L'on trouve de même 1045440 Deniers : en effet, la Livre a 20 fois 12 Deniers, qui ſont 240 Deniers.

Au contraire, pour reduire tout d'un coup en Livres ces 1045440 Deniers, ſans diviſer ſucceſſivement par 12 & par 20, comme ſus §. 144, diviſez par 240, compoſé de 20 par 12, ces 1045440 Deniers.

854
Le Quotient donne 4356 Livres. 1344
1440
000

Autre Exemple. Ci-deſſus §. 147. On a réduit 486 Marcs en Onces, en Deniers, & en Grains, en multipliant ſucceſſivement par 8, par 24, & par 24; mais l'on peut réduire tout d'un coup en Grains ces 486 Marcs, en les multipliant par 4608, qui eſt le nombre compoſé réſultant des Multiplicateurs 8, 24, & 24.

Multipliez donc 486 Marcs,
par 4608

Ou, plus commodement,
les 4608
par 486

27648
36864
18432

L'on trouve, comme ſus §. 147, 2239488 Grains.

Et

Et pour réduire tout d'un coup en Marcs, ces 2239488 Grains, au lieu de diviſer ſucceſſivement par 24. par 24, & par 8, comme ſus §. 148, diviſez par leur compoſé, 4608, ces 2239488 Grains,

39628
Le Quotient donne 486 Marcs. 27648
0000

§. 153. Je finis en faiſant remarquer qu'il eſt indifférent, pour multiplier & pour diviſer, quelque ordre que l'on prenne à l'égard des Racines. Ainſi que l'on multiplie dans cet ordre, 3 × 4 × 5; ou dans celui-ci 4 × 5 × 3; ou dans cet autre, 5 × 3 × 4, le nombre compoſé qui en réſulte eſt toujours 60. Remarque.

Notions générales ſur les Raiſons & Proportions.

§. 154. Comme tous les calculs ſont fondés ſur la Proportion, & en dépendent, il eſt important, avant d'aller plus loin, d'en donner ici les Notions générales, pour ſervir de principes à ce qu'on établira dans la ſuite. Mais on n'épuiſera point la matiere : on ſe bornera, pour le préſent, à ce qu'il faut ſavoir pour bien ſaiſir ce que l'on expoſera & démontrera ſur l'Arithmétique pratique & ordinaire. Ailleurs on pourra en traiter avec plus d'étendue. But qu'on ſe propoſe ici.

§. 155. Quand on compare, l'un avec l'autre, deux nombres que je déſigne par les lettres A & B, il s'agit de l'une de ces deux choſes, ou de voir combien l'un de ces deux nombres eſt plus grand que l'autre, ou combien de fois l'un eſt contenu dans l'autre. Dans le premier cas, on n'a qu'à retrancher le moindre nombre du plus grand, & le reſte eſt la *difference*, ou ce que l'un a de plus ou de moins que l'autre : c'eſt ce qu'on nomme *Raiſon* ou *Rapport Arithmétique*, c'eſt-à dire, *Numérique*. Notion générale. Il y a deux ſortes de Raiſons; l'une *arithmétique*, l'autre *geométrique*.

Dans le ſecond cas, il faut diviſer le grand nombre par le moindre, pour trouver combien de fois celui-ci eſt contenu dans celui-là : c'eſt ce qu'on nomme *Raiſon* ou *Rapport Géométrique*, c'eſt-à-dire, *de meſure*.

§. 156. Toute Raiſon a, comme on voit, deux termes, puiſqu'il eſt queſtion de la comparaiſon entre deux nombres ou *Quantités*. Le premier terme eſt nommé *Antécédent*, & le ſecond *Conſéquent*. Termes : Antécédent & Conſéquent.

Comme c'eſt de la Raiſon géométrique dont il s'agit ordinairement, on la nomme ſimplement *Raiſon* ou *Rapport* ſans autre dénomination; nous nous conformerons à cet uſage : nous nous expliquerons lorſqu'il ſera queſtion de la Raiſon Arithmétique. Avis.

§. 157. Dans toute Raiſon l'Antécédent & le Conſéquent peuvent être égaux ou inégaux. S'ils ſont égaux, on la nomme raiſon d'*égalité*, comme la Raiſon de 1 à 1, de 2 à 2, de 3 à 3, &c. Raiſon d'*égalité* & d'*inégalité*.

Raiſon *majeure* & *mineure.*

Si les termes ſont inégaux, c'eſt une Raiſon d'*inégalité*, laquelle eſt de deux ſortes ; *majeure*, ſi l'Antécédent eſt le plus grand terme, & *mineure*, s'il eſt le moindre.

Ainſi la Raiſon de 6 à 3 eſt majeure, & celle de 3 à 6 eſt mineure. La Raiſon majeure eſt donc celle dont l'Expoſant eſt au-deſſus d'un, & la mineure celle où il eſt au-deſſous.

Valeur de la Raiſon qu'on nomme l'*Expoſant.*

§. 158. Pour connoître la valeur d'une Raiſon, il faut diviſer le grand terme par le moindre. Le Quotient ſe nomme l'*Expoſant*, parce qu'il indique la valeur de la Raiſon ; mais avec cette obſervation que, dans le cas où l'Antécédent eſt le terme ſupérieur, le Quotient marque que la Raiſon vaut une certaine quantité de fois un, & alors elle eſt majeure ; & dans le cas où l'Antécédent eſt le terme inférieur, le Quotient marque que la Raiſon vaut une certaine partie de l'Unité, & alors elle eſt mineure. Par exemple, la Raiſon de 6 à 3 vaut deux, où l'Expoſant de cette Raiſon eſt 2 ; mais la Raiſon de 3 à 6 vaut $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, la moitié d'un, ainſi l'Expoſant de cette Raiſon eſt $\frac{1}{2}$.

Autre Exemple. La Raiſon de 12 à 4, ou de 9 à 3, a 3 pour Expoſant ; mais la raiſon de 4 à 12, ou de 3 à 9, a $\frac{1}{3}$ ou le tiers d'un pour Expoſant, & ainſi des autres : $\frac{6}{3}$, $\frac{12}{4}$, ſont des Raiſons majeures ; mais $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{12}$, ſont des Raiſons mineures.

Expoſant de la Raiſon d'égalité.

§. 159. Il ſuit de-là que la Raiſon d'égalité a 1 pour Expoſant, parce que les termes etant égaux, le Quotient qui réſulte de la Diviſion de l'un par l'autre eſt néceſſairement 1. §. 85.

Comment on exprime les Raiſons.

§. 160. Toute Raiſon peut s'exprimer en deux manieres ; la premiere en mettant les deux termes à côté l'un de l'autre, ſéparés par un point : alors le premier terme eſt l'*Antécédent*, l'autre le *Conſéquent.*

La ſeconde maniere d'exprimer une Raiſon eſt de poſer l'Antécédent ſur une petite ligne, & le Conſéquent deſſous ; ainſi la Raiſon de 9 à 3 s'exprime ainſi ; 9 - 3, ou $\frac{9}{3}$. La Raiſon de 3 à 9 ſera donc ainſi ; 3 - 9 ou $\frac{3}{9}$. En général, A-B ou $\frac{A}{B}$, marque la raiſon de A à B, ſoit que l'Antécédent, A, ſoit plus petit ou plus grand que le Conſéquent, B. Si $A = B$, alors $\frac{A}{B} = \frac{B}{A} = 1$, parce que A eſt une fois dans B, ou B une fois dans A.

Raiſons égales, ou la même Raiſon exprimée avec des termes différens.

§. 161. Puiſque la Raiſon, ou le Rapport géométrique entre deux termes, conſiſte dans la quantité de fois que l'un eſt contenu dans l'autre, il eſt facile de voir que toute Raiſon peut être exprimée par une infinité de nombres différens ; & qu'ainſi des Raiſons peuvent être égales, bien que les termes ſoient différens, pourvû qu'elles aient le même Expoſant ; car l'Expoſant marque la valeur de la Raiſon, ſuſ §. 158. Ainſi ces Raiſons ſont égales ; $\frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4} = \frac{20}{5} = \frac{24}{6}$, &c. à l'infini, parce que, dans chacune, l'Expoſant eſt 4.

De même encore celles-ci ; $\frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \frac{12}{4} = \frac{15}{5}$, &c. parce que, dans chacune, l'Expoſant eſt 3.

Puiſque l'Expoſant marque la valeur de la Raiſon, il eſt clair que ces dernieres, dont l'Epoſant eſt 3, valent moins que les précédentes, dont l'Expoſant eſt 4.

Ces Raiſons ſont encore égales ; $\frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20}$, &c. parce que dans chacune l'Expoſant eſt *un quart*, de même que celles-ci ; $\frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{5}{15}$, &c. dont l'Expoſant eſt *un tiers*.

Signe d'inégalité.

§. 162. Comme il y a un ſigne d'égalité, il y en a auſſi un d'inégalité. Pour exprimer que A eſt plus grand que B, je le marque ainſi, A > B ; & ſi A eſt plus petit que B, je l'exprime ainſi, A < B. Vous voyez que la quantité qui eſt du côté de l'ouverture du ſigne eſt la plus grande, & que celle qui eſt du côté de la pointe eſt la plus petite. Ainſi encore, $\frac{9}{3} > \frac{8}{4}$, ſignifie que la Raiſon de 9 à 3 eſt plus grande que celle de 8 à 4 ; & $\frac{8}{4} < \frac{9}{3}$, marque que la Raiſon de 8 à 4 eſt plus petite que celle de 9 à 3.

Des Raiſons exactes & inexactes.

§. 163. Il eſt aiſé de voir que, parmi les Raiſons d'inégalité, il y en a dont le plus grand terme eſt multiple de l'autre, & alors la Diviſion du plus grand terme par le moindre, pour trouver l'Expoſant, ſe fait exactement, c'eſt-à-dire, ſans reſte : Ces ſortes de Raiſons ſont exactes, telles ſont les ſuivantes : $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{12}{4} = 3$, $\frac{30}{5} 6$, &c. Raiſons exactes majeures. $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$, $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$, $\frac{5}{15} = \frac{1}{6}$, &c. Raiſons exactes mineures.

Mais quand la Diviſion du plus grand terme par le moindre n'eſt pas exacte, qu'elle a un reſte ; ces raiſons ſont *inexactes*, comme les ſuivantes :

$\frac{4}{3}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{18}{8}$, &c. Raiſons inexactes majeures.

$\frac{3}{4}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{8}{18}$, &c. Raiſons inexactes mineures.

Que la valeur de toute Raiſon ne change point quand on augmente ou diminue également les deux termes.

§. 164. Puiſque la valeur de toute Raiſon conſiſte dans ſon Expoſant, & que l'Expoſant exprime le nombre de fois que le moindre terme eſt contenu dans le grand, ou le Quotient du grand terme diviſé par le moindre, §. 158, il ſuit du Principe §. 104, que l'on peut augmenter ou diminuer les deux termes d'une Raiſon ſans en changer la valeur, pourvû qu'on les augmente ou diminue également, ce qui ſe fait par la Multiplication pour augmenter, & par la Diviſion pour diminuer, ſuivant le Principe §. 106. Voici des exemples.

Soit la Raiſon $\frac{6}{2} = 3$, ſi je multiplie les termes, chacun par le même nombre 2, 3, 4, &c. j'aurai les Raiſons égales $\frac{12}{4} = \frac{18}{6} = \frac{24}{8}$, &c. puiſque l'Expoſant reſte toujours 3.

Soit auſſi la Raiſon $\frac{48}{16} = 3$, ſi je diviſe les deux termes, chacun par le même nombre 2, 4, 8, 16, j'aurai les Raiſons égales $\frac{24}{8} = \frac{12}{4} = \frac{6}{2} = \frac{3}{1}$, puique l'expoſant reſte toujours 3.

Notez qu'il eſt évident que, quoique les Exemples ſoient des Raiſons qui ont 3 pour Expoſant, la Propoſition eſt générale pour toute Raiſon qui aura un autre Expoſant, parce qu'on y pourra toujours appliquer la même Méthode.

Remarquez que bien que dans ces Exemples il s'agisse de Raisons exactes, ils ne laissent pas de prouver la même chose pour des Raisons inexactes : soit la Raison inexacte $\frac{3}{2}$ dont la valeur est *un & demi*, si l'on multiplie les termes par 2, 3, &c. l'on a les Raisons égales $\frac{6}{4} = \frac{9}{6}$, qui, chacune, valent aussi *un & demi*.

Réduire une Raison en ses moindres termes.

§. 165. Lorsqu'on divise les deux termes d'une Raison par le même nombre, on l'a réduit à de moindres termes sans en changer la valeur, comme on vient de le prouver. Et comme il convient ordinairement que la Division se fasse exactement, afin que les moindres termes soient des nombres entiers, l'on divise les deux termes de la Raison par leur *commun-diviseur*, c'est-à-dire, par le nombre qui les divise, chacun, exactement. Et parce qu'il arrive souvent que les deux termes d'une Raison ont plusieurs *communs-diviseurs*, & qu'il s'agit pour l'ordinaire de réduire une Raison en ses *moindres termes*, pour avoir sa plus simple expression, il faut en diviser les termes par leur *plus grand commun-diviseurs*, qu'on appelle aussi leur *plus grande commune-mesure* ; car plus le Diviseur est grand, plus le Quotient est petit, §. 142. *Exemple :* Les termes de la Raison $\frac{48}{16}$ ont ces quatre communs-diviseurs, 2, 4, 8 & 16 ; il est clair que la Division de 48 & 16 par 16 donnera les plus petits Quotients, & par conséquent les moindres termes de la Raison $\frac{48}{16}$, 16 étant leur plus grand commun-diviseur, c'est-à-dire le plus grand nombre par lequel on puisse les diviser exactement.

Commun-diviseur.

La plus grande commune-mesure, ou le plus grand commun-diviseur.

Divisant donc 48 & 16, par 16, on a les moindres termes 3 & 1 ; donc $\frac{48}{16} = \frac{3}{1}$, puisque le même Exposant, 3, subsiste.

Autre Exemple. Soit la Raison $\frac{16}{24}$ à réduire en ses moindres termes. Je considere que 16 & 24 ont trois communs-diviseurs, qui sont, 2, 4 & 8 : je divise par le plus grand, savoir par 8, en prenant la huitieme de 16 & de 24, & j'ai $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$ qui sont ses moindres termes.

Les nombres qui n'ont point de commun diviseur sont appellés *nombres premiers entr'eux.*

§. 166. Quand les termes de la Raison sont de petits nombres, il n'est pas difficile de voir quels sont leurs communs-diviseurs ; mais il n'en est pas de même quand ce sont de grands nombres. Il y a une Méthode, que nous donnerons ailleurs *, pour trouver le plus grand commun-diviseur, ou connoître si deux termes n'en ont point. Nous nous bornerons ici à remarquer que quand deux nombres n'ont point de commun-diviseur, on les nomme *nombres premiers entr'eux* ; tels sont les nombres 5 & 7, 6 & 11, 12 & 19, 13 & 21, &c.

Raison irréductible.

Lorsque les termes d'une Raison sont des nombres premiers entr'eux, la Raison est *irréductible*, parce qu'elle se trouve en ses moindres termes ; mais l'on peut toujours les augmenter en les multipliant par un même nombre quelconque.

* Voyez cette Méthode dans la seconde Partie, §. 30 & 31, & à la troisieme Partie, §. 516 pour plus de deux nombres.

§. 167. La valeur d'une Raiſon augmente ou diminue ſelon que l'Antecedent augmente ou diminue, le Conſéquent reſtant le même. Ainſi $\frac{2}{3} < \frac{12}{3}$, car $\frac{2}{3} = 3$, & $\frac{12}{3} = 4$. Cela ſuit de ce que la valeur de la Raiſon conſiſte dans l'expoſant, ſus §. 158. Comment la valeur d'une Raiſon augmente ou diminue.

Au contraire, la valeur de toute Raiſon augmente ſelon que le Conſéquent diminue, & elle diminue ſelon que le Conſéquent augmente, l'Antecedent reſtant le même. Ainſi $\frac{6}{2} > \frac{6}{3}$, car $\frac{6}{2} = 3$, & $\frac{6}{3} = 2$; puiſque l'Expoſant eſt plus grand lorſque le Conſéquent eſt plus petit, & le contraire.

§. 168. C'eſt par-là qu'on démontre auſſi la propoſition, ſus §. 164. Car quand on augmente ou diminue également les deux termes d'une raiſon, l'on augmente ſa valeur par l'un des termes autant de fois qu'on la diminue par l'autre; donc elle ne change pas de valeur. Autre démonſtration de la Propoſition ſus §. 164.

§. 169. Toute raiſon eſt une comparaiſon entre deux termes: mais ces deux termes peuvent être ſimplement deux nombres, comme ce qu'on a vû dans ce qui précéde; ou bien les deux termes de la comparaiſon peuvent être deux raiſons égales ou inégales. Si elles ſont inégales, les Expoſans ſeront les termes de la comparaiſon: ainſi ayant ces deux raiſons inégales, $\frac{12}{3} = 4$, & $\frac{12}{4} = 3$, la comparaiſon de ces raiſons donne la raiſon de $\frac{3}{4}$, ou de $\frac{4}{3}$, ſelon qu'on place la plus grande la premiere ou la derniere. Si les raiſons ſont égales, les Expoſans ſeront auſſi les termes de la comparaiſon; mais comme, dans ce cas, les expoſans ſont égaux, la comparaiſon de deux raiſons égales eſt une raiſon d'égalité, qui s'appelle *Proportion*. De la Proportion.

Or, comme toute Raiſon a deux termes, deux Raiſons égales étant une Proportion, toute proportion a, par conſéquent, quatre termes. Soyent les raiſons égales, $\frac{2}{3} = \frac{12}{4}$, ces deux raiſons, ſont une proportion qui ſe marque ainſi, 9. 3 : : 12. 4, & qu'on énonce en diſant, 9 *eſt à* 3 *comme* 12 *eſt à* 4.

§. 170. Vous le voyez, les deux Raiſons égales ſont ſéparées par quatre points, & toute Proportion n'eſt autre choſe que l'égalité de deux Raiſons, & comprend quatre termes. Le premier & le dernier terme de la Proportion ſe nomment les *Extrêmes*, & le ſecond & le troiſieme terme, les *Moyens*. Les *Extrêmes* & les *Moyens*.

Remarquez que ſi les deux Raiſons égales ſont Arithmétiques, la Proportion eſt auſſi Arithmétique; mais il s'agit ici de Raiſons géométriques, & par conſéquent de Proportion géométrique, qui eſt celle qu'on entend quand on parle de Proportion ſans s'expliquer.

§. 171. *Dans toute Proportion le produit des Extrêmes* [*multipliés l'un par l'autre*] *eſt égal au produit des Moyens* [*auſſi multipliés l'un par l'autre.* Propriété eſſentielle de la Proportion.

Si 12 . 3 : : 16 . 4, c'eſt une néceſſité que 12 × 4 = 3 × 16.

Suivant la propoſition à démontrer, l'on doit, 1°. multiplier 12 par 4; & ſi l'on multiplioit, 2°. le ſecond terme (3) auſſi par 4, il eſt clair que le produit de 3 ſeroit le quart de celui de 12; mais, ſuivant la propoſition, on doit multiplier, 2°. le ſecond terme par le troiſieme: or le troiſieme terme eſt quadruple du quatrieme, pendant que le ſecond eſt le quart du premier, autrement il n'y auroit pas proportion; l'on prend donc le ſecond terme d'autant plus de fois qu'il eſt plus petit que le premier. Donc le produit du ſecond terme par le troiſieme eſt égal à celui du premier par le quatrieme, & c'eſt là ce qu'il falloit démontrer.

Il eſt évident que dans cette proportion, 3. 12 : : 4. 16, la même propoſition eſt également vraye, parce qu'alors on prend le ſecond terme d'autant moins de fois qu'il eſt plus grand que le premier. Et ce que nous diſons de la proportion quand la raiſon eſt quadruple ou ſous-quadruple, s'applique manifeſtement à toute autre raiſon.

Termes *proportionnels* ou *en proportion.*

§. 172. Les termes d'une proportion ſont dits *proportionnels* ou *en proportion*; & lorſqu'ils ſont rangés dans l'ordre qu'on a vû, enſorte que la raiſon du premier au ſecond eſt égale à celle du troiſieme au quatrieme, on dit que les termes de la proportion ſont *ordonnés:* ainſi 3. 12 : : 4. 16 ſont des termes proportionnels & ordonnés. Il en eſt de même de ceux de la proportion continue, ÷÷ 3. 6. 12. qu'on va expliquer.

Termes *ordonnés.*

Proportion continue.

§. 173. Lorſqu'il arrive que, dans une proportion, les termes moyens ſont égaux, comme dans celle-ci; 3. 6 : : 6. 12, l'on marque cette proportion de cette maniere; ÷÷ 3. 6. 12, ce qui ſignifie toujours que 3 eſt à 6 comme 6 à 12. Et comme alors il ne paroit que trois termes, dont la raiſon continue également du premier au ſecond, & du ſecond au troiſieme, la Proportion s'appelle *Proportion continue.* Dans une telle proportion le produit des Extrêmes, qui ſont le premier & le troiſieme terme, eſt égal au produit du moyen par lui-même. Remarquez que dans la Proportion continue, qui n'a que trois termes, celui du milieu s'appelle *le Moyen proportionnel.*

Moyen proportionnel.

§. 174. L'on peut faire divers changemens dans les termes de la Proportion ſans qu'elle ceſſe d'être proportion: ces changemens ſe réduiſent à trois.

1°. Si l'on renverſe les termes de chaque raiſon de cette proportion, 12. 3 : : 16. 4, on aura celle-ci, 3. 12 : : 4. 16; dans laquelle le produit des extrêmes égale auſſi celui des moyens. Ce changement s'appelle *Invertendo.*

1°. L'*Invertendo.*

2°. Si l'on tranſpoſe le ſecond & le troiſieme terme à la place l'un de l'autre, l'on n'alterera pas non plus la proportion; ainſi de cette proportion, 12. 3 : : 16. 4, on peut conclure que 12. 16 : : 3. 4; car le pro-

2°. L'*Alternando.*

duit des extrêmes égale encore celui des moyens. Ce changement s'appelle *Alternando.*

3°. Si l'on augmente ou diminue également le premier & le second terme, ou le premier & le troiſieme terme de la porportion, elle ne ſera pas non plus alterée. Si donc je multiplie ou diviſe par 2 le premier & le ſecond terme, ou le premier & le troiſieme terme de cette Proportion, 12. 18 : : 4. 6, j'aurai ces nouvelles

3°. *Multiplicando & Dividendo.*

Proportions
1°. 24. 36 : : 4. 6.
2°. 24. 18 : : 8. 6
3°. 6. 9 : : 4. 6
4°. 6. 18 : : 2. 6

Dans chacune de ces Proportions, le produit des Extrêmes égale celui des Moyens. Quand le changement ſe fait en multipliant, il s'appelle *Multiplicando*, & *Dividendo* quand il ſe fait par diviſion.

§. 175. C'eſt ſur cette proprieté de la proportion, que le produit des extrêmes égale celui des moyens, qu'eſt fondée la *Régle de Trois*, qui eſt d'un ſi grand uſage dans l'Arithmétique.

Fondement de la Régle de Trois.

On la nomme RÉGLE DE TROIS parce qu'elle conſiſte dans les trois premiers termes connus d'une proportion, dont il s'agit de trouver le quatrieme qui eſt inconnu.

Soit, 6. 9 : : 8. Les trois premiers termes connus d'une proportion dont on demande le quatrieme qui eſt l'Inconnu. Voici comment je raiſonne : par la Propoſition ſus §. 171, le produit des termes moyens, 9 × 8 = 72, eſt égal au produit des extrêmes, ſavoir de 6 par le 4e. terme inconnu. Le produit des moyens, qui eſt 72, outre les moyens qui l'ont formé, peut donc auſſi être conçu formé de deux autres racines, dont l'une m'eſt connue puiſque c'eſt le 1er. terme, 6, & l'autre m'eſt inconnue, puiſque c'eſt le 4e. terme que je cherche : or, ſus §. 135, 6 étant l'une des racines du produit 72, je trouve l'inconnue en diviſant 72 par 6, racine connue, & le Quotient, qui eſt 12, eſt cette racine cherchée, & par conſéquent, le 4e. terme de la proportion, lequel étoit inconnu ; ainſi, 6. 9 : : 8. 12, puiſque 6 × 12 = 9 × 8.

§. 176. Voici donc comment ſe fait la Régle de Trois : *Quand les trois termes connus ſont ordonnés, l'on multiplie, l'un par l'autre, le ſecond & le troiſieme terme, & l'on diviſe le produit par le premier, pour avoir dans le Quotient le quatrieme terme demandé.*

Régle pour l'operation de la Régle de Trois.

§. 177. J'ai dit *quand les trois termes connus ſont ordonnés*, parce que cette méthode de faire l'opération ſuppoſe que l'on a *ordonné*, c'eſt-à-dire, rangé les trois termes connus dans l'ordre où ils doivent être ſelon le ſens de la queſtion; puiſqu'il eſt évident que, ſi dans l'exemple propoſé, l'on

Qu'il y a une Régle à obſerver pour l'ordonnance

des termes de la Régle de Trois.

mettoit le premier terme à la place du ſecond, & le ſecond à la place du premier, l'opération dont nous venons de parler feroit trouver un nombre fort différent de celui qu'on a eu.

1re. Maniere d'ordonner les trois termes d'une Régle de Trois.

§. 178. Pour faire entendre cette *ordonnance* ou arrangement des trois termes d'une Régle de Trois, je ſuppoſe *que* 4 *aunes de quelque étoffe coûtent* 35 *Livres*, *& que l'on demande ce que coûteront*, *à proportion*, 12 *aunes de la même étoffe*. Voilà une queſtion à réſoudre par la Régle de Trois. Les trois termes qui y ſont donnés ſont les trois premiers termes d'une proportion, dont on cherche le quatrieme qui eſt l'inconnu. Mais il faut ordonner ces trois premiers termes, de maniere, qu'avec l'inconnu, ils faſſent une proportion ſelon le ſens de la queſtion propoſée à laquelle il faut répondre.

Pour cet effet, je conſidere que le nombre de Livres que 12 aunes coûteront, doit être plus grand que 35 Livres [valeur de 4 aunes], à proportion que 12 aunes eſt un plus grand nombre que 4 aunes. Ainſi, 4 *aunes ſont à* 12 *aunes comme* 35 *Livres ſont au nombre de Livres que je cherche.*

Les trois termes donnés doivent donc être ordonnés de cette maniere:

Comme 4 *aunes*, 12 *aunes* : : 35 *Livres.*

Faiſant préſentement l'opération de cette Régle de Trois ſelon la Régle ſus §. 176. je multiplie, l'un par l'autre, 12 & 35, ſecond & troiſieme termes; & je diviſe le produit, 420, par 4, premier terme: le Quotient, 105, eſt le 4e. terme qui étoit inconnu, & par conſéquent la réponſe à la queſtion propoſée, ſavoir 105 Livres pour la valeur des 12 aunes; car on a,

4 *aunes.* 12 *aunes* : : 35 *Livres.* 105 *Livres.*

Remarques ſur cette 1re. maniere.

§. 179. Dans cette maniere d'ordonner les trois termes de la Régle de Trois, il eſt aiſé de remarquer;

1°. Que les deux premiers termes ſont de même eſpéce, & que le 3e. & le 4e. termes ſont auſſi d'une même eſpéce; enſorte que le 3e. terme doit être celui des trois termes donnés qui eſt le ſeul de ſon eſpéce, mais de la même que le 4e. que l'on cherche.

2°. Que ſelon la queſtion, la raiſon, entre chaque antecedent & ſon conſéquent, devoit être mineure, c'eſt-à-dire, aller du *moins* au *plus*, puiſque l'on demandoit la valeur de 12 aunes à proportion de celle de 4 aunes; voilà pourquoi j'ai poſé, pour premier terme, le plus petit des deux termes de même eſpéce. Mais lorſque, ſelon la queſtion, la raiſon doit être majeure, c'eſt-à-dire, aller du *plus* au *moins*, alors on met,

met, pour premier terme, le plus grand des deux termes qui ſont de même eſpéce.

§. 180. Sus §. 157. Nous avons appellé *Raiſon majeure* celle dont l'Antecedent eſt le plus grand des deux termes, & *Raiſon mineure* celle dont l'Antecedent eſt le plus petit terme. Régle pour l'ordonnance des termes ſelon la 1re. maniere.

La raiſon majeure eſt donc celle qui va du plus au moins, & la raiſon mineure celle qui va du moins au plus.

Ainſi la Régle de l'ordonnance des trois termes de la Régle de Trois ſelon la 1re. maniere que nous avons propoſée, eſt de poſer, pour 3me. terme, celui qui eſt ſeul de ſon eſpéce parmi les trois termes donnés, mais qui eſt ſemblable ou de même eſpéce que le 4e. terme qu'on cherche : & des deux autres termes connus qui ſont ou doivent être de même eſpéce, on met, pour premier terme le plus petit ſi la raiſon doit être mineure, ou le plus grand ſi la raiſon doit être majeure.

L'exemple qu'on a donné eſt une raiſon mineure ; en voici un pour une raiſon majeure : on demande la valeur de 4 aunes à proportion que 5 aunes coûtent 45 Livres.

Les trois termes donnés dans cette queſtion doivent être ainſi ordonnés :

Comme 5 *Aunes.* 4 *Aunes* : : 45 *Livres.*

Et multipliant 45 par 4, le produit eſt 180, qui diviſé par 5, ſelon la Régle ſus §. 176, donne 36 Livres pour la valeur de 4 aunes ; car

Comme 5 *Aunes.* 4 *Aunes* : : 45 *Livres.* 36 *Livres.*

§. 181. Par le changement appellé *Alternando* ſus §. 174. l'on peut poſer le 2d. & le 3e. terme à la place l'un de l'autre. Par conſéquent, les trois termes de la Régle de Trois, que nous venons de donner pour ſecond Exemple, peuvent être ordonnés dans cet ordre : 2de. Maniere d'ordonner les trois termes de la Régle de Trois.

5 *Aunes.* 45 *Livres* : : 4 *Aunes.*

Il eſt évident que cela ne change rien à la Régle de l'opération, qui preſcrit de multiplier le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, & de diviſer le produit par le premier terme.

Dans ce nouvel arrangement, le premier & le troiſieme terme ſont de même eſpéce ; & le ſecond terme eſt celui qui, dans la queſtion, eſt ſeul de ſon eſpéce & de la même que le 4e. que l'on cherche.

Cette ſeconde maniere eſt la plus uſitée parce que, dans la pratique ordinaire, cette ordonnance donne lieu à une tournure interrogatoire ; ainſi dans notre Exemple, les termes poſés dans cet ordre forment cette demande :

Si 5 Aunes coûtent 45 Livres combien coûteront 4 Aunes ?

Régle pour l'ordonnance des termes de la Régle de Trois ſelon la 2de. maniere.

§. 182. Voici donc la Régle de l'ordonnance des termes de la Régle de Trois ſelon la 2de. maniere: des deux termes qui ſont de même eſpéce, mettez pour le 3e. terme celui qui fait le ſujet de la queſtion, qui forme la demande, ou dont on cherche la valeur; l'autre terme ſera le premier, & celui qui eſt ſeul de ſon eſpéce ſera le ſecond. Enſuite faites l'opération ſuivant la Régle ſus §. 176. d'où réſultera le 4e. terme requis de la même eſpéce que le ſecond terme.

Nouvel éclairciſſement.

§. 183. Pour mieux comprendre la Régle de Trois, remarquez que multipliant, dans l'exemple ci deſſus, 4 Aunes par 45 Livres ou, ce qui eſt de même, 45 Livres par 4 Aunes, le produit, 180 Livres, eſt la valeur de 4 Aunes à 45 Livres l'aune; mais, par la queſtion, les 45 Livres n'étant pas le prix ou la valeur d'une ſeule aune, mais de 5 aunes; il s'enſuit que le produit, 180 Livres, eſt quintuple de celui qu'on cherche, & que, par conſéquent, après avoir multiplié le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, il faut, enſuite, diviſer le produit par le premier terme. Ce raiſonnement éclaircit les Régles que nous avons données pour la Régle de Trois, & peut s'appliquer à chaque exemple.

La Régle de Trois eſt *Directe* ou *Indirecte.*

§. 184. La Régle de Trois ſe nomme auſſi *Régle de Proportion*; & l'on voit qu'elle mérite bien ce nom: mais on la diſtingue en deux ſortes; la Régle de Trois *Directe* & la Régle de Trois *Indirecte.*

Pour entendre cette diſtinction, il faut remarquer que deux raiſons peuvent avoir une ſorte d'égalité qui eſt en ſens contraire, c'eſt-à-dire, qu'on compare deux raiſons égales en renverſant les termes de l'une, qui ſe trouve majeure & l'autre mineure. Par exemple; $\frac{9}{3} = \frac{12}{4}$: Voilà deux raiſons égales qui forment cette Proportion; 9. 3 : : 12. 4. Mais ſi l'on renverſe les termes de l'une de ces raiſons, par exemple, de la derniere, les termes, 9. 3. 4. 12, ne ſeront plus proportionnels, mais en raiſon *inverſe*, *indirecte*, ou *reciproque*. On énonce cela en diſant que 9 eſt à 3 en raiſon inverſe, indirecte ou reciproque de 4 à 12: autrement que 9 eſt à 3 reciproquement comme 4 à 12.

Raiſon inverſe, indirecte ou reciproque.

Vous voyez que l'eſpéce d'égalité qu'il y a entre deux raiſons, dont l'une eſt l'inverſe de l'autre, conſiſte en ce que l'une va en croiſſant autant que l'autre va en diminuant, ou que l'une va en diminuant autant que l'autre va en croiſſant: c'eſt ce qu'on voit dans l'exemple qu'on vient d'en donner. La raiſon inverſe a ſouvent lieu dans la pratique: par exemple; ſuppoſé le prix du pain fixe & invariable, ſon poids devra diminuer en raiſon inverſe de l'augmentation du prix du blé; ou ſon poids devra augmenter en raiſon inverſe de la diminution du prix de cette même denrée.

§. 185. Quand on a à reſoudre une queſtion où il s'agit de trouver le 4e. terme inconnu qui à l'égard de ſon antecedent de même eſpéce, eſt en raiſon indirecte des deux autres termes; c'eſt alors une Régle de Trois indirecte. La méthode la plus commode pour la faire eſt de ranger les termes ſelon la régle donnée §. 180. & de faire enſuite l'opération comme celle de la Régle de Trois directe. Comment ſe fait la Regle de Trois indirecte.

En voici un Exemple : *L'on a employé* 40 *hommes pour faire un certain ouvrage dans* 21 *jours, l'on demande combien il faudra employer d'hommes pour faire un ouvrage tout ſemblable dans* 8 *jours ?*

Ici l'on voit que le nombre des hommes doit être augmenté à proportion que le nombre des jours eſt plus petit; ainſi la raiſon de 40 hommes au nombre d'hommes que nous cherchons doit aller en croiſſant, la raiſon doit donc être mineure puiſque ſon antecedent, qui eſt les 40 hommes, en eſt le moindre terme; il faut donc renverſer les termes de la raiſon des jours, de maniere qu'elle ſoit auſſi mineure, & que, par conſéquent, l'antecedent ſoit le moindre terme. Les trois termes donnés doivent donc être rangés dans cet ordre.

8 jours. 21 jours : : 40 hommes

40

840

Réponſe. 105 hommes.

Ayant multiplié le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, & diviſé le produit par le premier terme, on a trouvé qu'il faut employer 105 hommes pour faire cet ouvrage.

FIN DE LA PREMIERE PARTIE.

SECONDE PARTIE

Contenant

LES QUATRE REGLES COMPOSÉES

Appliquées aux Nombres Rompus & Mixtes.

DES ROMPUS EN GENERAL.

§. I.

Notion générale.

LEs *Rompus* ſont en général les parties d'un tout ou d'une choſe quelconque.

Des Parties uſuelles des Monnoyes, Poids & Meſures, 1re. Eſpéce de Rompus.

§. 2. On en diſtingue de deux ſortes : la premiere comprend ces parties dont l'uſage a fixé la dénomination & le nombre. Telles ſont les parties uſuelles des Monnoyes, des Poids & des Meſures. Ainſi on eſt convenu en France, en Angleterre, en Hollande, en Italie, en Suiſſe & à Geneve de diviſer la Livre de Monnoye en 20 parties qu'on appelle *Sols* ; & le *Sol* en 12 parties qu'on nomme *Deniers*.

1°. Des Monnoyes.

C'eſt ainſi encore que le *Rixdaler*, monnoye d'Allemagne, qui ſe diviſe en 90 *Creutzer*, ou en 24 ou 30 Gros, ſuivant les lieux, vaut en Hollande 50 Sols, & à Hambourg 48 ſeulement.

2°. Des Poids.

Il en eſt de même des autres Monnoyes, auſſi bien que des Poids & des Meſures. Ainſi la *Livre* de poids ſe diviſe en 12, 14, 15, 16, 18 parties, qu'on nomme des *Onces*, ſuivant l'uſage de chaque lieu ; & même en d'autres nombres de parties qui ont d'autres dénominations.

L'*Once* ſe divice, à ſon tour, en 8 *Gros*, ou en 24 *Deniers* ; le *Denier* en 24 *Grains*.

Le *Marc* eſt un autre Poids compoſé de 8 onces.

3°. Des Meſures.

Paſſons aux Meſures, elles ſont de pluſieurs ſortes ;

1°. Pour tout ce qui eſt étendu en longueur, largeur, & hauteur ou profondeur, ou épaiſſeur.

2°. Pour les Grains & généralement pour toutes les choſes ſéches qui ſe mettent dans des ſacs, ſaches, caiſſes, tonneaux, barils, &c.

3°. Pour les choſes liquides, comme l'Eau, le Vin, les Eaux-de-vie, l'Huile, &c.

4°. Pour l'Eſpace, le Temps ou la durée, le Mouvement, l'Air, le ſon, &c.

Je me borne à marquer ici les ſubdiviſions de quelques unes des plus communes dans le Commerce.

Les Meſures pour les Etoffes de ſoie & de laine, pour les Toiles & les Dentelles, s'appellent *Aunes*, *Cannes*, *Verges*, *Varres*, *Braſſes*, &c. ſelon les lieux, & ont diverſes ſubdiviſions d'uſage.

Les Meſures pour le Blé ſont à Geneve, la *Coupe* compoſée de 4 quarts, & le *Quart* de 4 *Quartes*.

Celles du Vin ſont, dans la même Ville, le *Char*, qui eſt de 12 Setiers, le *Setier* de 24 Quarterons, le *Quarteron* de 2 Pots ou 8 Picholettes.

Ailleurs, les Meſures du Blé & du Vin reçoivent d'autres noms & d'autres ſubdiviſions, & ſont de grandeurs différentes.

La *Toiſe*, qui ſert à meſurer les terreins & les bâtimens, eſt en France de 6 pieds de long; à Geneve, elle a 8 pieds, & en Suiſſe 10.

Le *Pied* eſt compoſé de 12 pouces, & le *Pouce* de 12 lignes.

Mais il y a des pieds de différentes longueurs.

L'*Arpent*, la *Perche*, la *Pauſe*, ſont des meſures qui ſervent auſſi pour les terreins: elles ſont plus grandes que la toiſe, & différentes d'un lieu à l'autre.

Meſures Itinéraires.

Les meſures, dont on ſe ſert pour marquer l'éloignement reſpectif des Villes, ſe nomment en général *Itinéraires*; elles varient en grandeur, & on leur donne des dénominations particulieres; *Heures*, *Lieues*, *Milles*, *Stades*, &c. On les compare entr'elles par le nombre de *Pas géométriques* que chacune contient.

Le *Pas géométrique* eſt de 5 pieds ou deux Pas communs.

Le *Stade*, meſure des Anciens, & principalement des Grecs, contenoit 125 pas de 5 pieds chacun; mais ces pieds étant d'un ſeizieme environ plus petits que les pieds de Roi, les 125 pas ne ſont que 120 pas géométriques.

La *Lieue* d'une heure a 3000 pas géométriques.
La *Lieue commune* de France en a 2400.
Le *Mille commun* d'Italie en a 1000.
Le *Mille commun* d'Allemagne, 4000.
Le *Mille commun* d'Angleterre, 1250.

Les meſures du Tems ſont;

Le *Siècle*, qui comprend la durée de 100 Ans.

L'*Année*, qui eſt compoſée de 12 mois faiſant ordinairement 365 jours, & tous les 4 ans l'année eſt de 366 jours; mais on ne la compte que de 360 jours dans les calculs pour les Intérêts.

Le *Mois* eſt de 4 ſemaines, ou de 28, 29, 30, ou 31 jours.

Le *Jour* eſt compoſé de 24 heures.

L'*Heure* de 60 minutes.

La *Minute* de 60 ſecondes.

Voilà qui suffit, sans doute, pour faire entendre les diverses Subdivisions que l'usage a établi dans les Monnoies, Poids & mesures, qui forment la premiere espece de Rompus que l'on nomme *Parties usuelles* : Nous allons en donner quelques Exemples d'Addition ; après quoi nous traiterons de la seconde espece de Rompus.

ADDITION COMPOSE'E.

1°. En Florins, Sols & Deniers.

§. 3. Le Florin est de 12 Sols, & le Sol de 12 Deniers.

	Florins	Sols	Deniers
	6347 „	1	6
	1489	2	3
	456	3	9
	76	4	6
	8	5	3
	345	6	9
	3489	7	6
	1894	8	3
	34106	9	9
	4379	10	6
	184	11	9
Somme.	Fl. 52778 „	91 Sols	9 D.
Preuve.	23675	5	0

On additionne, 1°. les Deniers, en retenant, comme autant de Sols, chaque douzaine de Deniers que l'on rencontre, & posant le surplus au bas. 2°. Les Sols, en ajoutant ceux que renfermoit la colonne des Deniers ; & retenant, comme autant de Florins, chaque douzaine de Sols ; puis on écrit le surplus au bas. 3°. Enfin on additionne successivement toutes les colonnes de Florins, en retenant de chaque colonne toutes les dixaines pour les porter dans la suivante à gauche, observant d'ajouter à la colonne des Unités les Florins trouvés aux Sols.

Pour la preuve, on la pratique comme on l'a enseigné dans la premiere Partie, §. 40 & 41.

2°. En Livres, Sols & Deniers.

§. 4. La Livre compoſée de 20 Sols, & le Sol de 12 Deniers.

	VCDV	DV		
Livres	9 „	19	Sols	2 D.
	16	1		3
	476	18		9
	3499	1		8
	24100	18		4
	35007	2		6
	1489	17		6
	357	3		4
	48	16		8
	3	3		9
	16	16		3
	145	4		2
	3746	15		10
	1807	5		10
	349	14		2
Somme. L.	71074 „	19	Sols	2 D.
Preuve.	245107	77		0

On additionne 1°. les Deniers par douzaines, 2°. les Sols ; mais comme 20 Sols, ou 2 dizaines de Sols, ſont 1 Livre, & qu'il y a deux colonnes, on additionne d'abord celle des Unités, retenant toutes les dixaines de Sols qu'on y rencontre, & poſant le ſurplus au bas. Ajoutant ces dixaines de Sols à la colonne ſuivante (qui eſt des dixaines) on trouve une ſomme de 15 dixaines, dont la moitié donne L. 7, & une dixaine. On poſe la dixaine au bas ſous la premiere ligne, & les L. 7, qu'on retient ſous la ſeconde ligne au bas de la colonne des Unités de Livres où elles doivent être ajoutées.

Pour la Preuve indiquée ci-deſſus, il eſt facile de voir que les L. 7, poſées ſous la ſeconde ligne au bas des Unités de L. valent 14 dixaines de Sols, auxquelles joignant la dixaine de Sols qui eſt ſous la premiere ligne, on a 15 dixaines, d'où retranchant les 8 dixaines de la colonne des dixaines de Sols, il reſte les 7 dixaines qui ſont ſous la ſeconde ligne, que l'on pointe, l'addition étant juſte.

3°. En Goulde & Creutzers d'Allemagne.

§. 5. Le Goulde ou Florin compoſé de 60 Creutzers.

	VCDV	DV	
Florins	3486 „	48	Cr.
	1746	34	
	246	56	
	48	24	
	3879	18	
	74187	36	
	3714	19	
	30746	27	
Somme. Flor.	118056 „	22	Cr.
Preuve.	14454	50	

On additionne 1°. les Unités de Creutzers, on a trouvé 52, dont on a poſé 2 Cr. au bas ſous la premiere ligne, & les 5 dixaines ſous la ſeconde ligne au bas des dixaines de Creutzers où on les a ajoutées. 2°. Les dixaines de Creutzers en y joignant les 5 qu'on avoit retenues, & l'on trouve 26 dixaines de Creutzers : or, comme 60 Creutzers, ou 6 dixaines de Cr. font, un Goulde, la ſixieme partie de 26 donne Fl. 4 à retenir, qu'on poſe ſous la ſeconde ligne au bas des Unités de Goulde où on les ajoute, & les deux dixaines

reſtantes ſous la premiere ligne au bas de la colonne des dixaines de creutzers d'où elles proviennent. Pour les Gouldes ils s'additionnent par dixaines, comme tous les autres entiers *. Et pour la Preuve, quand on en eſt aux Creutzers, on conſidere que les Fl. 4, qui ſont ſous la ſeconde ligne au bas des Unités de Gouldes, valent 24 dixaines de Cr. qui, avec les 2 dixaines poſées ſous la premiere ligne, font 26 dixaines de Cr. dont retranchant 21, ſomme de la colonne des dixaines de Cr. il en reſte 5 qui ſont au bas ſous la ſeconde ligne, & que je pointe. Ces 5 dixaines avec les 2 Cr. qui ſont ſous la premiere ligne, font 52 Cr. dont retranchant le montant des Unités de Cr. qui eſt auſſi 52, il ne reſte rien, ainſi je poſe zéro, pour marque que toute l'addition eſt juſte.

4°. Pour le Poids de Marc.

§. 6. Le Marc a 8 Onces, l'Once 24 Deniers, & le Denier 24 Grains.

Premier Exemple.

Marcs	276 „	1 Onc.	15 Den.
	187	6	21
	46	7	20
	9	5	18
	216	4	16
	48	3	12
	9	2	17
Somme.	M. 795 „	— Onc.	23 Den.

Second Exemple.

	273 Onc.	22 Den.	21 Grains.
	117	21	20
	93	18	16
	46	12	15
	26	10	12
	4	8	10
Somme.	562 Onc.	22 Den.	22 Grains.

Dans le premier Exemple, qui a des Marcs pour entiers, on a 1°. additionné les deux colonnes de Deniers, & diviſé leur ſomme par 24 pour trouver les Onces à retenir, & le reſte à poſer au bas.

2°. On a additionné les Onces en leur joignant celles qu'ont fourni les Deniers, & l'on a diviſé leur ſomme par 8, en prenant la huitieme, pour trouver les Marcs à retenir & le reſte à poſer.

3°. Enfin, on a additionné les Marcs par dixaines.

Dans le ſecond Exemple, on a additionné les Grains, puis les Deniers, en retenant autant de Deniers qu'il s'eſt trouvé de fois 24 Grains, & autant d'Onces qu'il s'eſt trouvé de fois 24 Deniers; & les Onces, étant les Entiers, ont été additionnées par dixaines.

* S'il eſt queſtion de Rixdalers compoſées de 90 Creutzers, il faut prendre la neuvieme partie des dixaines de Cr. pour avoir des Rixdalers, parce que 90 Creutzers contiennent 9 dizaines.

Ces

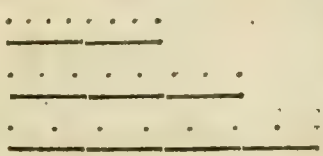
Ces cinq Exemples d'Additions compoſées ſuffiſent pour faire comprendre comment ſe font toutes les autres ; car il ne faut que connoître les ſubdiviſions des entiers. Je paſſe à la ſeconde eſpece de Rompus.

DES FRACTIONS.

Seconde eſpece de Rompus.

§. 7. Outre la ſubdiviſion fixe & déterminée par l'uſage de chaque choſe en un certain nombre de parties, il faut concevoir, 1°. que toute choſe, grande ou petite, peut être diviſée, réellement ou par la penſée, en tel nombre de parties égales que l'on veut, même à l'infini. Propoſitions fondamentales.

2°. Que ſi l'on repréſente trois quantités différentes par ces trois lignes ;



Il eſt clair que chacune peut avoir autant de parties l'une que l'autre. La petite ligne a autant de parties que la grande, mais les parties de la grande ligne ſont plus grandes que celles de la petite, les mêmes parties d'une choſe étant plus petites à proportion que la choſe eſt plus petite.

§. 8. Voici donc la PREMIERE NOTION : *Un Tout ou Entier eſt diviſible à l'infini, & l'on y peut concevoir autant de parties que l'on veut.* Notions.

SECONDE NOTION. *Deux Touts ou Entiers inégaux peuvent avoir autant de parties l'un que l'autre, mais celles du petit ſont plus petites que celles du plus grand.*

TROISIEME NOTION. *Les parties d'un Tout reçoivent leur nom du nombre qu'il y en a.* Si donc le Tout eſt partagé en *deux* parties, ce ſont des *demis* ; s'il l'eſt en *trois*, ce ſont des *tiers* ; s'il l'eſt en *quatre*, ce ſont des *quarts* ; s'il l'eſt en *cinq*, ce ſont des *quints* ou *cinquiemes*, & ainſi de ſuite : un Tout ou Entier quelconque eſt donc compoſé de *mille milliemes*, ou de *cent centiemes*, ou de *dix-neuf dix-neuviemes*, &c.

QUATRIEME NOTION. *L'Unité ou* 1 *repréſentant un Tout ou Entier quelconque, il ſuit que l'Unité ou* 1 *ſe diviſe en deux demis, en trois tiers, en quatre quarts, en cinq cinquiemes, &c.*

Appliquons préſentement ces Notions à cette ſeconde eſpece de Rompus, qui retiennent particuliérement le nom de *Fractions.*

§. 9. Voici comment on les exprime : Toute Fraction a deux nombres, Expreſſion des Fractions.

qu'on nomme *Termes*, mis l'un ſous l'autre & ſéparés par un trait en cette forme ; $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{7}{16}$, $\frac{15}{16}$, $\frac{179}{356}$, &c.

Le terme de deſſous détermine combien l'on conçoit de parties au Tout ou Entier, & donne le nom à ces parties, & par conſéquent à la Fraction ; c'eſt pourquoi il eſt nommé le *Dénominateur*, c'eſt-à-dire, le *Nommeur*.

Dénominateur.

Le terme de deſſus déſigne combien il y a de ces parties dans la Fraction, & pour cela il eſt appellé le *Numérateur.*, c'eſt-à-dire, le *Nombreur* ou le *Compteur*.

Numérateur.

Ainſi cette Fraction, $\frac{179}{356}$, exprime 179 parties d'un Tout où l'on en conçoit 3856, & on l'énonce ainſi, *Cent ſeptante-neuf trois mille huit cens cinquante-ſixiemes.*

Les Fractions ſont parties de l'Unité.

§. 10. Il ſuit de là & de la quatrieme Notion que toute Fraction a l'Unité ou 1 pour ſon Tout ; ainſi $\frac{\text{une } 1}{\text{demi } 2}$ marque la moitié d'un ; $\frac{\text{un } 1}{\text{tiers } 3}$ ſignifie le tiers d'un ; $\frac{\text{trois } 3}{\text{quarts } 4}$ déſignent les trois quarts d'un, & ainſi des autres Fractions.

Remarque.

Et remarquez que $\frac{3}{4}$ ſignifie auſſi le quart de 3, car Il eſt évident que les trois quarts d'une aune, par exemple, ſont égaux au quart de trois aunes. De même $\frac{5}{6}$ ſignifie auſſi la ſixeme partie de 5. Il en eſt de même de toute autre Fraction.

Les Fractions peuvent ſignifier encore deux différentes choſes.

§. 11. Cela nous conduit à remarquer qu'une Fraction quelconque, outre ſa ſignification propre & ordinaire, peut exprimer, 1°. *Une Diviſion*, ou le reſte d'une diviſion ; ainſi $\frac{12}{4}$ marque la diviſion à faire de 12 par 4, qui donne 3 pour quotient ; de même $\frac{4}{12}$ marque le reſte (4) d'une diviſion par 12, & par conſéquent la douzieme partie de 4. Dans ce cas le terme de deſſus eſt le *Dividende*, & le terme de deſſous eſt le *Diviſeur* : Nous l'avons vu dans la Diviſion.

2°. *Une Raiſon* : Nous l'avons vu dans ce que nous avons dit des Raiſons vers la fin de la premiere Partie : ainſi $\frac{12}{4}$ exprime la Raiſon de 12 à 4. & $\frac{4}{12}$ exprime la Raiſon de 4 à 12. Dans ce cas le terme de deſſus eſt l'*Antécédent*, & celui de deſſous eſt le *Conſequent*.

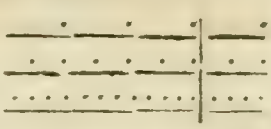
De ce que nous avons dit, il ſuit les Principes ſuivans.

§. 12. PREMIER PRINCIPE. *La valeur d'une Fraction conſiſte dans le Rapport ou la Raiſon qu'il y a entre le Numerateur & le Dénominateur.* $\frac{8}{12}$ ſignifie, ſelon ce qu'on a vu, 8 parties d'un Tout qui en a 12 ; or 8 ſont les deux tiers de 12 : donc $\frac{8}{12}$ valent deux tiers. Par où l'on voit que la valeur de cette Fraction, $\frac{8}{12}$, conſiſte dans la Raiſon de 8 à 12.

§. 13. Donc les Fractions ſont des Raiſons, ainſi l'on peut appliquer aux Raiſons ce que l'on démontre des Fractions, en ſubſtituant les termes d'Antécédent & de conſéquent à ceux de Numérateur & de Dénominateur, & *vice versâ*, conſidérant la Raiſon comme une Fraction, ou la Fraction comme une Raiſon. *Toute Fraction n'eſt donc que la Raiſon d'une portion à ſon Tout.* Les Fractions ſont des Raiſons.

§. 14. Il ſuit encore que toute Fraction peut s'exprimer d'une infinité de manieres differentes, puiſque ſa valeur ne dépend que de la Raiſon qui eſt entre ſes deux termes. Ainſi ces Fractions ſont égales : $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12}$, &c. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{15}{20}$, &c. Que la même Fraction peut s'exprimer d'une infinité de manieres.

Soit ces trois lignes égales,



L'endroit où ces trois lignes ſont coupées indique, dans la premiere $\frac{3}{4}$, dans la ſeconde $\frac{6}{8}$, & dans la troiſieme $\frac{12}{16}$: Or, il eſt évident que $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{12}{16}$, puiſque ces lignes ſont égales.

§. 15. II. PRINCIPE. *Dans toute Fraction proprement ainſi nommée, ſa valeur eſt plus petite que le Tout, le Numérateur étant moindre que le Dénominateur ;* comme, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, &c. Le Numérateur indique moins de parties dans la Fraction que le Dénominateur dans le Tout.

Mais ſi le Numérateur eſt égal au Dénominateur, c'eſt alors le Tout ou l'Entier exprimé en forme de Fraction, comme deux $\frac{2}{\text{demi } 2} = 1$. trois $\frac{3}{\text{tiers } 3} = 1$. cinq . . . . $\frac{5}{\text{cinquiemes } 5} = 1$. cent . . . $\frac{100}{\text{centiemes } 100} = 1$. deux mille trois cens cinquante-ſept . . . $\frac{2357}{\text{ſeptiemes } 2357}$, en général $\frac{A}{A} = 1$. Le Numérateur indique autant de parties dans la Fraction que le Dénominateur en déſigne dans le Tout.

Que ſi le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, c'eſt alors plus que le Tout ou l'Entier ; comme trois $\frac{3}{\text{demi } 2} = 1\frac{1}{2}$, cinq $\frac{5}{\text{tiers } 3} = 1\frac{2}{3}$, douze $\frac{12}{\text{quarts } 4} = 3$, &c. Le Numérateur indique plus de parties dans la Fraction que le Dénominateur n'en déſigne dans le Tout.

§. 16. III. PRINCIPE. *La valeur d'une Fraction augmente à proportion que ſon Dénominateur diminue, & elle diminue à proportion qu'il augmente, le Numérateur reſtant le même.* Ainſi $\frac{3}{8} < \frac{3}{7}$ & $\frac{4}{9} > \frac{4}{10}$.

DÉMONSTRATION. Le Dénominateur détermine le nombre des parties qu'il y a au Tout, ſus §. 9. Donc plus il eſt grand, plus les parties ſont petites ; & plus il eſt petit, plus les parties doivent être grandes, ſuivant cet axiome : *Plus une choſe eſt partagée, plus les partages ſont petits, & inverſement.*

Ainſi dans cette ſuite de Fractions, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, &c. la plus petite eſt $\frac{1}{8}$, & la plus grande eſt $\frac{1}{2}$.

Conſéquences pour augmenter ou diminuer la valeur de la Fraction par le Dénominateur.

§. 17. Si donc l'on double le Dénominateur d'une Fraction, l'on a ſa moitié ; ſi on le triple, on a ſon tiers, &c.

Au contraire ſi l'on prend la moitié du Dénominateur d'une Fraction, l'on a ſon double ; ſi on prend le tiers, l'on a ſon triple, &c.

Ainſi $\frac{1}{2}$ eſt le double de $\frac{1}{4}$, le triple de $\frac{1}{6}$, le quadruple de $\frac{1}{8}$.

Et $\frac{1}{12}$ eſt la moitié de $\frac{1}{6}$, le tier. de $\frac{1}{4}$, & le quart de $\frac{1}{3}$.

§. 18. IV. PRINCIPE. *La valeur de la Fraction augmente à meſure que le Numérateur augmente, & elle diminue à meſure qu'il diminue, le Dénominateur reſtant le même.*

DÉMONSTRATION. Le Numérateur indique combien il y a de parties dans la Fraction, ſus §. 9. Donc plus la Fraction raſſemble de parties, plus elle a de valeur, & inverſement. Ainſi $\frac{5}{8} < \frac{7}{8}$, & $\frac{4}{9} > \frac{3}{9}$. Ainſi encore dans cette ſuite de Fractions, $\frac{1}{12}$, $\frac{2}{12}$, $\frac{3}{12}$, $\frac{4}{12}$, $\frac{5}{12}$, &c. La plus petite eſt $\frac{1}{12}$, & la plus grande eſt $\frac{5}{12}$.

Conſéquences pour augmenter ou diminuer la valeur de la Fraction par le Numérateur.

§. 19. Si donc l'on double le Numérateur d'une Fraction, l'on a ſon double ; ſi on le triple, on a ſon triple, &c.

Au contraire, ſi l'on prend la moitié du Numérateur d'une Fraction, l'on a ſa moitié ; ſi on prend le tiers, on a ſon tiers, &c,

Ainſi $\frac{2}{12}$ ſont le double de $\frac{1}{12}$, & le quadruple de $\frac{1}{12}$.

Et $\frac{2}{9}$ ſont la moitié de $\frac{4}{9}$, & le tiers de $\frac{6}{9}$.

§. 20. V. PRINCIPE. *Si l'on augmente ou diminue également les deux Termes d'une Fraction, ſa valeur ne change point.*

DÉMONSTRATION. 1°. Quand on augmente le Numérateur, la valeur augmente par le quatrieme Principe ; & quand on augmente le Dénominateur, la valeur diminue par le troiſieme Principe : ſi donc on augmente également le Numérateur & le Dénominateur, la valeur de la Fraction ſera autant diminuée par le Dénominateur qu'augmentée par le Numérateur ; donc la Fraction n'aura point changé de valeur.

2°. Quand on diminue le Numérateur, la valeur diminue par le quatrieme Principe ; & quand on diminue le Dénominateur, la valeur augmente par le troiſieme principe : ſi donc on diminue également le Numérateur & le Dénominateur, la valeur de la Fraction ſera autant augmentée par le

Dénominateur que diminuée par le Numérateur ; donc la Fraction n'aura point changé de valeur.

§. 21. Voilà tous les Principes ſur les Fractions. Avant que d'aller plus loin, il eſt néceſſaire d'obſerver que dans la comparaiſon de deux Fractions entr'elles il ne peut ſe préſenter que trois cas : 1°. Ou les deux Fractions ont le même Dénominateur avec des Numérateurs différens ; 2°. Ou elles ont des Dénominateurs différens avec des Numérateurs égaux ; 3°. Ou enfin, les Numérateurs ſont différens auſſi bien que les Dénominateurs.

Comparaiſon de deux Fractions entr'elles.

§. 22. I. *Deux Fractions ayant les Numérateurs différens, mais le même Dénominateur, elles ſont entr'elles comme leurs Numérateurs ſont entr'eux.*

Ainſi $\frac{3}{8} . \frac{5}{8} :: 3. 5.$ Et $\frac{7}{9} . \frac{4}{9} :: 7. 4.$

Cela ſuit néceſſairement du quatrieme Principe.

1°. Quand elles ont le même Dénominateur & des Numérateurs différens.

§. 23. II. *Deux Fractions ayant les Numérateurs égaux, mais les Dénominateurs différens, elles ſont entr'elles réciproquement comme les Dénominateurs, c'eſt-à-dire, en Raiſon inverſe ou indirecte des Dénominateurs.*

Ainſi $\frac{4}{7} . \frac{4}{9} :: 9. 7.$ Et $\frac{3}{5} . \frac{3}{4} :: 4. 5.$

2°. Quand les Numérateurs ſont égaux & les Dénominateurs différens.

Par le troiſieme Principe la valeur de $\frac{4}{9}$ eſt plus petite que celle de $\frac{4}{7}$ en raiſon de l'augmentation du Dénominateur ; donc $\frac{4}{7}$ eſt à $\frac{4}{9}$ comme 9 à 7. On raiſonnera de même pour le ſecond Exemple.

§. 24. *Deux Fractions ayant les Numérateurs inégaux, de même que les Dénominateurs, elles ſont entr'elles comme le produit du Dénominateur de la ſeconde par le Numérateur de la premiere, eſt au produit du Dénominateur de la premiere par le Numérateur de la ſeconde.*

3°. Quand les Numérateurs ſont différens auſſi bien que les Dénominateurs.

Soit $\frac{3}{4}$ & $\frac{4}{9}$; il faut prouver que $\frac{3}{4} . \frac{4}{9} :: 3 \times 9 . 4 \times 4$, ou $\frac{3}{4} . \frac{4}{9} :: 27. 16.$ Il ſuffit pour cela de montrer que $\frac{3}{4} \times 16 = \frac{4}{9} \times 27.$ Or multiplier $\frac{3}{4}$ par 16, c'eſt prendre 16 fois $\frac{3}{4}$, qui font $\frac{48}{4} = 12$; & multiplier $\frac{4}{9}$ par 27, c'eſt prendre 27 fois $\frac{4}{9}$, qui font $\frac{108}{9} = 12.$ On voit que ces deux produits égaux ſont des Fractions dont le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, deſquelles nous avons expliqué la nature dans le troiſieme cas du ſecond Principe, ſus §. 15.

Or, ſi $\frac{3}{4} \times 16 = \frac{4}{9} \times 27$, comme nous venons de le prouver, il ſuit que $\frac{3}{4} . \frac{4}{9} :: 27. 16$, & par conſéquent que $\frac{3}{4} . \frac{4}{9} :: 3 \times 9 . 4 \times 4$; ce qu'il falloit prouver.

§. 25. *Tout nombre Entier peut être réduit en forme de Fraction de telle dénomination qu'on voudra, en le multipliant par le Dénominateur donné*

Réduire un nombre entier en Fraction de telle dénomination qu'on voudra.

Ainſi $4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4}$, &c. ſus §. 15.

Vous voyez qu'on a multiplié le nombre 4 par 2, pour le réduire en demi ; par 3, pour le réduire en tiers ; par 4, pour le réduire en quarts, &c. En effet ſi $1 = \frac{2}{2} = \frac{3}{3} = \frac{4}{4}$, &c. il ſuit que $4 = \frac{8}{2} = \frac{12}{3} = \frac{16}{4}$, &c.

Premiere conſéquence.

§. 26. Il eſt donc clair, 1°. *Que tout nombre Entier peut être exprimé en forme de Fraction ſans éprouver de changement, pourvû ſeulement qu'on lui donne l'Unité pour Dénominateur.*

Ainſi $4 = \frac{4}{1}$, $\frac{5}{1}$, &c. car par la Propoſition, §. 25, l'on n'a qu'à multiplier le nombre par le Dénominateur donné, qui étant 1, ne change pas le nombre.

Seconde conſéquence.

§. 27. 2°. *Que tout nombre accompagné d'une Fraction, ſe réduit en Fraction, en le multipliant par le Dénominateur de la Fraction dont il eſt accompagné, & ajoutant le Numérateur au produit,*

Ainſi $3\frac{1}{2} = \frac{7}{2}$, $2\frac{2}{3} = \frac{8}{3}$, $4\frac{3}{4} = \frac{19}{4}$, &c.

Réduction des Fractions en leurs moindres termes.

Cas où une Fraction eſt réductible ou irréductible.

§. 28. Lorſque les deux termes d'une Fraction ne ſont pas deux nombres premiers entr'eux, on peut la réduire à de moindres termes ; mais s'ils ſont premiers entr'eux, la Fraction eſt irréductible. Il en eſt comme des Raiſons. Voyez la premiere Partie, §. 165 & 166, où l'on a expliqué ce que c'eſt que *la plus grande commune-meſure* de deux nombres, & ce qu'on entend par deux nombres premiers entr'eux.

Réduction aux moindres termes des Fractions qui ont l'un des douze premiers nombres pour Diviſeur commun.

§. 29. Lorſque les deux termes d'une Fraction ne ſont pas de grands nombres, il eſt aiſé de voir s'ils ont quelque Diviſeur commun, qui, dans ce cas, ſera l'un des nombres 2, 3, 4. juſques à 12. Ainſi toute Fraction dont les termes ſeront diviſibles par l'un des douze premiers nombres, pourra être réduite à de moindres termes : car diviſant chaque terme par 2, par 3, &c. c'eſt-à-dire, prenant la moitié, le tiers &c. de chaque terme, on les diminuera également ſans en changer la valeur, §. 20.

EXEMPLES.

$\frac{12}{24} = \frac{6}{12} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Vous voyez que la moitié des deux termes de $\frac{12}{24}$ donne $\frac{6}{12}$, qui donnent de même $\frac{3}{6}$. Et 2 n'étant pas le commun Diviſeur de $\frac{3}{6}$, mais 3 l'étant, on prend le tiers des termes, 3 & 6, ce qui donne $\frac{1}{2}$, pour les moindres termes de $\frac{12}{24}$.

Vous réduirez de même $\frac{16}{24}$, en prenant ſucceſſivement la moitié des termes, ce qui donnera $\frac{16}{24} = \frac{8}{12} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Par le tiers vous trouverez $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

Par le cinquieme, $\frac{15}{20} = \frac{3}{4}$.

Par le ſeptieme, $\frac{21}{28} = \frac{3}{4}$.

Par le dixieme, $\frac{100}{130} = \frac{10}{13}$.

Par l'onzieme, $\frac{33}{88} = \frac{3}{8}$, &c.

En un mot, il en eſt de la Réduction des Fractions en leurs moindres termes comme de celle des Raiſons. On a vu, premiere Partie §. 165, que deux nombres peuvent avoir pluſieurs communs-Diviſeurs, & que pour réduire deux nombres à leurs moindres termes, il faut les diviſer par leur plus grande commune-meſure. Nous avons promis au §. 166 de donner la Méthode de trouver la plus grande commune-meſure de deux nombres; c'eſt ce que nous allons faire en ce lieu pour l'appliquer aux Fractions & Raiſons.

Méthode pour trouver la plus grande commune-meſure de deux nombres.

§. 30. Pour découvrir la plus grande commune-meſure de deux nombres, il faut d'abord partir de ce Principe, *Que le plus grand Diviſeur d'un nombre c'eſt ce nombre même.* Ainſi on ne peut diviſer 12 par un nombre plus grand, mais ſon plus grand Diviſeur eſt 12 même, qui donne 1 pour Quotient, premiere Partie §. 85. Cela poſé, prenons pour Exemple la Fraction ou Raiſon $\frac{1121}{1770}$, des termes de laquelle il s'agit de trouver la plus grande commune-meſure, c'eſt-à-dire, le plus grand nombre qui peut les diviſer exactement l'un & l'autre, ou s'aſſurer s'ils n'ont point de commun-Diviſeur. Or, il ſuit du Principe que nous venons de poſer que le nombre que nous cherchons, cette plus grande commune-meſure, ne peut excéder 1121, le moindre des deux termes donnés. Si donc 1121 diviſe auſſi 1770, il ſera la plus grande commune-meſure de ces deux nombres. Soit $\frac{12}{24}$, il eſt clair que 12 diviſant 24 eſt, par là même, la plus grande commune-meſure de 12 & 24, & réduit la Fraction ou Raiſon, $\frac{12}{24}$, à $\frac{1}{2}$ qui ſont ſes moindres termes.

Eſſayons donc de diviſer 1770 par 1121; le Quotient eſt 1, & il reſte 649: 1121 n'eſt donc pas le commun-Diviſeur cherché. 649 le ſera-t-il? Non, car diviſant 1121 par 649, j'ai pour reſte 472, lequel diviſant 649 laiſſe encore 177; celui-ci diviſant 472 donne 118 de reſte; 118 diviſant 177 donne 59, lequel enfin diviſe 118 ſans laiſſer de reſte: or, ſi 59 diviſe 118, à plus forte raiſon il diviſera 177, 472, 649, 1121 & 1770, & nommément 1121 & 1770. Diviſant donc 1121 & 1770, par leur plus grande commune-meſure qui eſt 59, je trouverai leurs moindres termes, ſans que la Raiſon ou Fraction ait changé de valeur.

Je diviſe donc 1121 par 59, le Quotient eſt 19.

531
00

Et 1770 auſſi par 59, le Quotient eſt 30.

000

Subſtituant donc à la Fraction ou Raiſon $\frac{1121}{1770}$, ſes moindres termes trouvés, on a $\frac{1121}{1770} = \frac{19}{30}$. La preuve en eſt que 1121 . 1770 : : 19 . 30, puiſque $1121 \times 30 = 1770 \times 19$,

comme vous le voyez ici . 1121 × 30 = 33630 ; 1770 × 19 = 15930 + 1770 = 33630

Regle pour trouver la plus grande commune-meſure de deux nombres.

§. 31. J'ai pris à deſſein une Fraction ou Raiſon dont les termes exigeaſſent une opération un peu longue, & voici la Regle qui s'en déduit pour trouver la plus grande commune - meſure de deux nombres. *Diviſez* 1°. *le plus grand des deux nombres par le moindre*, 2°. *ce moindre nombre par le reſte*, 3°. *ce premier reſte par le ſecond reſte*, 4°. *le ſecond reſte par le troiſieme*, 5°. *le troiſieme reſte par le quatrieme*, & *ainſi de ſuite, juſques à ce que la diviſion ſe faſſe exactement*; *alors le dernier Diviſeur eſt la plus grande commune - meſure des deux nombres propoſés.*

Exemple. Voici ſous les yeux l'opération entiere faite pour trouver la plus grande commune - meſure des nombres 1121 & 1770.

1121	1770					
1	649	1121				
	1	472	649			
		1	177	472		
			2	118	177	
				1	59	118
					2	00

Second Exemple.

§. 32. Il s'agit, pour ſecond Exemple, de réduire aux moindres termes la Fraction ou Raiſon $\frac{8820}{15435}$.

Je cherche 1°. la plus grande commune - meſure.

8820	15435		
1	6615	8820	
	1	2205	6615
		3	0000

Le dernier Diviſeur qui ne laiſſe aucun reſte eſt 2205, qui, par conſéquent, eſt la plus grande commune - meſure des termes de la Fraction ou Raiſon $\frac{8820}{15435}$.

Diviſant

Diviſant donc 2°. 8820 par 2205, le Quotient eſt 4.
0000

Et 15435 auſſi par 2205, le Quotient eſt 7.
0000

Subſtituant donc les moindres termes que l'on vient de trouver l'on a $\frac{4}{7} = \frac{8820}{15435}$.

Car preuve en eſt que 4. 7 : : 8820. 15435. car $15435 \times 4 = 8820 \times 7$.

Utilité de la réduction des Fractions aux moindres termes.

§. 33. L'utilité de la réduction des Fractions & Raiſons aux moindres termes conſiſte 1°. en ce que la valeur d'une Fraction ou Raiſon eſt plus facile à voir dans de petits nombres que dans des grands.

Ainſi on comprend mieux la valeur de $\frac{8820}{15435}$ quand on ſait que ce n'eſt autre choſe que $\frac{4}{7}$. 2°. Comme l'on fait ſur les Fractions & Raiſons les mêmes opérations que ſur les Nombres entiers, il eſt évident qu'elles doivent être plus faciles quand elles ſont réduites en leur moindre termes.

Fraction irréductible.

§. 34. Cette méthode, par cela même qu'elle fait trouver la plus grande commune meſure de deux Nombres, ſert en même temps à connoitre s'ils n'ont point de commun diviſeur : car dans ce dernier cas, en pouſſant la diviſion juſques à ce qu'il ne reſte rien, le dernier Diviſeur ſe trouve être 1, ce qui montre que la plus grande commune-meſure eſt l'unité, & par conſéquent, que la Fraction eſt irréductible, puiſque la diviſion par 1, donne le Quotient égal au Dividende, Ire. Partie, §. 84. En voici un Exemple.

Soit cette Fraction ou Raiſon $\frac{1393}{3760}$ à réduire en ſes moindres termes.

Je cherche la plus grande commune meſure des deux termes, 1393 & 3760.

1393.	3760											
2	974	1393										
	1	419	974									
		2	136	419								
			3	11	136							
				12	26							
					4	11						
					2	3	4					
						1	1	3.				
							3	0				

Vous voyez qu'en pouſſant les diviſions juſques à ce qu'il ne reſte rien, le dernier Diviſeur eſt 1; & que, par conſéquent, les deux termes propoſés n'ont que l'unité pour commune meſure, & n'ont aucun Diviſeur commun, c'eſt-à-dire, qu'ils ſont irreductibles. Une telle Frac-

tion ou Raiſon eſt dans ſes moindres termes, & ne peut en avoir de plus petits ſans la changer de valeur ou admettre quelque fraction à ſes termes, ce qui ne ſe fait pas ordinairement, parce que l'expreſſion en eſt moins ſimple & plus incommode pour opérer ſur elle *.

Addition des Fractions.

1°. Des Additions des Fractions ordinaires à l'Aune.

§. 35. On l'a déja dit, l'on fait ſur les Fractions & Raiſons les mêmes opérations que ſur les Nombres Entiers, c'eſt-à-dire, qu'on additionne pluſieurs Fractions ou Raiſons les unes aux autres, qu'on ſouſtrait une Fraction ou Raiſon d'une autre, qu'on les multiplie & qu'on les diviſe.

Et pour commencer par l'Addition des Fractions, on va d'abord donner la méthode d'additionner les Fractions ordinaires à l'Aune, qui ne ſont que de huit différentes dénominations, ſavoir des *demis*, des *tiers*, des *quarts*, des *ſixiemes*, des *huitiemes*, des *douziemes*, des *ſeiziemes* & des *vingt-quatriemes*.

1er. Exemple: lorſqu'elles ſont de même dénomination.

§. 36. Et d'abord, il eſt facile d'additionner des Fractions qui ſont de même dénomination, comme dans cet Exemple.

Exemple.

27	$\frac{1}{8}$
19	$\frac{3}{8}$
17	$\frac{5}{8}$
19	$\frac{3}{8}$
4	$\frac{7}{8}$
Somme. 88	$\frac{3}{8}$

Joignant enſemble toutes ces 8mes. on trouve $\frac{19}{8} = 2\frac{3}{8}$, car $\frac{8}{8} = 1$; on poſe donc au bas $\frac{3}{8}$, & l'on retient 2 pour ajouter aux Entiers.

2d. Exemple, lorſque l'on a des demi & des quarts.

§. 37. Si l'on a des demi & des quarts, on réduit les demi en quarts, ce qui eſt très facile, puiſque $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, comme on voit dans cet Exemple.

36	$\frac{1}{2}$	$= \frac{2}{4}$
17	$\frac{1}{4}$	
19	$\frac{3}{4}$	
17	$\frac{1}{2}$	$= \frac{2}{4}$
18	$\frac{1}{4}$	
17	$\frac{1}{2}$	$= \frac{2}{4}$
17	$\frac{3}{4}$	
Somme. 144	$\frac{2}{4}$	$= \frac{1}{2}$

On a trouvé $\frac{14}{4} = 3\frac{2}{4}$ ou $3\frac{1}{2}$, parce que $\frac{4}{4} = 1$. On a donc poſé $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, & retenu 3 pour ajouter aux Entiers: ainſi la ſomme de cette addition eſt $144\frac{1}{2}$.

* On donnera ailleurs la méthode de trouver la plus grande commune meſure de plus de deux nombres: Voyez la IIIe. Partie, §. 516.

§. 38. Si l'on a deux ſortes de fractions dont l'une ne peut être réduite à la même dénomination que l'autre, il faut chercher un *Dénominateur commun*, que l'on trouve en multipliant l'un par l'autre les dénominateurs différens.

3e. Exemple, lorſqu'on a deux autres ſortes de fractions. *Dénominateur commun.* Comment on le trouve pour deux ſortes de fractions.

Exemple.

27	$\frac{1}{3}$	$=$	$\frac{4}{12}$
17	$\frac{3}{4}$	$=$	$\frac{9}{12}$
17	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{8}{12}$
17	$\frac{1}{4}$	$=$	$\frac{3}{12}$
17	$\frac{1}{3}$	$=$	$\frac{4}{12}$
17	$\frac{3}{4}$	$=$	$\frac{9}{12}$
16	$\frac{2}{3}$	$=$	$\frac{8}{12}$
Somme. 131	$\frac{9}{12}$	$=$	$\frac{3}{4}$

En multipliant les deux différens Dénominateurs, 3 & 4, l'un par l'autre, j'ai 12 pour Dénominateur commun. Je réduis donc toutes les fractions en 12mes. Le $\frac{1}{3}$ a $\frac{4}{12}$, & les $\frac{2}{3}$ ont $\frac{8}{12}$; le $\frac{1}{4}$ a $\frac{3}{12}$, & les $\frac{3}{4}$ ont $\frac{9}{12}$: cela eſt évident. J'additionne les Numerateurs de toutes ces 12es. Et je trouve $\frac{45}{12} = 3\ \frac{9}{12}$, car $\frac{12}{12} = 1$; autant de fois 12 dans 45, c'eſt donc autant d'Entiers à retenir: cette addition monte ainſi 131 $\frac{3}{4}$, car $\frac{9}{12}$ ſe réduiſent à $\frac{3}{4}$.

§. 39. Si l'on a plus de deux ſortes de fractions à additionner, on voit que la Régle générale eſt de les *réduire à une commune dénomination, pour n'avoir qu'à faire l'addition des Numerateurs.* Voici un Exemple où le Dénominateur commun eſt 24.

Régle générale pour additionner des fractions de diverſes dénominations.

Exemple. *Additionner.*

26	$\frac{1}{2}$	$=$	$\frac{12}{24}$
17	$\frac{1}{3}$	$=$	$\frac{8}{24}$
19	$\frac{1}{4}$	$=$	$\frac{6}{24}$
16	$\frac{1}{6}$	$=$	$\frac{4}{24}$
18	$\frac{1}{8}$	$=$	$\frac{3}{24}$
24	$\frac{1}{12}$	$=$	$\frac{2}{24}$
16	$\frac{1}{24}$		
Somme. 137	$\frac{1}{2}$		

J'ai 1°. réduit toutes ces fractions en 24mes. 2°. J'ai additionné ſeulement les Numerateurs, 12, 8, 6, 4, 3, 2 & 1; leur ſomme eſt $\frac{36}{24} = 1\ \frac{12}{24}$ ou 1 $\frac{1}{2}$. J'ai donc poſé au bas $\frac{1}{2}$, & retenu 1, que j'ai ajouté aux Entiers, dont j'ai fait l'addition comme à l'ordinaire.

Comment on réduit pluſieurs fractions à une commune dénomination.

§. 40. Toute la difficulté ſe réduit, comme on voit, à réduire les fractions à une commune dénomination. Ici, j'ai pris, ſuivant l'uſage, le nombre 24 pour Dénominateur commun. Et pour réduire les fractions données en 24mes. je conſidere que l'Entier eſt compoſé de $\frac{24}{24}$; & par conſéquent, pour avoir la valeur de $\frac{1}{2}$ en 24me. il n'eſt queſtion que de prendre la moitié de 24; pour avoir la valeur de $\frac{1}{3}$ en 24mes. il n'eſt queſtion que de prendre le tiers de 24, & ainſi des autres. Par-là j'ai trouvé que $\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$, que $\frac{1}{3} = \frac{8}{24}$ &c. On voit que les deux termes de chaque fraction ſont également augmentés, ce qui n'en change point la valeur, par le Ve. Principe §. 20.

Autre Exemple.

§. 41. Si avec les fractions de l'aune dont nous avons déja donné des Exemples, il y a auſſi des 16mes. il faut prendre 48 pour Dénominateur commun, & réduire ces fractions en 48mes. comme on a réduit en 24mes. celles de l'Exemple précédent.

Soit à Additionner.

26 1/2 = 24/48		24
17 1/3 = 16/48		16
18 1/4 = 12/48		12
16 1/6 = 8/48		8
18 1/8 = 6/48		6
16 1/12 = 4/48		4
14 1/16 = 3/48		3
16 1/24 = 2/48		2
Somme. 142 9/16		75
	Otez	48
	Reſte	27/48 = 9/16

J'ai réduit ces fractions en 48mes. en prenant la moitié, le tiers, le quart, &c. du Dénominateur commun 48. Et comme on n'additionne que les Numerateurs, je les ai poſés ſeuls à côté. Les ayant enſuite additionnés, j'ai trouvé 75/48 : Or 48/48 = 1. J'ai donc ôté 48, qui eſt l'Entier, de 75, & le reſte, 27/48 = 9/16, que j'ai poſé au bas des fractions, & retenu 1 pour ajouter aux Entiers. Ainſi, la ſomme de cette addition eſt 142 9/16.

Autres Exemples.

§. 42. Mais comme dans ces deux derniers Exemples, les Numerateurs ſont tous l'unité, en voici d'autres.

Additionner.

26 1/2 = 16/24		16
18 1/4 = 18/24		18
16 1/8 = 3/24		3
26 1/8 = 9/24		9
16 7/12 = 14/24		14
17 1/24		1
16 17/24		17
16 1/6 = 4/24		4
24 5/6 = 20/24		20
Somme 179 1/4		102
	Otez	96 = 4 Ent.
	Reſte	6/24 = 1/4

Additionner.

36 3/4 = 36/48		36
17 1/8 = 6/48		6
17 7/8 = 42/48		42
17 1/16 = 3/48		3
17 11/16 = 33/48		33
27 2/3 = 32/48		32
16 5/6 = 40/48		40
17 11/12 = 44/48		44
17 17/24 = 34/48		34
Som. 186 5/8		270
	Otez	240 = 5 Ent.
	Reſte	30/48 = 5/8

Dans l'une j'ai réduit les Fractions en 24mes, dénomination commune; & dans l'autre je les ai réduites en 48mes autre dénomination commune. Il eſt facile de comprendre que pour trouver, par exemple, que $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$, il n'eſt queſtion que de prendre 7 fois la 12e. de 24: or la 12e. de 24 eſt 2, donc 7 fois la 12e. ou $\frac{7}{12}$ ſont 7 fois 2 ou $\frac{14}{24}$.

De même, pour trouver que $\frac{11}{16} = \frac{33}{48}$, il ſuffit de prendre 11 fois la 16e. de 48: or la 16e. de 48 eſt 3; donc 11 fois la 16e. ou $\frac{11}{16}$ ſont 11 fois 3 ou $\frac{33}{48}$. Il en eſt de même des autres.

§. 43. Si l'on demande pourquoi nous avons réduit les fractions, les unes en 24mes & les autres en 48mes, je réponds qu'il eſt aiſé de voir que c'eſt parce que les unes pouvoient toutes ſe réduire en 24mes, & non pas les autres. Ainſi les $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ & $\frac{1}{12}$, peuvent toutes ſe réduire en 24mes, parce qu'on peut prendre exactement la moitié, le tiers, le quart, la 6e. la 8e. & la 12e. de 24, c'eſt-à-dire, que 24 eſt diviſible par 2, par 3, par 4, par 6, par 8, & par 12. Mais les 16mes ne peuvent être réduites en 24mes, parce qu'on ne peut prendre exactement la 16me de 24, c'eſt-à-dire, que 24 n'eſt pas diviſible par 16. Or le plus petit nombre qui ſoit diviſible par 16 en même temps que par 2, par 3, par 4, par 6, par 8 & par 12, eſt 48. Voilà pourquoi dans le cas où il ſe rencontre des 16mes avec les autres fractions de l'Aune, on prend 48 pour le Dénominateur commun.

Pourquoi l'on a employé tour à tour 24 & 48 pour Dénominateur commun.

§. 44. Il ſuit de-là que le *Dénominateur commun*, qui a pluſieurs fractions de différentes dénominations, eſt le nombre qui eſt diviſible par chaque Dénominateur des fractions propoſées. Or rien n'eſt plus aiſé que de le trouver; voici la méthode: nous avons déja dit ſus §. 38, que pour avoir le Dénominateur commun à deux fractions de différente dénomination, il faut multiplier les deux Dénominateurs différens l'un par l'autre, & le produit donne le Dénominateur commun, parce qu'il eſt néceſſairement diviſible par les deux Racines ou Nombres générateurs, Ire. Partie §. 133 & 135.

En quoi conſiſte préciſément le Dénominateur commun & comment on le trouve pour tant de fractions qu'on voudra.

Si l'on a trois fractions dont les dénominateurs ſoyent 2, 3, & 4; en multipliant les deux premiers, ſavoir 2 par 3, on a 6 pour le Dénominateur commun des deux premieres, parce que 6 eſt diviſible par ſes générateurs, 2 & 3; donc ſi l'on multiplie ce premier produit, 6, par le 3e. Dénominateur, 4, on aura 24, ſecond produit, auſſi diviſible par 4.

§. 45. De-là il eſt aiſé de conclure que *pour trouver le Dénominateur commun à pluſieurs fractions de differens Dénominateurs, ou en général, un Nombre qui ſoit diviſible par tels nombres qu'on voudra, il faut multiplier ces nombres, ou les Dénominateurs des fractions propoſées, les uns par les autres, ſavoir le premier par le ſecond, le produit par le* 3e. *nombre, le* 2d. *pro-*

Régle générale pour trouver un nombre qui ſoit diviſible par tels

autres nombres qu'on voudra, ou le Dénominateur commun à plusieurs fractions de différens dénominateurs.

duit par le 4e. *nombre*, *& ainſi de ſuite*, *& le dernier produit ſera le Dénominateur commun*, *ou le Nombre diviſible par tous ceux qui ſeront entrés dans ces Multiplications.* On voit que cela ſe réduit à trouver le Nombre compoſé qui réſulte de tels nombres qu'on veut, Ire. Partie §. 140.

Exemple d'une Addition où il y a lieu de chercher un Dénominateur commun aux fractions propoſées.

§. 46. Soit à additionner

27	$\frac{1}{2}$	$= \frac{105}{210}$	105
17	$\frac{1}{3}$	$= \frac{70}{210}$	70
17	$\frac{1}{5}$	$= \frac{42}{210}$	42
16	$\frac{1}{7}$	$= \frac{30}{210}$	30
Somme 78	$\frac{37}{210}$		247

Otez 210 = 1 Entier.

Reſte $\frac{37}{210}$

Multipliant les Dénominateurs de ces fractions les uns par les autres, j'ai trouvé 210 pour leur Dénominateur commun. Ainſi je les ai réduites en 210mes. La $\frac{1}{2}$ en prenant la moitié de 210, le $\frac{1}{3}$ en prenant le tiers, &c. ſelon l'ordre preſcrit ci-deſſus, §. 40. Et pour faciliter l'addition des Numérateurs, je les ai poſés ſeuls à côté. La ſomme étant $\frac{247}{210}$, j'en ai retranché $\frac{210}{210} = 1$, que j'ai retenu pour joindre aux Entiers, & j'ai poſé au bas les $\frac{37}{210}$ de reſte.

Autre Exemple.

§. 47. Soit encore à additionner.

26	$\frac{2}{3}$	$= \frac{280}{420}$	280
17	$\frac{3}{4}$	$= \frac{315}{420}$	315
16	$\frac{4}{5}$	$= \frac{336}{420}$	336
18	$\frac{6}{7}$	$= \frac{360}{420}$	360
Somme 80	$\frac{31}{420}$.		1291

Otez 1260 pr. 3 Entiers.

Reſte $\frac{31}{420}$

Ici, j'ai trouvé 420 pour Dénominateur commun, & j'ai réduit $\frac{2}{3}$ en 420mes en prenant deux fois le tiers de 420 : de même $\frac{3}{4}$, en prenant 3 fois le quart de 420 : de même $\frac{4}{5}$, en prenant 4 fois la cinquieme de 420 : de même $\frac{6}{7}$, en prenant 6 fois la 7me. de 420. J'ai poſé à côté les Numerateurs ſeuls pour en faciliter l'addition qui monte $\frac{1291}{420}$.

Or puiſqu'ici $\frac{420}{420} = 1$, $\frac{1260}{420} = 3$. J'ai donc retranché de 1291 les 1260 [valeur de 3 Entiers à retenir] & poſé le reſte, $\frac{31}{420}$, ſous la colonne des fractions, qui monte ainſi 3 $\frac{31}{420}$. Enſuite ayant additionné les Entiers en y ajoutant les 3 qu'on a retenu des fractions, la ſomme totale de l'Addition propoſée eſt 80 Entiers & $\frac{31}{420}$.

La méthode qu'on vient d'expliquer eſt univerſelle, mais longue & pénible quand on a beaucoup de fractions.

§. 48. Cette méthode univerſelle eſt longue & pénible quand on a beaucoup de Fractions à réduire à un Dénominateur commun, ſur-tout ſi les Dénominateurs ſont des Nombres premiers entr'eux ; mais à l'exception de ce cas, on peut abréger conſidérablement les opérations.

§. 49. Et 1°. Il arrive ſouvent que les Dénominateurs des Fractions propoſées ſont le double, le quadruple &c. les uns des autres, ou le triple, ſextuple, &c. les uns des autres. Dans ce cas, le plus grand des Dénominateurs peut toujours être le Dénominateur commun, ſans qu'on ait beſoin d'en chercher un autre. En voici un Exemple. 1er. Moyen de l'abréger.

Additionner	5	$\frac{1}{2}$	=	$\frac{64}{128}$	64
	2	$\frac{3}{4}$	=	$\frac{96}{128}$	96
	1	$\frac{3}{8}$	=	$\frac{48}{128}$	48
	—	$\frac{11}{16}$	=	$\frac{88}{128}$	88
	—	$\frac{11}{32}$	=	$\frac{44}{128}$	44
	—	$\frac{11}{64}$	=	$\frac{22}{128}$	22
	—	$\frac{11}{128}$			11
Somme	10	$\frac{117}{128}$			373

Otez 256 pr. 2 Entiers.

Reſte $\frac{117}{128}$

§. 50. Autre Exemple. Il arrive encore que les Dénominateurs des Fractions propoſées ſont tels, que le double, ou le triple du plus grand, peut être le Dénominateur commun.

Soit	27	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{48}{72}$	48
	9	$\frac{2}{9}$	=	$\frac{16}{72}$	16
	13	$\frac{5}{6}$	=	$\frac{60}{72}$	60
	3	$\frac{11}{24}$	=	$\frac{33}{72}$	33
Somme	54	$\frac{13}{72}$			157

Ici le triple du plus grand Dénominateur ſe trouvant diviſible par tous les autres, a pû ſervir de Dénominateur commun.

Otez 144 pr. 2 Entiers

Reſte $\frac{13}{72}$

Voilà qui eſt bien plus abrégé, ſans doute, que ſi l'on eût cherché le Dénominateur commun par la méthode ci-devant §. 45. On auroit trouvé 3888 pour Dénominateur commun de ce dernier exemple au lieu de 72, & de l'exemple précédent 268435456 au lieu de 128. Il auroit été long & pénible de réduire, ſans erreur, les fractions propoſées à une ſi grande dénomination.

Méthode pour trouver le plus petit Dénominateur commun : C'eſt le 2d. moyen d'abréger la méthode propoſée ci-devant, §. 45.

§. 51. Mais l'abrégé que nous indiquons a cet inconvénient qu'il faut chercher comme en tâtonnant, & eſſayer ſi tel nombre eſt diviſible ou non ; & d'ailleurs, il peut ſe rencontrer une infinité de cas où il ne réuſſira pas. Voici II°. une méthode ſûre pour découvrir, ſans tâtonnement, le plus petit Dénominateur commun, ou le plus petit nombre qui ſoit diviſible par tous les Dénominateurs de telles fractions qu'on voudra. Elle eſt fondée ſur la méthode donnée §. 45. Mais avec cette obſervation, *qu'avant que de multiplier deux nombres l'un par l'autre, on les réduit à leurs moindres termes, pour multiplier l'un de ces nombres par la réduction de l'autre :* les multiplications de tous les dénominateurs des fractions propoſées, les uns par les autres, étant faites avec cette obſervation, le dernier produit ſera infailliblement le plus petit Dénominateur commun.

1er. Exemple.

§. 52. Soit, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{8}$, $\frac{11}{16}$, $\frac{11}{32}$, $\frac{11}{64}$, $\frac{11}{128}$, de l'Exemple §. 49.

2×4	On poſe les 2 premiers Dénominateurs à côté l'un de l'autre avec le ſigne × qui indique la Multiplication à faire ; mais auparavant on en prend la moitié pour les réduire aux moindres termes 1 & 2, enſuite on multiplie 2 par 2, ou 4 par 1, & l'on poſe le produit à la colonne à gauche. A côté on met le 3e. dénominateur & le ſigne entre deux ; puis les réduiſant aux moindres termes, 1 & 2, on multiplie 4 par 2, ou 8 par 1, & le produit, 8, ſe poſe à la colonne à gauche ; & ainſi de ſuite juſqu'au dernier. Par ce moyen on trouve 128 pour le plus petit Dénominateur commun.
1 2	
4×8	
1 2	
8×16	
1 2	
16×32	
1 2	
32×64	
1 2	
64×128	
1 2	
128	

Au reſte, il étoit facile de ſe borner à examiner ſi le plus grand des Dénominateurs étoit diviſible par tous les autres, ce qui étoit aiſé à voir ; & cela fournit un moyen d'abréger.

Maniere d'abréger cette méthode.

§. 53. Soit ces fractions, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{11}{18}$, $\frac{11}{72}$, & $\frac{83}{360}$.

Pour abréger, l'on marque d'une croix le plus grand des Dénominateurs, ſavoir 360 ; puis l'on marque d'un point tous ceux des autres qui le diviſent exactement, & qui ſont 3, 6, 18, & 72. Donc 360 même eſt le plus petit commun Dénominateur.

Ainſi

Ainſi les Fractions propoſées ſe réduiſent, ſavoir, $\frac{2}{3} = \frac{240}{360}$, $\frac{5}{6} = \frac{300}{360}$, $\frac{11}{18} = \frac{220}{360}$, $\frac{11}{72} = \frac{55}{360}$ $\frac{83}{360}$.

Additionnant donc les Numérateurs.			240
De la ſomme 898			300
Otez . . 720 pour 2 Entiers.			220
			55
Il reſte	178	89	83
	360	180 comme §. 50.	898

§. 54. Soient encore à réduire à leur moindre Dénomination commune les Fractions ſuivantes ; Second Exemple.

$\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{12}$.

\+ + + + + +

1°. Je marque d'une croix le plus grand des Dénominateurs, qui eſt 12, & d'un point ceux des autres Dénominateurs qui le diviſent ; ſavoir, 2, 3, 4 & 6.

2°. Je marque encore d'une croix le plus grand des Dénominateurs reſtans ; ſavoir 11, qu'aucun des autres ne diviſe.

3°. Je marque auſſi d'une croix le plus grand des Dénominateurs reſtans, qui eſt 10, & d'un point le Dénominateur, 5, qui le diviſe.

4°. Il me reſte les Dénominateurs, 9, 8 & 7, qui ne ſont pas diviſibles l'un par l'autre, & je les marque chacun d'une croix.

Il ne s'agit donc à préſent que de chercher le plus petit commun Dénominateur des Fractions marquées d'une croix ; c'eſt-à-dire, le plus petit nombre qui ſoit diviſible par leurs Dénominateurs : ce que je fais ſelon la méthode preſcrite §. 51.

7 × 8	Vous voyez que les deux premiers Dénominateurs,
56 × 9	7 & 8, n'étant pas réductibles, puiſqu'ils ſont pre-
504 × 10	miers entr'eux, je n'ai qu'à les multiplier l'un par l'autre;
252 5	le produit eſt 56, à multiplier par 9, Dénominateur
2520 × 11	ſuivant, ce que je fais puiſqu'ils ne peuvent non plus
27720 × 12	ſe réduire. Le produit eſt 504, à multiplier par 10,
2310 1	autre Dénominateur ; mais pouvant ſe réduire à 252
27720	& 5, je multiplie l'un de ces nombres par la réduc-

tion de l'autre, ſavoir 504 par 5, ou 252 par 10, & le produit eſt 2520, que je multiplie par 11, parce qu'ils ne ſont pas réductibles. Le produit eſt 27720 à multiplier par le Dénominateur reſtant, qui eſt 12 ; mais je les réduis auparavant à leurs moindres termes, 2310 & 1, en en prenant la 12me. & je multiplie l'un des nombres par la réduc-

tion de l'autre ; ſavoir, 12 par 2310, ou 27720 par 1. D'où il réſulte que 27720 eſt le plus petit Dénonominateur commun des Fractions propoſées.

Réduiſons donc ces Fractions en 27720mes. & l'on a $\frac{1}{2} = \frac{13860}{27720}$, $\frac{1}{3} = \frac{9240}{27720}$, $\frac{1}{4} = \frac{6930}{27720}$, $\frac{1}{5} = \frac{5544}{27720}$, $\frac{1}{6} = \frac{4620}{27720}$, $\frac{1}{7} = \frac{3960}{27720}$, $\frac{1}{8} = \frac{3465}{27720}$, $\frac{1}{9} = \frac{3080}{27720}$, $\frac{1}{10} = \frac{2772}{27720}$, $\frac{1}{11} = \frac{2520}{27720}$, $\frac{1}{12} = \frac{2310}{27720}$.

Et pour avoir la ſomme de ces onze Fractions, il ne faut qu'additionner les Numérateurs, qui ſont, ... 13860

9240
6930
5544
4620
3960
3465
3080
2772
2520
2310

58301

Otez 55440 pour 2 Entiers.

Il reſte 2861

27720

De ſorte que la valeur de ces onze Fractions ajoutées enſemble eſt $2\frac{2861}{27720}$.

Addition pour le Poids des Diamans

Comment on le nomme, & comment il ſe diviſe.

§. 55. Ce Poids ſe nomme *Karat*.

Le Karat peſe 4 Grains, & les Jouailliers ne le ſubdiviſent qu'en ſix manieres ; ſavoir, en $\frac{2}{2}$, $\frac{4}{4}$, $\frac{8}{8}$, $\frac{16}{16}$, $\frac{32}{32}$, & $\frac{64}{64}$. Ainſi

Le Karat peſant 4 Grains vaut $\frac{64}{64}$ ou $\frac{32}{32}$ ou $\frac{16}{16}$ ou $\frac{8}{8}$ ou $\frac{4}{4}$ ou $\frac{2}{2}$.

Le demi-Karat peſe 2 Grains, & vaut. . . . . $\frac{32}{64}$ ou $\frac{16}{32}$ ou $\frac{8}{16}$ ou $\frac{4}{8}$ ou $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$.

Le quart de Karat peſe 1 Grain, & vaut. . . . . $\frac{16}{64}$ ou $\frac{8}{32}$ ou $\frac{4}{16}$ ou $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Le huitieme de Karat peſe $\frac{1}{2}$ Grain, & vaut. . . . . $\frac{8}{64}$ ou $\frac{4}{32}$ ou $\frac{2}{16}$ ou $\frac{1}{8}$.

Le ſeizieme de Karat peſe $\frac{1}{4}$ de Grain, & vaut. . . . . $\frac{4}{64}$ ou $\frac{2}{32}$ ou $\frac{1}{16}$.

Le trente-deuxieme de Karat peſe $\frac{1}{8}$ de Grain, & vaut. . . . . $\frac{2}{64}$ ou $\frac{1}{32}$.

Le ſoixante-quatrieme de Karat peſe $\frac{1}{16}$ de Grain, & vaut. . . $\frac{1}{64}$.

§. 56. L'on a marqué toutes ces parties du Karat pour faire entendre un uſage particulier des Jouailliers, qui expriment leurs quantités fractionnées de Karat d'une maniere différente que ne feroient les Arithméticiens. Ainſi quand un Jouallier écrit Karats 4 . $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, il entend 4 K. $\frac{1}{2}$ K. $\frac{1}{4}$ de K. & $\frac{1}{8}$ de K. Ce qu'un Arithméticien exprimeroit plus briévement en mettant K. 4 $\frac{7}{8}$, ou 4 K . 3 Gr. $\frac{1}{2}$. Ecclairciſſons ceci par un Exemple.

Uſage particulier des Jouailliers.

§. 57.

Karats	27	$\frac{1}{2}$					
	19		$\frac{1}{4}$				
	15	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$			
	9		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$		
	13	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{32}$	
	7		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$		$\frac{1}{64}$
	9	$\frac{1}{2}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{32}$	
	5		$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
Somme. K.	107	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$		

Exemple d'une Addition.

Les Fractions étant rangées dans cet ordre, on les additionne aiſément en comptant $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$, $\frac{2}{32} = \frac{1}{16}$, $\frac{2}{16} = \frac{1}{8}$, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$, & $\frac{2}{2} = 1$ Karat. La ſomme eſt 107 Karats, $\frac{1}{2}$ K. $\frac{1}{4}$ de K. & $\frac{1}{16}$ de K. ce qui fait 107 K. $\frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{13}{16}$; donc 107 K. $\frac{13}{16}$ eſt la valeur de la ſomme de cette Addition.

On additionne, comme on voit, chaque colonne de Fractions, en commençant à droite. On prend la moitié du produit de chaque colonne; on retient cette moitié pour être jointe à la colonne ſuivante, & le reſte, qui ne peut être qu'un, ſe poſe au bas, ou rien s'il ne reſte rien.

Ainſi la derniere colonne à droite donne $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$. J'ajoute $\frac{1}{32}$ retenu à la colonne qui ſuit à gauche, ainſi elle donne $\frac{4}{32} = \frac{2}{16}$. J'ajoute $\frac{2}{16}$ que je retiens avec les ſeiziemes, & je trouve $\frac{5}{16} = \frac{2}{8} + \frac{1}{16}$: je retiens $\frac{2}{8}$ & je poſe $\frac{1}{16}$. J'ajoute les $\frac{2}{8}$ que je retiens avec les huitiemes, & je trouve $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$. J'ajoute ces $\frac{3}{4}$ avec les quarts, & je trouve $\frac{7}{4} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$; je retiens $\frac{3}{2}$ & je poſe $\frac{1}{4}$. J'ajoute $\frac{3}{2}$ que je retiens avec les demi, & je trouve $\frac{7}{2} = 3$ K. $+ \frac{1}{2}$; je poſe au bas $\frac{1}{2}$ K. & je retiens les 3 K. pour joindre aux Karats que j'additionne par dixaines, comme tous les Entiers.

SOUSTRACTION COMPOSÉE.

1°. En Florins, Sols & Deniers.

Premiere Maniere.

§. 58. Le Florin compoſé de 12 Sols, & le Sols de 12 Deniers.

De Florins 4320 „	3 Sols	-- Den.
Otez . . . 1387	10	6
Reſte Flor. 2932 „	4 Sols	6 Den.
Preuve. Fl. 4320 „	3 Sols.	

Commençant par les Deniers, je dis 1°. 6 d. de rien? ne peut. J'emprunte ſur 3 ſ. 1 ſol qui vaut 12 d. & je dis alors, 6 d. de 12 den. il reſte 6 den. que je poſe deſſous.

2°. Venant aux Sols, je conſidere qu'ayant emprunté 1 ſol ſur les 3 ſ. ils ne valent que pour 2 ſols; ainſi je dis, 10 ſols de 2 ſ. ne peut. J'emprunte Fl. 1, qui vaut 12 ſols, & 2 ſ. ſont 14 ſols; alors je dis, 10 ſols de 14 ſols, reſte 4 ſols, que je poſe deſſous.

3°. Venant aux Florins,

Seconde Maniere.

§. 59. Il y a une ſeconde maniere de compenſer l'emprunt qui a été fait, comme on l'a remarqué pour les Entiers dans la premiere Partie, §. 51. Ici, pour les Deniers, au lieu de diminuer d'un ſol les 3 ſols du nombre ſupérieur, j'ajoute 1 ſ. aux 10 ſ. du nombre inférieur, & je dis 11 ſ. de 3 ſ.? ne peut. Mais ajoutant 12 ſ. à ces 3 ſols, je dis, 11 ſ. de 15 ſols? il reſte 4 ſ. que je poſe. Enſuite pour les 12 ſols ajoutés aux 3 ſols, j'ajoute Fl. 1 aux Fl. 7 du nombre inférieur, & j'exécute la Souſtraction comme il a été dit §. 51 de la premiere Partie.

Autre Exemple.

§. 60.

De Fl. 5000 „	— Sols	6 Den.
Otez . 1093	—	9
Reſte . Fl. 3906 „	11 Sols	9 Den.
Preuve F. 5000 „	— Sols	6 Den.

En ſuivant la premiere maniere, je dis, 9 deniers de 6 deniers? ne peut. Je cherche à emprunter 1 ſol, mais n'y en ayant point au nombre ſupérieur, j'emprunte Fl. 1, qui vaut 12 ſols, deſquels je prends 1 ſol, qui vaut 12 den. & 6 d. ſont 18 den.; alors je dis, 9 d. de 18 d. reſte 9 d. que je poſe. Venant enſuite anx Sols, je me ſouviens qu'il me reſte 11 ſols du Florin emprunté; ainſi je dis, rien de 11 ſols, reſte 11 ſols, que je poſe deſſous. Enfin, venant aux Florins 5000, qui par l'emprunt ſont réduits à Florins 4999, je ſouſtrais comme il a été enſeigné dans la premiere Partie pour les Nombres Entiers.

Selon la ſeconde maniere, je dis 1°. 9 den. de 18 den.? reſte 9 deniers: 2°. Pour les 12 den. ajoutés aux 6 den. j'ajoute 1 ſol au nombre inférieur, & je dis, 1 ſol de 12 ſols? reſte 11 ſols: 3°. Pour les 12 ſols ajoutés au nombre ſupérieur, j'ajoute Fl. 1 aux Fl. 3 du nombre inférieur, & je dis, 4 de 10? il reſte 6, &c. continuant comme il a été dit pour le premier Exemple.

2°. En Livres, Sols & Deniers.

§. 61. La Livre compoſée de 20 Sols, & le Sol de 12 Deniers.

De Livres	3507 „	13 Sols	4 Den.
Otez . .	1875	18	9
Reſte L. .	1631 „	14 Sols	7 Den.
Preuve. L.	3507 „	13 Sols	4 Den.

Suivant la premiere maniere, je dis 1°. 9 den. de 4 deniers? ne peut; donc 9 den. de 16 deniers? reſte 7 den. que je poſe. 2°. Pour les 12 deniers ajoutés aux 4 den. je diminue de 1 ſol les 13 ſols du nombre ſupérieur, & je dis, 18 ſ. de 12 ſols? ne peut; j'ajoute donc 20 ſ. à 12 ſ. ce qui fait 32 ſols, & je dis, 18 ſ. de 32 ſols? reſte 14 ſols. 3°. Pour les 20 ſols ajoutés aux ſols du nombre ſupérieur, je diminue de L. 1, les L. 7 du même nombre, & je dis, 5 de 6? reſte 1, continuant juſqu'à la fin en empruntant, lorſqu'il eſt néceſſaire, 1 qui vaut 10.

Selon la ſeconde maniere, l'on fait qu'on ajoute 1 ſol aux 18 ſols du nombre inférieur pour les 12 deniers ajoutés aux 4 deniers, & l'on dit 19 ſ. de 33 ſols? reſte 14 ſols; & pour les 20 ſols ajoutés aux 13 ſols du nombre ſupérieur, on ajoute L. 1 aux L. 5 du nombre inférieur, faiſant la ſouſtraction des Entiers, comme il a été enſeigné dans la premiere Partie §. 51.

3°. En Gouldes & Creutzers d'Allemagne.

§. 62. Le Goulde ou Florin compoſé de 60 Creutzers.

De Florins	4387 „	36	Creutzers.
Otez . . .	1898	54	
Reſte . Fl.	2488 „	42	Creutzers.
Preuve Fl.	4387 „	36	Creutzers.

Suivant la premiere maniere, je dis, 54 Creutzers de 36. Cr.? ne peut. J'emprunte Fl. 1 de 60 Cr. qui joints aux 36 Cr. font 96 Creutzers; donc 54 Cr. de 96 Creutzers, reſte 42 Cr. Puis diminuant de 1 les Fl. 7 du nombre ſupérieur à cauſe de l'emprunt, je dis, 8 de 7? ne peut; donc 8 de 16, reſte 8, & ainſi de ſuite.

Par la ſeconde maniere, au lieu de diminuer de 1 les Fl. 7 du nombre

ſupérieur, l'on ajoute 1 aux Fl. 8 du nombre inférieur, & l'on dit, 9 de 17 ? reſte 8, & ainſi de ſuite.

Il eſt évident que s'il eſt queſtion de Rixdalers de 90 Cr. l'emprunt pour les Cr. ſera d'un Rixdaler de 90 Creutzers.

4°. Pour le Poids de Marc.

§. 63. Le Marc compoſé de 8 Onces, l'Once de 24 Deniers, & le Denier de 24 Grains.

De Marcs	383 „	2 Onces	18 Deniers.
Otez . .	187	6	21
Reſte Marcs	195 „	3 Onces	21 Deniers.
Preuve M.	383 „	2 Onces	18 Deniers.

ſont d'une dixaine comme on l'a dit.

On comprend bien ſans doute comment l'on s'y prend, de l'une ou de l'autre des deux manieres, pour compenſer l'emprunt, qui eſt ici 1°. d'une once qui vaut 24 den. & 2°. d'un Marc qui vaut 8 on. Pour les Entiers, les emprunts

Autre Exemple.

De	260 Onces —	Den. —	Grains.
Otez	187	15	20
Reſte .	72 Onces	8 Den.	4 Grains.
Prauve	260 Onces —	Den. —	Grains.

Ces Exemples ſuffiſent pour faire comprendre comment on doit faire pour tous les autres Entiers ſuivant leurs ſubdiviſions.

Souſtraction Chronologique.

Son uſage. §. 64. Je nomme ainſi cette Souſtraction parce qu'elle ſert en général à ſupputer combien il s'eſt écoulé de tems depuis une date juſqu'à une autre, principalement pour les calculs d'intérêts & d'eſcompte, & pour trouver l'âge de quelqu'un.

Premier Exemple, & Méthode. §. 65. Combien s'eſt-il écoulé de tems depuis le 15e Octobre 1730 juſqu'au 7e Juin 1762 ?

On poſe les deux dates l'une ſous l'autre ; ſavoir, l'antérieure ſous la poſtérieure, afin que le plus grand nombre d'années étant deſſus, on en ſouſtraiſe le moindre nombre. Dans chaque date, on ne poſe que le nombre d'années complettes dans l'Ere, qui a commencé à la naiſſance de Notre-

Seigneur, & le nombre de mois qui ſont achevés dans l'année qui n'eſt pas complette, avec le nombre de jours indiqué par le quantieme du mois.

Ainſi la date poſtérieure étant le 7e Juin 1762, je n'écris que 1761 ans, l'année 1762 n'étant pas complette au mois de Juin, n'y ayant que 5 mois écoulés dans cette année; ſavoir, Janvier, Février, Mars, Avril & Mai, plus 7 jours de Juin; je poſe donc 1°. 1761 *ans* 5 *mois* 7 *jours.*

La date antérieure étant le 15e Octobre 1730, je n'écris que 1729 ans, l'année 1730 n'étant pas complette au mois d'Octobre, n'y ayant que 9 mois écoulés dans cette année; ſavoir, Janvier, Février, Mars, Avril, Mai, Juin, Juillet, Août & Septembre, plus 15 jours d'Octobre; je poſe donc 2°. 1729 *ans* 9 *mois* 15 *jours.*

Ainſi de 1761 ans 5 mois 7 jours, durée indiquée par la date poſtérieure,
J'ôte . . 1729 ans 9 mois 15 jours, durée indiquée par la date antérieure;
Il reſte . 31 ans 7 mois 22 jours, pour réponſe à la Queſtion.

Preuve. 1761 ans 5 mois 7 jours.

Il eſt évident que ces deux durées, étant inégales, en retranchant la plus courte de la plus longue, on trouve leur différence, & par conſéquent le tems qui s'eſt écoulé d'une date à l'autre.

Que l'on compte chaque mois de 30 jours.

§. 66. Remarquons de plus que l'emprunt d'une année, pour les mois, eſt de 12 mois, puiſque l'année eſt compoſée de 12 mois; mais celui d'un mois, pour les jours, eſt toujours de 30 jours, quoiqu'il y ait des mois de 31 jours, & que le mois de Février n'ait que 28 ou 29 jours. Cela forme 5 jours de différence ſur chaque année; mais cela ne peut jamais faire qu'un ou 2 jours de différence dans la Souſtraction, parce que, dans chaque date, l'on compte également le mois de 30 jours. Pour s'en convaincre, il faut faire attention que dès le 15e Octobre 1730 au 15e Octobre 1761, il y a 31 ans juſte; que dès le 15e Octobre 1761 au 15e Mai 1762, il y a 7 mois juſte; & qu'enfin dès le 15e Mai 1762 au 7e Juin ſuivant, il y a 23 jours, au lieu de 22 jours, parce que le mois de Mai a 31 jours. On peut donc dire que depuis le 15e Octobre 1730 au 7e Juin 1762, il y a 31 ans 7 mois 23 jours, ce qui n'eſt qu'un jour de plus que ci-deſſus.

Second Exemple.

§. 67. Combien s'eſt-il écoulé de tems depuis le 15 Janvier 1710 juſqu'à la fin de 1762?

L'année 1762 étant complette, je mets 1762 ans pour la durée indiquée par la date poſtérieure; mais pour l'antérieure, je ne mets que 1709 ans qui ſont entiérement complets, plus 15 jours de l'année 1710.

Ainſi de 1762 ans, durée indiquée par la date poſtérieure,
Je retranche 1709 ans — mois 15 jours, durée de la date antérieure;

Il reſte . . 52 ans 11 mois 15 jours, pour réponſe à la Queſtion.

Preuve . 1762 ans — —

Souſtraction en Fractions.

I. Lorſque les fractions ſont de même Dénomination : 1er. cas.

§. 68. Pour la bien entendre, il faut ſe rappeller toutes les inſtructions données ſur les Fractions §. 7 à §. 30.

De	$27\ \frac{3}{4}$	$29\ \frac{5}{6}$	$39\ \frac{8}{9}$
Otez	$19\ \frac{1}{4}$	$17\ \frac{1}{6}$	$19\ \frac{2}{9}$
Reſte	$8\ \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$	$12\ \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$	$20\ \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$
Preuve	$27\ \frac{3}{4}$	$29\ \frac{5}{6}$	$39\ \frac{8}{9}$

Vous voyez que dans ce premier cas la Fraction du nombre ſupérieur, étant plus grande que celle de l'inférieur, il ſuffit de ſouſtraire l'un de l'autre, & qu'il reſte une Fraction, qui peut ordinairement ſe réduire à de moindres termes. Ainſi au premier Exemple, $\frac{1}{4}$ de $\frac{3}{4}$, reſte $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$: Au ſecond Exemple, $\frac{1}{6}$ de $\frac{5}{6}$, reſte $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$: Et au troiſieme Exemple, $\frac{2}{9}$ de $\frac{8}{9}$, reſte $\frac{6}{9} = \frac{2}{3}$. La Preuve eſt très-facile.

Second cas.

§. 69.

De	$27\ \frac{1}{3}$	$47\ \frac{1}{6}$	$29\ \frac{3}{8}$	$47\ \frac{4}{7}$
Otez	$19\ \frac{2}{3}$	$19\ \frac{5}{6}$	$19\ \frac{7}{8}$	$18\ \frac{6}{7}$
Reſte	$7\ \frac{2}{3}$	$27\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	$9\ \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$	$28\ \frac{5}{7}$
Preuve	$27\ \frac{1}{3}$	$47\ \frac{1}{6}$	$29\ \frac{3}{8}$	$47\ \frac{4}{7}$

Dans ce ſecond cas, la Fraction du nombre ſupérieur eſt plus petite que celle de l'inférieur; ainſi on ne peut ſouſtraire celle-ci de celle-là ſans emprunter 1, qui, au premier Exemple, vaut $\frac{3}{3}$; au ſecond Exemple, $\frac{6}{6}$;

au

au troiſieme Exemple, $\frac{8}{3}$; & au quatrieme Exemple, $\frac{7}{7}$. La preuve eſt auſſi fort aiſée; car au premier Exemple additionnant $\frac{2}{3}$ avec $\frac{2}{3}$, on a $\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$; on poſe donc $\frac{1}{3}$, & l'on retient 1 : Au ſecond Exemple additionnant $\frac{5}{6}$ avec $\frac{2}{6}$, on a $\frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$; on poſe donc $\frac{1}{6}$, & l'on retient 1 : Au troiſieme Exemple additionnant $\frac{7}{8}$ & $\frac{4}{8}$, on a $\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$; on poſe donc $\frac{3}{8}$, & l'on retient 1 : Enfin, au quatrieme Exemple, additionnant $\frac{6}{7}$ & $\frac{5}{7}$, on a $\frac{11}{7} = 1\frac{4}{7}$, on poſe donc $\frac{4}{7}$ & l'on retient 1.

§. 70. Lorſque les Fractions ne ſont pas de la même dénomination, il faut les y réduire; & il y a auſſi deux cas pour leſquels on opere comme dans les Exemples qu'on vient de donner.

II. Lorſque les fractions ſont de différente Dénomination : 1er. cas.

De	$47\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$	De	$49\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$	De	$40\frac{4}{7} = \frac{36}{63}$
Otez	$19\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	Otez	$17\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$	Otez	$19\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$
Reſte	$28\frac{1}{6}$	Reſte	$32\frac{1}{12}$	Reſte	$21\frac{8}{63}$
Preuve	$47\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	Preuve	$49\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	Preuve	$40\frac{36}{63} = \frac{4}{7}$

Dans le premier Exemple, j'ai réduit les deux Fractions en ſixiemes, 6 étant le Dénominateur commun qui réſulte des deux Dénominateurs des Fractions données §. 38. Puis j'ai dit, $\frac{2}{6}$ de $\frac{3}{6}$, reſte $\frac{1}{6}$. Et pour la Preuve, j'ai additionné $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$ avec $\frac{1}{6}$, ce qui donne $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

Dans le ſecond Exemple, 12 étant le Dénominateur commun des Fractions propoſées, je les ai réduites en douziemes; & j'ai dit enſuite, $\frac{8}{12}$ de $\frac{9}{12}$, reſte $\frac{1}{12}$. Et pour la Preuve, j'ai additionné $\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$ avec $\frac{1}{12}$, ce qui fait $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

Dans le troiſieme Exemple, trouvant 63 pour le Dénominateur commun, je réduis les Fractions en 63mes. Puis je dis, $\frac{28}{63}$ de $\frac{36}{63}$, il reſte $\frac{8}{63}$. Et pour la Preuve, j'ai additionné $\frac{4}{9} = \frac{28}{63}$ avec $\frac{8}{63}$, ce qui fait $\frac{36}{63} = \frac{4}{7}$.

§. 71. Second cas.

De	$41\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$	De	$46\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$	De	$147\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$
Otez	$19\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$	Otez	$17\frac{11}{12}$	Otez	$59\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$
Reſte	$21\frac{5}{6}$	Reſte	$28\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$	Reſte	$87\frac{22}{35}$
Preuve	$41\frac{1}{3}$	Preuve	$46\frac{2}{3}$	Preuve	$147\frac{15}{35} = \frac{3}{7}$

Dans le premier exemple, ayant réduit les fractions en 6mes, j'ai dit, $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{6}$, ne peut : j'emprunte $1 = \frac{6}{6}$, & $\frac{2}{6}$ font $\frac{8}{6}$; donc $\frac{3}{6}$ de $\frac{8}{6}$, reste $\frac{5}{6}$. Et pour la Preuve, j'ai additionné $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ avec $\frac{5}{6}$, ce qui fait $\frac{8}{6} = 1\frac{2}{6}$; j'ai donc posé $\frac{1}{3}$ & retenu 1.

Dans le second Exemple, ayant réduit les $\frac{2}{3}$ en 12mes, j'ai dit, $\frac{11}{12}$ de $\frac{8}{12}$, ne peut : j'emprunte $1 = \frac{12}{12}$, & $\frac{8}{12}$ font $\frac{20}{12}$; donc $\frac{11}{12}$ de $\frac{20}{12}$, reste $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. Et pour la Preuve, j'ai additionné $\frac{11}{12}$ avec $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$, ce qui donne $\frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$; j'ai donc posé $\frac{2}{3}$ & retenu 1.

Dans le troisieme Exemple, les deux fractions étant réduites à même dénomination ; j'ai dit $\frac{28}{35}$ de $\frac{15}{35}$, ne peut : j'emprunte $1 = \frac{35}{35}$, & $\frac{15}{35}$, font $\frac{50}{35}$; donc $\frac{28}{35}$ de $\frac{50}{35}$, reste $\frac{22}{35}$. Pour la Preuve j'ai additionné $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$, avec $\frac{22}{35}$, ce qui fait $\frac{50}{35} = 1\frac{15}{35} = \frac{3}{17}$, j'ai donc posé $\frac{3}{7}$ & retenu 1.

Souſtraction pour le poids des Diamans.

§. 72. Voyez ce qu'on en a dit §. 55. & §. 56.

De	27 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	
Otez	18 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
Reſte	8 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
Preuve	27 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	

Il eſt bien viſible que l'emprunt eſt 1°. de $\frac{1}{8} = \frac{2}{16}$, 2°. de $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, 3°. de $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, 4°. de 1 K. $= \frac{2}{2}$.

De	29 K.	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	
Otez	18 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$
Reſte	10 K.	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{64}$
Preuve	29 K.	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{16}$	

Dans ce ſecond Exemple, on a emprunté $\frac{1}{16} = \frac{2}{32}$, dont on a pris $\frac{1}{32} = \frac{2}{64}$, pour en ôter le $\frac{1}{64}$, & il eſt reſté $\frac{1}{64}$ qu'on a poſé deſſous. Enſuite des $\frac{2}{32}$ empruntées, dont on n'a pris qu'une 32me, il eſt reſté $\frac{1}{32}$, dont retranchant $\frac{1}{32}$, qui eſt au nombre inférieur, & il n'eſt rien reſté. Après cela le $\frac{1}{16}$ du nombre ſupérieur ayant été emprunté, eſt reputé o, & deſſous il n'y a rien non plus à en ôter. On vient donc au $\frac{1}{8}$ du nombre inférieur, qu'on retranche de $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ qu'on emprunte, & il reſte $\frac{1}{8}$. Le $\frac{1}{4}$ au nombre ſupérieur étant emprunté, il eſt reputé o, & deſſous il n'y a rien non plus à en ôter. On paſſe donc enfin

à la $\frac{1}{2}$ qui eſt au nombre inférieur qu'on retranche de $\frac{2}{2} = 1$ K, qu'on emprunte, & il reſte $\frac{1}{2}$.

Ou bien, au lieu de diminuer la fraction du nombre ſupérieur, pour compenſer l'emprunt, on augmente celle de l'inférieur, ſuivant la ſeconde maniere de faire la Souſtraction, & l'on dit; $\frac{1}{64}$ de $\frac{2}{64}$, reſte $\frac{1}{64}$; $\frac{2}{32}$ de $\frac{2}{32}$, ne reſte rien; $\frac{1}{16}$ de $\frac{1}{16}$, ne reſte rien; $\frac{1}{8}$ de $\frac{2}{8}$, reſte $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$, ne reſte rien; $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{2}$, reſte $\frac{1}{2}$; 9 de 9, il ne reſte rien; & 1 de 2, il reſte 1. Pour la Preuve, l'on voit qu'il ne s'agit que d'additionner la quantité retranchée avec celle qui eſt reſtée, pour retrouver la quantité ſupérieure.

Multiplication des Fractions.

§. 73. Il s'agit ici, ou de multiplier une Fraction & un nombre entier l'un par l'autre, ou de multiplier une Fraction par une autre Fraction.

En quoi conſiſte la Multiplication des Fractions.

Pour bien comprendre l'un & l'autre de ces deux cas, il faut remonter à la nature de la Multiplication en général. *Multiplier*, c'eſt en général prendre une quantité autant de fois que l'indique une autre quantité. Ainſi multiplier 4 par 3, c'eſt prendre trois fois la quantité 4. Donc multiplier une Fraction quelconque, par exemple, $\frac{3}{4}$ par 8, c'eſt prendre 8 fois $\frac{3}{4}$.

Et comme le produit eſt le même ſoit qu'on multiplie 4 par 3, ou 3 par 4; le produit doit auſſi être le même ſoit qu'on multiplie $\frac{3}{4}$ par 8, ou 8 par $\frac{3}{4}$: or le produit de $\frac{3}{4}$ par 8 eſt $\frac{24}{4} = 6$, car 8 fois $\frac{3}{4}$ ſont $\frac{24}{4}$, qui ſont 6 Entiers. Donc le produit de 8 par $\frac{3}{4}$ doit auſſi être 6. Or 6 eſt les $\frac{3}{4}$ de 8; donc multiplier 8 par $\frac{3}{4}$, c'eſt prendre les $\frac{3}{4}$ de 8.

§. 74. Et en effet, par la définition ci-deſſus, il paroit que le produit de toute multiplication doit baiſſer à meſure que le multiplicateur baiſſe: Ainſi le produit de $8 \times 4 = 32$, celui de $8 \times 3 = 24$, celui de $8 \times 2 = 16$, celui de $8 \times 1 = 8$, où l'on voit que le produit par 2 eſt la moitié de celui par 4, & que le produit par 1 eſt la moitié de celui par 2: Donc le produit de la multiplication par $\frac{1}{2}$ ſera la *moitié* de celui de la multiplication par 1; le produit de la multiplication par $\frac{1}{3}$ ſera le *tiers* de celui de la multiplication par 1; le produit de la multiplication par $\frac{1}{4}$ ſera le *quart* de celui de la multiplication par 1; & ainſi de ſuite: donc encore le produit de la multiplication par $\frac{2}{3}$ ſera les *deux tiers* de celui de la multiplication par 1; le produit de la multiplication par $\frac{3}{4}$ ſera les *trois quarts* de celui de la multiplication par 1, &c.

Multiplier par une Fraction, c'eſt prendre la partie indiquée par cette fraction.

Or le produit de la multiplication par 1 eſt toujours égal au multiplicande.

Donc, multiplier une quantité quelconque par $\frac{1}{2}$, c'eſt en prendre la *moitié*;
——————————— par $\frac{1}{3}$, ——————— le *tiers*;
——————————— par $\frac{1}{4}$, ——————— le *quart*;
——————————— par $\frac{2}{3}$, ——— les 2 *tiers*;
——————————— par $\frac{3}{4}$, ——— les 3 *quarts*. &c.

Cela ſuppoſe que toute Fraction eſt partie ou portion de l'Unité qui repréſente un Tout ou Entier quelconque, §. 10.

Principe pour multiplier par une Fraction.

§. 75. Voici donc le Principe général : *Pour multiplier une Quantité quelconque par une Fraction, il faut prendre, ſur cette Quantité, la partie indiquée par cette Fraction.*

Et comme la Quantité à multiplier peut être une Fraction ou un Nombre Entier, ces deux cas exigent quelques éclairciſſemens.

Lorſque la Quantité à multiplier eſt, elle-même, une Fraction.

§. 76. I. Si la Quantité à multiplier eſt, elle-même, une Fraction, il s'agit alors de multiplier une Fraction par une autre, c'eſt-à-dire, de prendre ſur une Fraction la partie indiquée par une autre Fraction égale ou différente.

Soit à multiplier $\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{2}$, Il s'agit de prendre la moitié de $\frac{1}{2}$;
$\frac{1}{3}$ par $\frac{1}{3}$, le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$, les $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{4}$, la $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{5}$, les
$\frac{3}{4}$ par $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$. Cela ſuit évidemment du Prin-
$\frac{1}{2}$ par $\frac{1}{5}$, cipe.
$\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{6}$,

Regle pour trouver le produit d'une Fraction par une autre, ou telle partie qu'on voudra d'une Fraction.

§. 77. Mais comment faut-il opérer? *Il faut multiplier l'un par l'autre*, 1°. *les deux Numérateurs pour avoir le Numérateur de la Fraction du produit*, & 2° *les deux Dénominateurs pour avoir le Dénominateur.* Ainſi,

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$, ou la $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ produit $\frac{1}{4}$.
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3}$, ou le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{3}$ —— $\frac{1}{9}$.
$\frac{3}{4} \times \frac{3}{4}$, ou le $\frac{3}{4}$ de $\frac{3}{4}$ —— $\frac{9}{16}$.
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5}$, ou le $\frac{1}{5}$ du $\frac{1}{2}$ —— $\frac{1}{10}$.
$\frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$, ou les $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{3}$ —— $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$.

Démonſtration.

§. 78. Pour ſe convaincre de la vérité de cette Regle, il faut raiſonner ainſi : Quand je multiplie $\frac{5}{6}$ par $\frac{2}{3}$, je cherche les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$, par la définition ; or, 1°. en multipliant le Dénominateur, 6, par le Dénominateur, 3, je trouve $\frac{5}{18}$ qui ſont le tiers $\frac{5}{6}$ (§. 17.) Et 2°. en multipliant le Numérateur, 5, par le Numérateur, 2, j'ai le double de $\frac{5}{18}$ (§. 19.) J'ai donc les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$.

Si l'on renverſe les termes & qu'on entende de multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{6}$, ce qui doit donner le même produit, [Ire. Partie §. 64.] alors il s'agit de trouver les $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{3}$: Or 1°. en multipliant le Dénominateur, 3, par le Dénominateur, 6, je trouve $\frac{5}{18}$ qui ſont la ſixieme de $\frac{2}{3}$, [§. 17.] Et 2°. en multipliant le Numerateur, 2, par le Numerateur, 5, j'ai le quintuple de $\frac{5}{18}$, [§. 19.] J'ai donc les $\frac{5}{6}$ de $\frac{2}{3}$ qui ſont égales aux $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$.

Quoique cette démonſtration porte ſur un Exemple particulier, elle ne laiſſe pas d'être générale, puiſqu'on peut l'appliquer à tout autre Exemple.

Fraction de Fraction, comment on en trouve la valeur en une ſeule Fraction.

§. 79. La Multiplication d'une Fraction par une autre eſt donc une *Fraction de Fraction.* Et comme, après avoir multiplié une Fraction par une autre, on peut multiplier le produit trouvé par une troiſieme Fraction, ce ſecond produit par une quatrieme, &c. On voit qu'on peut trouver la valeur de tant de *fractions de fractions* qu'on voudra, en multipliant ſucceſſivement, les uns par les autres, 1°. les Numerateurs, 2°. les Dénominateurs.

Ainſi je trouve que la $\frac{1}{2}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{2}{3}$ eſt $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$.

que les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{4}$ de $\frac{5}{6}$ de $\frac{7}{8}$ ſont $\frac{210}{576} = \frac{35}{96}$.

Lorſque la Quantité à multiplier eſt un Nombre entier pur ou fractionné: 1°. S'il eſt ſans fraction.

§. 80. II. Si la Quantité à multiplier eſt un Nombre entier, ce Nombre peut être un Nombre Entier pur, ou être accompagné d'une Fraction; mais dans l'un & l'autre cas, il eſt également queſtion de multiplier ce Nombre Entier, pur ou fractionnel, par une Fraction, ou cette Fraction par le Nombre Entier pur ou fractionnel.

Ier. Cas. Multiplier 6 par $\frac{2}{3}$ ou $\frac{2}{3}$ par 6, c'eſt chercher le produit de 6 fois $\frac{2}{3}$ ou les $\frac{2}{3}$ de 6 par la définition [§. 73 & §. 74.] Or pour avoir 6 fois $\frac{2}{3}$, *il ne faut que multiplier le Numerateur de la Fraction par le Nombre entier*, & l'on a $\frac{12}{3} = 4$. Ou pour avoir les $\frac{2}{3}$ de 6, il ne faut que prendre les $\frac{2}{3}$ de 6, ce qui donne également 4 pour produit.

Il y a deux manieres.

§. 81. Il y a donc deux manieres, qui reviennent au même, de multiplier un Nombre entier par une Fraction ou une Fraction par un Nombre entier.

1re. Maniere.

La premiere eſt de *multiplier le Numerateur de la Fraction par le Nombre entier en laiſſant ſubſiſter le Dénominateur, & de réduire enſuite le produit trouvé en ſes moindres termes, & en entier s'il y a lieu.*

2de. Maniere.

§. 82. La ſeconde eſt de *diviſer le Nombre entier par le Dénominateur de la Fraction, & de multiplier le Quotient par le Numerateur*; ou, ce qui eſt plus commode, de *multiplier* 1°. *le Nombre entier par le Numerateur de la Fraction, & 2°. de diviſer le produit par le Dénominateur.*

Exemple: Multiplier $\frac{3}{4}$ par 8, ou 8 par $\frac{3}{4}$, c'eſt-à-dire, prendre les $\frac{3}{4}$ de 8.

1re. *Maniere.* Je multiplie le Numerateur 3 par le Nombre entier 8, & j'ai $\frac{24}{4} = 6$.

2de. *Maniere.* Je diviſe le Nombre entier 8 par le Dénominateur, 4, en en prenant le quart, ce qui donne 2 pour Quotient, que je multiplie par le Numerateur, 3, & j'ai 6 également.

Ou autrement, je multiplie 1°. le Nombre entier 8 par le Numerateur, 3, & je diviſe 2°. le produit, 24, par le Dénominateur, 4, ce qui donne auſſi 6.

Autre Exemple. Multiplier $\frac{5}{6}$ par 9, ou 9 par $\frac{5}{6}$, ce qui eſt prendre ou chercher les $\frac{5}{6}$ de 9.

1re. *Maniere.* Je multiplie le Numerateur, 5, par le nombre entier, 9, & j'ai $\frac{45}{6} = 7\frac{3}{6} = 7\frac{1}{2}$.

2de. *Maniere.* Je diviſe le Nombre entier, 9, par le Dénominateur, 6, en en prenant la 6me. & j'ai $1\frac{3}{6}$ ou $1\frac{1}{2}$ pour Quotient, que je multiplie par le Numerateur 5, en diſant 1°. 5 fois $\frac{1}{2}$ ſont $\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$, je poſe $\frac{1}{2}$ & je retiens 2; 2°. 5 fois 1 ſont 5 & 2 ſont 7. J'ai donc auſſi $7\frac{1}{2}$.

Ou autrement, je multiplie 1°. le Nombre entier, 9, par le Numerateur, 5, & je diviſe, 2°. le produit 45 par 6, en en prenant la 6e. & j'ai $7\frac{3}{6} = 7\frac{1}{2}$.

L'on pratique l'une ou l'autre méthode ſelon qu'elle ſe trouve plus commode pour le Nombre & pour la fraction que l'on a.

Autres Exemples. §. 83. Comme il eſt très utile de s'exercer à prendre ſur un Nombre les parties depuis la demi juſqu'à la 12me. j'en vais donner des Exemples, 1°. ſur des Nombres entiers ſans fraction, & 2°. ſur des Nombres mixtes ou Nombres entiers avec fraction.

J'avertis qu'au lieu de dire, par exemple, multiplier 16 par $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{3}$ par 16, je dirai prendre le $\frac{1}{3}$ de 16, qui, comme on l'a vû, revient au même.

La $\frac{1}{2}$ de 739.	Le $\frac{1}{3}$ de 2549.	Le $\frac{1}{4}$ de 33479.	La $\frac{1}{5}$ de 67399.
Produits. $369\frac{1}{2}$	$849\frac{2}{3}$	$8369\frac{3}{4}$	$13479\frac{4}{5}$
Multip. par 2.	par 3.	par 4.	par 5.
Preuves. 739.	2549.	33479.	67399.

§. 84. Vous voyez qu'en prenant la moitié, il reſte 1, dont la moitié eſt $\frac{1}{2}$; qu'en prenant le $\frac{1}{3}$, il reſte 2, dont le $\frac{1}{3}$ eſt $\frac{2}{3}$; qu'en prenant le $\frac{1}{4}$, il reſte 3, dont le quart eſt $\frac{3}{4}$; & qu'en prenant la 5e. il reſte 4, dont la 5e. eſt $\frac{4}{5}$, & ainſi de telles autres parties qu'on pourra prendre. Remarques.

Remarquez encore qu'en prenant la $\frac{1}{2}$, il ne peut reſter que 1; qu'en prenant le $\frac{1}{3}$, il ne peut reſter que 1 ou 2; qu'en prenant le $\frac{1}{4}$, il ne peut reſter que 1, ou 2, ou 3; & ainſi de ſuite.

§. 85. II. Cas. La Quantité à multiplier étant un Nombre entier avec fraction. Exemple: $8\frac{2}{3}$ à multiplier par $\frac{1}{4}$, ou $\frac{1}{4}$ par $8\frac{2}{3}$. 2°. Si la Quantité à multiplier eſt un Nombre entier avec fraction.

1re. *Maniere.* Je multiplie le Numerateur, 1, par $8\frac{2}{3}$, ce qui donne $\frac{8\frac{2}{3}}{4} = \frac{26}{12}$ $= \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$. Vous voyez que pour délivrer le Numerateur des $\frac{2}{3}$ dont il eſt affecté, j'ai multiplié les deux termes de la fraction $\frac{8\frac{2}{3}}{4}$ par 3, ce qui n'en change point la valeur par le Ve. Principe [§. 20.]

2de. *Maniere.* Je diviſe le nombre entier, $8\frac{2}{3}$, par le Dénominateur, 4, en en prenant le quart, & je multiplie le Quotient par 1, ce qui ne donne pas un produit différent. Or le $\frac{1}{4}$ de 8 eſt 2, & le $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$ eſt $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$ [§. 77.] J'ai donc de même $2\frac{1}{6}$.

Autre Exemple. Soit $9\frac{3}{4}$ à multiplier par $\frac{4}{5}$, ou $\frac{4}{5}$ par $9\frac{3}{4}$, ce qui revient à trouver les $\frac{4}{5}$ de $9\frac{3}{4}$.

Je multiplie le Numerateur, 4, par la quantité $9\frac{3}{4}$, en diſant 1°. 4 fois $\frac{3}{4}$ font $\frac{12}{4} = 3$, que je retiens; puis 4 fois 9 font 36 & 3 de retenu font 39, j'ai donc $\frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$.

Remarquez qu'au lieu de multiplier 4 par $9\frac{3}{4}$, j'ai multiplié $9\frac{3}{4}$ par 4, [1re. Partie §. 64.] Vous pouvez auſſi y obſerver la vérité énoncée dans la Propoſition ſuivante.

§. 86. *Si l'on multiplie une Fraction par un Nombre égal à ſon Dénominateur, ou ſi l'on multiplie un Nombre par une Fraction dont le Dénominateur eſt égal à ce nombre, le produit eſt néceſſairement égal au Numerateur.* Propoſition ſervant de Principe.

Exemple. Multipliant $\frac{3}{4}$ par 4, ou 4 par $\frac{3}{4}$, je dis que le produit eſt 3, égal au Numérateur.

Pour le démontrer, j'obſerve que toute fraction n'eſt autre choſe que le Quotient de la Diviſion du Numerateur par le Dénominateur. Ainſi $\frac{3}{4}$ ſignifie le quart de 3, ou le Quotient de 3 diviſé par 4. [§. 11.] Où l'on voit que 3 eſt le Dividende, 4 eſt le Diviſeur, & $\frac{3}{4}$ eſt le Quotient.

Or, [Ire. Partie, §. 88.] ſi l'on multiplie le Quotient par le Diviſeur, ou le Diviſeur par le Quotient, on retrouve le Dividende dans le produit. Donc $\frac{3}{4}$ multiplié par 4, ou 4 par $\frac{3}{4}$, le produit doit être le Numerateur 3. Il eſt évident qu'il en eſt de même de toute autre Fraction : Soit $\frac{15}{16}$ multipliées par 16, le produit eſt 15. Soit $\frac{17}{24}$ multipliées par 24, le produit eſt 17, &c.

Autre démonſtration. Quand je multiplie $\frac{17}{24}$ par 24, cela revient à multiplier 17 par 24, & à diviſer le produit par 24; puis donc que je diviſe le produit par le même nombre par lequel j'ai multiplié le Numerateur, il faut néceſſairement que je retrouve le Numerateur, puiſqu'alors je diminue le produit autant de fois que j'avois augmenté le Numerateur, [Ire. Partie §. 142. ſeconde conſéquence].

Autres Exemples.

§. 87. Donnons encore des Exemples de Multiplication d'un Nombre avec fraction par une Fraction, & concevons-les comme la maniere de prendre telle partie qu'on voudra, c'eſt-à-dire, qu'au lieu de dire multiplier par $\frac{1}{2}$, par $\frac{1}{3}$, &c. nous dirons prendre la $\frac{1}{2}$, le $\frac{1}{3}$, &c.

La $\frac{1}{2}$ de 536. $\frac{5}{6}$.		Le $\frac{1}{3}$ de 7347 $\frac{1}{4}$	
Produits.	268 $\frac{5}{12}$.		2449 $\frac{1}{12}$.
	2		3
Preuves.	536 $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.		7347 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

Le $\frac{1}{4}$ de 5876 $\frac{2}{3}$.		La $\frac{1}{5}$ de 73990 $\frac{1}{2}$.	
Produits.	1469 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.		14798 $\frac{1}{10}$.
	4		5
Preuves.	5876 $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$		73990 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$.

Au 1er. Exemple après avoir pris la $\frac{1}{2}$ de 536, j'ai pris la $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$ ſelon la Régle §. 77. ce qui donne $\frac{5}{12}$.

Au ſecond, après avoir pris le $\frac{1}{3}$ de 7347, j'ai pris le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ſelon la même Régle, & j'ai $\frac{1}{12}$.

Au troiſieme, le $\frac{1}{4}$ de 5876, puis le $\frac{1}{4}$ de $\frac{2}{3}$, qui eſt $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

Au quatrieme, la $\frac{1}{5}$ de 73990, puis le $\frac{1}{5}$ de $\frac{1}{2}$, qui eſt $\frac{1}{10}$.

Pour

Pour la preuve, je multiplie, dans chaque Exemple, le produit par le Dénominateur de la Fraction multiplicatrice, ou dont j'ai pris la partie qu'elle indique; ainſi, au 4e. Exemple, j'ai dit 5 fois $\frac{1}{10}$ ſont $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$; Au troiſieme, j'ai dit 4 fois $\frac{1}{6}$ ſont $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$; Au ſecond, 3 fois $\frac{1}{12}$ ſont $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$; Au premier, 2 fois $\frac{5}{12}$ ſont $\frac{10}{12} = \frac{5}{6}$.

Remarquez que pour trouver 3 fois $\frac{1}{12}$, on peut ſimplement prendre le $\frac{1}{3}$ du Dénominateur, 12, ce qui donne $\frac{1}{4}$; & que pour avoir 2 fois $\frac{5}{12}$, il ſuffit de prendre la moitié du Dénominateur, 12, ce qui donne d'abord $\frac{5}{6}$; [§. 17].

§. 88. Dans les Exemples qu'on vient de donner, le Nombre entier s'eſt trouvé diviſible par le Dénominateur de la Fraction multiplicatrice, mais en voici où il ne l'eſt pas, y ayant un reſte à joindre avec la fraction dont le Nombre entier eſt affecté.

Autres Exemples où il y a une circonſtance de plus.

	La $\frac{1}{2}$ de $739\frac{5}{6}$.	Le $\frac{1}{3}$ de $7349\frac{3}{4}$.	La $\frac{1}{4}$ de $7387\frac{2}{3}$.	La $\frac{1}{5}$ de $739\frac{1}{2}$.
Produits.	$369\frac{11}{12}$.	$2449\frac{11}{12}$.	$1846\frac{11}{12}$.	$147\frac{9}{10}$.
	2	3	4	5
Preuves.	$739\frac{5}{6}$.	$7349\frac{3}{4}$.	$7387\frac{2}{3}$.	$739\frac{1}{2}$.

Au 1er. Exemple la $\frac{1}{2}$ de 739 eſt 369, & il reſte $1\frac{5}{6} = \frac{11}{6}$, & la $\frac{1}{2}$ de $\frac{11}{6}$ eſt $\frac{11}{12}$.

Au 2d. le $\frac{1}{3}$ de 7349 eſt 2449, & il reſte $2\frac{3}{4} = \frac{11}{4}$; le $\frac{1}{3}$ de $\frac{11}{4}$ eſt $\frac{11}{12}$.

Au 3e. le $\frac{1}{4}$ de 7387 eſt 1846, & il reſte $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3}$; le $\frac{1}{4}$ de $\frac{11}{3}$ eſt $\frac{11}{12}$.

Au 4e. le $\frac{1}{5}$ de 739 eſt 147, & il reſte $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$; la $\frac{1}{5}$ de $\frac{9}{2}$ eſt $\frac{9}{10}$.

Pour la Preuve, je dis, au 1er. Exemple 2 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{22}{12} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$, ou bien 2 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{11}{6}$, §. 17. je poſe donc $\frac{5}{6}$ & je retiens 1.

Au 2d. Ex. 3 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{33}{12} = \frac{11}{4}$, ou bien 3 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{11}{4} = 2\frac{3}{4}$, je poſe $\frac{3}{4}$, & je retiens 2.

Au 3e. 4 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{44}{12} = \frac{11}{3}$, ou bien 4 fois $\frac{11}{12}$ ſont $\frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$, je poſe $\frac{2}{3}$, & je retiens 3.

Au 4e. 5 fois $\frac{9}{10}$ ſont $\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$, ou bien, §. 17. 5 fois $\frac{9}{10}$ ſont $\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$, je poſe $\frac{1}{2}$, & je retiens 4.

Les Parties Aliquotes, & les Aliquantes; ce qu'on entend par-là.

§. 89. Dans les Exemples que nous venons de donner, la Fraction multiplicatrice a toujours eu l'unité pour Numerateur, mais lorsque le Numerateur eſt autre que l'unité, on ſuit l'une des deux manieres données §. 81 & §. 82. Cependant quand le Dénominateur eſt un Nombre multiple qui a des Parties aliquotes commodes, on préfere la méthode que nous allons expliquer.

Lorſque l'on conçoit un Tout diviſé en pluſieurs parties, ou compoſé de pluſieurs parties, il y a de ces parties qu'on nomme *Aliquotes*, & d'autres qu'on nomme *Aliquantes*. Par exemple, les 24mes. ſont des parties d'un Tout compoſé de 24 parties, ou diviſé en 24 parties : or tous les Nombres qui meſurent 24 en ſont les parties aliquotes, & les autres qui ne le meſurent pas en ſont les parties aliquantes. Ainſi les Nombres, 1, 2, 3, 4, 6, & 8, meſurant le Nombre 24, en ſont les aliquotes, $\frac{1}{24}$, $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$, $\frac{3}{24} = \frac{1}{8}$, $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$, $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$, $\frac{8}{24} = \frac{1}{3}$, & $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$. Mais les autres parties de 24 ſont aliquantes, ſavoir, $\frac{7}{24}$, $\frac{5}{24}$, $\frac{9}{24} = \frac{3}{8}$, $\frac{10}{24} = \frac{5}{12}$, $\frac{11}{24}$, $\frac{13}{24}$, $\frac{14}{24} = \frac{7}{12}$, $\frac{15}{24} = \frac{5}{8}$, $\frac{16}{24} = \frac{2}{3}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$, $\frac{19}{24}$, $\frac{20}{24} = \frac{5}{6}$, $\frac{21}{24} = \frac{7}{8}$, $\frac{22}{24} = \frac{11}{12}$, & $\frac{23}{24}$. Un Nombre en meſure un autre quand il y eſt contenu exactement, ainſi 2 meſure tous les nombres pairs; 3 meſure 6, 9, &c.

Remarquez que toute Aliquote eſt une Fraction qui a l'unité pour Numerateur, au lieu que toute aliquante, réduite en ſes moindres termes, a pour Numerateur un autre nombre que l'unité.

Comment on multiplie par les Aliquantes.

§. 90. Nous avons vû, [§. 87. & §. 88.] comment on multiplie par une Aliquote, il faut montrer préſentement comment on multiplie ordinairement par les Aliquantes. Pour cela, remarquez 1°. que toute Aliquante eſt compoſée d'Aliquotes, & 2°. que ces aliquotes, ou quelques unes d'entr'elles, ſont aliquotes les unes des autres. Ainſi l'Aliquante $\frac{7}{8}$ eſt compoſée des Aliquotes $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$, & $\frac{1}{8}$; où vous voyez que $\frac{2}{8}$ eſt Aliquote ou moitié de $\frac{4}{8}$, & que $\frac{1}{8}$ eſt auſſi aliquote de $\frac{4}{8}$ ou de $\frac{2}{8}$, car $\frac{1}{6}$ eſt le quart de $\frac{4}{8}$ ou la moitié de $\frac{2}{8}$. Aliquante $\frac{11}{12} = \frac{6}{12} + \frac{4}{12} + \frac{1}{12}$, aliquotes qui ne le ſont pas toutes les unes des autres. On peut auſſi concevoir $\frac{11}{12}$ compoſée des aliquotes $\frac{6}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12}$. $\frac{5}{6} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6}$; mais la ſeconde Aliquote ne l'eſt pas de la premiere, tout comme $\frac{4}{12}$ n'eſt pas aliquote de $\frac{6}{12}$ ni $\frac{2}{12}$ de $\frac{3}{12}$.

§. 91. Cela posé, soit $\frac{7}{8}$ à multiplier par 379, ou 379 par $\frac{7}{8}$. Exemples.

Je multiplie les - - - -	379.
1°. par $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$, produit.	189 $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$
2°. par $\frac{2}{8} = \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ de $\frac{1}{2}$ -	94 $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$
3°. par $\frac{1}{8} = \frac{1}{4}$ de $\frac{4}{8}$ ou $\frac{1}{2}$ de $\frac{2}{8}$	47 $\frac{1}{8}$
Produit cherché.	331 $\frac{7}{8}$

Soit encore 499 à multiplier par $\frac{11}{12}$, ou $\frac{11}{12}$ par 499.
On peut le faire de 3 façons par les Aliquotes.

1°. Sur	499.
Prenez la $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{6}{12}$	249 $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$.
le $\frac{1}{3}$ pr. $\frac{4}{12}$	166 $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.
le $\frac{1}{4}$ du $\frac{1}{3}$ pr. $\frac{1}{12}$	41 $\frac{7}{12}$.
Produit requis	457 $\frac{5}{12}$.

2°. Sur	499.
Prenez la $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{6}{12}$	249 $\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$.
pr. $\frac{3}{12}$ la $\frac{1}{2}$ de $\frac{6}{12}$	124 $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.
pr. $\frac{2}{12}$ le $\frac{1}{3}$ de $\frac{6}{12}$	83 $\frac{1}{6} = \frac{2}{12}$.
	457 $\frac{5}{12}$.

3°. Sur	499.
Prenez le $\frac{1}{3}$ pr. $\frac{4}{12}$.	166 $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.
le $\frac{1}{3}$ pr. $\frac{4}{12}$.	166 $\frac{1}{3} = \frac{4}{12}$.
le $\frac{1}{4}$ pr. $\frac{3}{12}$.	124 $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.
	457 $\frac{5}{12}$.

Ou bien 4°. par l'une des deux manieres [sus §. 81. & 82.] qui reviennent au même.

Je multiplie le nombre	499.
par le Numerateur	11.
	499
	499
Je divise le produit -	5489
par le Dénominateur, 12,	
& j'ai	457 $\frac{5}{12}$

Il faut tâcher de bien saisir ces trois façons de multiplier avec une fraction par les parties aliquotes, sans négliger les autres méthodes que nous avons données lorsque le Dénominateur n'a pas des Aliquotes, comme dans cet Exemple.

Soit 2879 à multiplier par $\frac{15}{19}$, ou $\frac{15}{19}$ par 2879.

Je multiplie le Nombre entier 2879.
par le Numerateur 15.

14395
2879

Et divise le produit 43185 par le Dénominateur, 19.

51
138
55
17

Et j'ai 2272 $\frac{17}{19}$.
pour le produit cherché.

Voici un dernier Exemple où le Nombre entier est affecté d'une Fraction.

Soit 1387 $\frac{3}{4}$ à multiplier par $\frac{15}{16}$, ou $\frac{15}{16}$ par 1387 $\frac{3}{4}$.

Les parties aliquotes ne fourniſſent qu'une façon, qui est que, sur le Nombre . . . . 1387 $\frac{3}{4}$

On prend la $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{8}{16}$ . . .	693 $\frac{7}{8} = \frac{56}{64}$	56
la $\frac{1}{2}$ de la $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{4}{16}$ . . .	346 $\frac{15}{16} = \frac{60}{64}$	60
la $\frac{1}{2}$ de la 2de. $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{2}{16}$ . . .	173 $\frac{15}{32} = \frac{30}{64}$	30
la $\frac{1}{2}$ de la 3e. $\frac{1}{2}$ pr. $\frac{1}{16}$ . . .	86 $\frac{47}{64}$	47
Produit requis.	1301 $\frac{1}{64}$	193
	Otez	192 pr. 3 Entiers.
	Reste	1.

Régle générale pour multiplier un Nombre entier & une Fraction l'un par l'autre.

§. 92. L'on peut auſſi concevoir la Multiplication d'un Nombre entier par une Fraction, ou de la Fraction par le Nombre entier, comme la Multiplication de deux Fractions l'une par l'autre, parce que tout nombre entier peut être exprimé en forme de fraction en lui donnant l'unité pour Dénominateur, §. 26, & alors la multiplication se fait selon la Régle, §. 77.

Soyent les mêmes Exemples, sus §. 82.

1°. $\frac{3}{4} \times 8$, ou $8 \times \frac{3}{4}$, je multiplie $\frac{3}{4} \times \frac{8}{1}$, ou $\frac{8}{1} \times \frac{3}{4}$, & j'ai $\frac{24}{4} = 6$.

2°. $\frac{5}{6} \times 9$, ou $9 \times \frac{5}{6}$, je multiplie $\frac{5}{6} \times \frac{9}{1}$, ou $\frac{9}{1} \times \frac{5}{6}$, & j'ai $\frac{45}{6} = 7\frac{1}{2}$.

§. 93. Si le nombre entier eſt fractionné, on réduit le nombre entier en fraction de la dénomination de celle dont il eſt affecté, comme §. 27. & l'on fait enſuite la multiplication ſelon la Régle §. 77.

Régle lorſque le nombre entier eſt, fractionné.

Soient les mêmes Exemples ſus §. 85.

1°. $8\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$, ou $\frac{1}{4} \times 8\frac{2}{3}$, je vois que $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3}$, & je multiplie $\frac{26}{3} \times \frac{1}{4}$, ou $\frac{1}{4} \times \frac{26}{3}$, ce qui donne $\frac{26}{12} \times 2\frac{2}{12}$ ou $2\frac{1}{6}$.

2°. $9\frac{3}{4} \times \frac{4}{5}$, ou $\frac{4}{5} \times 9\frac{3}{4}$, je vois que $9\frac{3}{4} = \frac{39}{4}$, je multiplie donc $\frac{39}{4} \times \frac{4}{5}$, ou $\frac{4}{5} \times \frac{39}{4}$, & j'ai $\frac{156}{20} = 7\frac{16}{20}$ ou $7\frac{4}{5}$.

On pourra auſſi opérer de même pour les Exemples §, 87 & 88, de même que pour ceux §. 91. Pour celui qui eſt ſans fraction, comme §. 92. & pour celui où il y a une fraction comme §. 93.

§. 94. La même méthode peut encore avoir lieu lorſqu'il s'agit de multiplier, l'un par l'autre, deux Nombres dont l'un ſeulement eſt affecté d'une fraction, & auſſi lorſque l'un & l'autre ſont affectés de fraction.

I. Lorſque l'un des deux Nombres ſeulement eſt affecté d'une fraction, par exemple; Multiplier 179 par $159\frac{2}{3}$, ou $159\frac{2}{3}$ par 179.

Méthode de multiplier l'un par l'autre, deux nombres dont l'un eſt affecté d'une fraction.

1°. Je réduis en tiers les $159\frac{2}{3}$, en multipliant par 3, & j'ai $159\frac{2}{3} = \frac{479}{3}$, §. 27. J'exprime auſſi en forme de fraction le nombre 179, en mettant $\frac{179}{1}$, (§. 26.)

2°. Je multiplie $\frac{479}{3}$ par $\frac{179}{1}$ ſelon la Régle §. 77.

479	
179	
4311	
3353	
479	
85741	

Et je trouve $\frac{479}{3} \times, \frac{479}{1} = \frac{85741}{3} = 28580\frac{1}{3}$ pour le produit cherché.

§. 95. II. Lorſque les deux nombres ſont affectés d'une Fraction, il faut 1°. les réduire chacun à la dénomination de ſa fraction, ſelon la Regle §. 27. 2°. Faire la multiplication ſelon la Regle §. 77.

Lorſque les deux nombres ont chacun une fraction.

Soit $395\frac{3}{4}$ à multiplier par $197\frac{5}{6}$, ou $197\frac{5}{6}$ par $395\frac{3}{4}$.
Je fais $\frac{1583}{4} = 395\frac{3}{4}$, & $\frac{1187}{6} = 197\frac{5}{6}$.

Puis $\frac{1583}{4} \times \frac{1187}{6}$ donne $\frac{1879021}{24} = 78292\frac{13}{24}$.

Vous voyez que je diviſe enſuite le produit des des deux Numérateurs par 24, produit des deux Dénominateurs . . . . . & il vient 78292 avec 13 de reſte qui ſont $\frac{13}{24}$. Ainſi $78292\frac{13}{24}$ eſt le produit cherché.

24 | 78292

1583
1187
11081
12664
1583
1583
1879021
199
70
222
61
13
24

Cas où cette méthode eſt commode.

§. 96 La Méthode qu'on vient de donner dans les deux derniers §. eſt générale & univerſelle, utile ſur-tout lorſque les Fractions ont des Dénominateurs qui n'ont pas des parties aliquotes, du moins aiſées. Mais la Méthode des parties aliquotes eſt plus commode & plus courte, lorſque les Dénominateurs des fractions le permettent, comme aux exemples mêmes que nous avons donnés, & que nous allons exécuter par cette derniere Méthode.

Multiplier, l'un par l'autre, deux nombres qui ont chacun une fraction, ou ſeulement l'un d'eux, par les parties aliquotes. 1°. Lorſque l'un des deux nombres ſeulement a une fraction.

§. 97. I. Quand donc on a à multiplier, l'un par l'autre, deux nombres, dont l'un a une fraction; l'on multiplie 1°. les deux nombres l'un par l'autre, comme on l'a enſeigné dans la premiere Partie. 2°. L'on multiplie le nombre qui n'a point de fraction par la fraction de l'autre; c'eſt-à-dire, que, ſi la fraction eſt au nombre inférieur, on la prend ſur le nombre ſupérieur; & que, ſi elle eſt au nombre ſupérieur, on la prend ſur le nombre inférieur, & l'addition donne le produit cherché.

Soit l'Exemple ſus §. 94.

179 à multiplier
par $159\frac{2}{3}$.

1611
895
179
Pr. $\frac{1}{3}$. . . $59\frac{2}{3}$
Pr. $\frac{1}{3}$. . . $59\frac{2}{3}$
Produit. $28580\frac{1}{3}$

Ou $159\frac{2}{3}$ à multiplier
par 179.

1431
1113
159
Pr. $\frac{1}{3}$. . . $59\frac{2}{3}$
Pr. $\frac{1}{3}$. . . $59\frac{2}{3}$
Produit. $28580\frac{1}{3}$. comme §. 94.

Quand je multiplie 179 par 159 $\frac{2}{3}$, je prends 1°. 159 fois 179; 2°. je prends $\frac{2}{3}$ de fois 179, c'eſt-à-dire, les $\frac{2}{3}$ de 179.

Et quand je multiplie 159 $\frac{2}{3}$ par 179, je prends 1°. 179 fois 159, ce qui eſt la même choſe que 159 fois 179. 2°. Je prends 179 fois $\frac{2}{3}$, ce qui eſt multiplier $\frac{2}{3}$ par 179, ou 179 par $\frac{2}{3}$, c'eſt-à-dire, les $\frac{2}{3}$ de 179.

§. 98. II. Lorſque les deux nombres ſont affectés d'une Fraction, on multiplie 1°. les deux nombres l'un par l'autre; 2°. l'on multiplie, par la méthode des Parties aliquotes, §. 91, le nombre ſupérieur par la fraction du nombre inférieur; 3°. le nombre inférieur par la fraction du nombre ſupérieur; 4°. enfin les deux fractions l'une par l'autre. 2°. Lorſque les deux nombres ont chacun une fraction.

Soit l'exemple ſus §. 95.

395 $\frac{3}{4}$
par 197 $\frac{5}{6}$

2765 } Produits de 395 × 197.
3555
395

Pr. $\frac{3}{6}$ . . 197 $\frac{1}{2}$ } Produits de 395 × $\frac{5}{6}$
Pr. $\frac{2}{6}$ . . 131 $\frac{2}{3}$

Pr. $\frac{2}{4}$ . . 98 $\frac{1}{2}$ } Produits de 197 × $\frac{3}{4}$
Pr. $\frac{1}{4}$ . . 49 $\frac{1}{4}$

$\frac{5}{8}$ Produit de $\frac{3}{4}$ × $\frac{5}{6}$

Produit 78292 $\frac{15}{24}$. Le même que §. 95.

$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ 12
$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$ 16
$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ 12
$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$ 6
$\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$ 15

61
Otez 2 Entiers = 48

Reſte $\frac{15}{24}$

§. 99. Il eſt néceſſaire, pour les multiplications compoſées qui ſuivront, de montrer ici une maniere un peu différente de faire une telle multiplication. La différence n'eſt que dans les multiplications par les fractions que je fais ainſi. Je prends pour les $\frac{5}{6}$, non ſeulement ſur les 395, mais ſur les 395 $\frac{3}{4}$; & pour les $\frac{3}{4}$, je prends, ſeulement ſur les 197, & non ſur les $\frac{5}{6}$: Ou bien, je prens pour les $\frac{5}{6}$ ſeulement ſur les 395, & non ſur les $\frac{3}{4}$; & pour les $\frac{3}{4}$, je prens non ſeulement ſur les 197, mais encore ſur les 197 $\frac{5}{6}$: en ſorte que, ſi l'on a pris les parties de la fraction Autre maniére d'exécuter le même Exemple par les parties aliquotes.

d'en haut sur celle d'en bas, il ne faut pas prendre les parties de la fraction d'en bas sur celle d'en haut, & *vice versâ*; autrement on feroit deux fois la même multiplication, puisque si l'on a multiplié les $\frac{5}{6}$ par $\frac{3}{4}$, on feroit une seconde fois la même chose si l'on multiplioit ensuite les $\frac{3}{4}$ par $\frac{5}{6}$. Voici la même multiplication opérée de ces deux façons, qui donneront le même produit.

395 $\frac{3}{4}$
197 $\frac{5}{6}$

2765
3555
395
} Produits de $395 \times 197 = 197 \times 395$.

Pr. $\frac{5}{6}$ . . . 197 $\frac{7}{8}$
Pr. $\frac{2}{6}$ . . . 131 $\frac{11}{12}$
} Prod. de $395\frac{3}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times 395\frac{3}{4}$.

Pr. $\frac{2}{4}$ . . . 98 $\frac{1}{2}$
Pr. $\frac{1}{4}$ . . . 49 $\frac{1}{4}$
} Produits de $197 = \frac{3}{4} \times 197$.

Produit. 78292 $\frac{13}{24}$

$\frac{7}{8} = \frac{21}{24}$.
$\frac{11}{12} = \frac{22}{24}$.
$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$.
$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$.

Somme des Fractions. . . . $\frac{61}{24} = 2\frac{13}{24}$.

395 $\frac{3}{4}$
197 $\frac{5}{6}$

2765
3555
395
} Produits de $395 \times 197 = 197 \times 395$.

Pr. $\frac{5}{6}$ . . . 197 $\frac{1}{2}$
Pr. $\frac{2}{6}$ . . . 131 $\frac{2}{3}$
} Produits de $395 \times \frac{5}{6} = \frac{5}{6} \times 395$.

Pr. $\frac{2}{4}$ . . . 98 $\frac{11}{12}$
Pr. $\frac{1}{4}$ . . . 49 $\frac{11}{24}$
} Prod. de $197\frac{5}{6} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 197\frac{5}{6}$.

Produit. 78292 $\frac{13}{24}$

$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$.
$\frac{2}{3} = \frac{16}{24}$.
$\frac{11}{12} = \frac{22}{24}$.
$\frac{11}{24}$.

Somme des Fractions. . . . $\frac{61}{24} = 2\frac{13}{24}$.

MULTIPLI-

MULTIPLICATION COMPOSE'E,

En Livres, Sols & Deniers,

Par la Méthode des Parties aliquotes.

§. 100. Les Parties aliquotes de la Livre de Monnoie, qui eſt compoſée de 20 Sols, ſont ; Parties aliquotes de la Livre de monnoye.

10 ſols ou $\frac{1}{2}$, 5 ſols ou $\frac{1}{4}$, 4 ſols ou $\frac{1}{5}$,
2 ſols ou $\frac{1}{10}$, 1 ſols ou $\frac{1}{20}$.

Quand donc j'aurai à multiplier par 10 ſols, ce ſera multiplier par $\frac{1}{2}$, c'eſt-à-dire, prendre la moitié ; par 5 ſols, ce ſera multiplier par $\frac{1}{4}$, c'eſt-à-dire, prendre le quart ; & ainſi de ſuite. Méthode d'en faire la multiplication.

§. 101. PREMIER EXEMPLE. Combien couteront 397 Aunes d'Etoffe à L. 14 „ 10 ſ. l'aune ? Ire. Exemple, & démonſtration.

Il eſt clair qu'il ne s'agit que de multiplier L. 14 „ 10 ſols par 397, ou, plus commodément 397 par L. 14 „ 10 ſols.

Voici l'opération.

397 aunes
à L. 14 „ 10 ſ.

1588
397
Pr. 10 ſ. . . 198 „ 10 ſ.

L 5756 „ 10 ſ.

Je multiplie 1°. 397 par les L. 14 ; 2°. par les 10 ſols, en prenant la moitié de 397, qui eſt 198 $\frac{1}{2}$ ou L. 198 „ 10 ſ. Si l'on étoit ſurpris que la moitié de 397 aunes donne L. 198 „ 10 ſols, au lieu de 198 aunes $\frac{1}{2}$; il faut remarquer qu'il s'agit ici d'avoir la valeur de 397 aunes à 10 ſols l'aune : Or 397 a L. 1 „ l'aune donnent 397 Livres ; donc à 10 ſols l'aune, ce doit être L. 198 „ 10 ſols, & non 198 aun. $\frac{1}{2}$. De là ſuit cette Regle générale, Régle générale.

Que les Parties aliquotes de la Livre donnent des Livres, & en général *que les Parties aliquotes d'une monnoie quelconque donnent un produit qui eſt de la même monnoie.*

SECOND EXEMPLE. 1179 Louis d'or
à L. 14 „ 4 ſ.

4716
1179
Pr. 4 ſ. . . 235 „ 16 ſ.

Font L. 16741 „ 16 ſ.

1°. Je multiplie les 1179 Louis d'or par les L. 14 ; 2°. par les 4 ſ. en en prenant la cinquieme, parce que 4 ſ. = $\frac{1}{5}$ de L.

Preuves des deux premiers Exemples

§. 102. On peut faire la Preuve en doublant l'un des nombres donnés & en prenant la moitié de l'autre, puis faisant la Multiplication, on trouve le même produit.

Ainsi le double de 397 aunes du 1er. Exemple est 794 aunes,
Et multipliant par la moitié de L. 14. 10, L. 7. 5. s.

5558
Vous voyez que, pour 5 s. je prens le quart des aunes 198. 10. s.

L'on trouve le même produit . . . . . L. 5756. 10. s.

De même le double de 1179 Louis d'or du 2d. Ex. est 2358 Demi Louis
Et multipliant par la moitié de L. 14. 4 s. L. 7. 2 s.

16505
pr. 2 s. . . 235. 16 s.

L'on trouve le même produit . . . . . L. 16741. 16 s.

Maniere de prendre la dixieme pour 2 sols.

§. 103. Vous voyez que 2 s. $=\frac{1}{10}$ de L. ainsi je prens la dixieme partie, ce qui est diviser 2358 par 10, en retranchant le dernier chiffre à droite, & l'on a à gauche 235, pour la dixieme partie de 2358, [Ire. Partie §. 92.] avec 8 de reste qui sont L. 8, dont la dixieme est 16 sols, parce que la dixieme de chaque Livre est 2 sols; d'où il suit qu'*il ne faut que doubler le chiffre retranché pour avoir les sols du produit.*

Maniere de prendre la 20me. pour 1 sol.

§. 104. Lorsque l'on a à multiplier par 1 s. $=\frac{1}{20}$ de L., il s'agit de prendre la 20me. c'est-à-dire, de diviser par 20, ce qui se fait en retranchant le dernier chiffre à droite, & prenant la moitié de ce qui reste à gauche, Ire. Partie §. 101. Et remarqué, 1°. que le reste est autant de sols, parce que ce reste devant être considéré comme des Livres, §. 101. la 20me. de chaque Livre est 1 sol. 2°. Que si, en prenant la moitié de ce qui reste à gauche, il reste 1, c'est une dixaine de sols qu'il faut simplement joindre au chiffre retranché. En voici un Exemple.

4973 choses
à L. 6. 1 sol la chose.

29838
pr. 1. s. 248. 13 s.

L. 30086. 13 s.

Vous voyez que pour 1 sol, je prens la 20e. en retranchant 3, dernier chiffre de 4973, & en prenant la moitié de 497 qui reste à gauche, ce qui donne L. 248; il reste 1, qui vaut 10 s. lesquels joints aux 3 s. du chiffre retranché font 13 s.

§. 105. Lorſque les ſols ſont des parties aliquantes de la Livre, on opere à diverſes repriſes, en prenant pour les aliquotes dont elles ſont compoſées, comme à ces Exemples. Exemples où les ſols ſont aliquantes de la Livre.

4me. EXEMPLE.

1379 aunes
à L. 15. 12 ſ. l'aune.

	6895	
	1379	
pr. 10 ſ.	689.	10 „
pr. 2 ſ.	137.	18 „
L.	21512.	8 ſ.

PREUVE.

2758 aunes
à L. 7. 16 ſ. l'aune.

	19306	
pr. 10 ſ.	1379	
pr. 5 ſ.	689.	10 „
pr. 1 ſ.	137.	18 „
L.	21512.	8 ſ.

Vous voyez que, pour 12 ſ., j'ai pris 1°. la moitié de 1379, qui a donné L. 689. 10 ſ., & 2°. pour 2 ſ. la 10me. de 1379 comme §. 103. ce qui donne L. 137. 18 ſ. Et remarquez qu'on auroit trouvé de même en prenant la 5me. du produit de 10 ſ., parce que 2 ſ. ſont $\frac{1}{5}$ de 10. ſ.

A la Preuve, où il y a 16 ſ., j'ai pris 1°. pour 10 ſ. la moitié de 2758; 2°. pr. 5 ſ. la moitié du produit de 10 ſ. parce que 5 ſ. ſont la moitié de 10 ſ.; & 3°. pr. 1 ſ. la 5e. du produit de 5 ſ., parce que 1 ſ. eſt $\frac{1}{5}$ de 5 ſ.: ou bien la 20me. comme §. 104, de 2758, ce qui donne le même produit.

Remarquez qu'après avoir pris pour 10 ſ. la moitié de 2758, on pourroit enſuite prendre, pour 4 ſ., la 5e. des mêmes 2758, parce que 4 ſ. $=$ $\frac{1}{5}$ de L.; & il reſteroit à prendre, pour 2 ſ., la moitié du produit des 4 ſ., parce que 2 ſ. ſont la moitié de 4 ſ.: cela reviendroit au même pour le produit total.

§. 106. Il ſuit de-là qu'il y a ſouvent lieu de prendre diverſement pour les parties aliquantes, parce qu'elles peuvent être conçues diverſement compoſées d'aliquotes; dans ce cas on choiſit ce qui eſt le plus court ou le plus facile. Obſervation.

5e. EXEMPLE.

℔. 3795.
à L. 13. 14 f. la ℔.

11385
3795
pr. 10. f. 1897. 10 f. „
pr. 4. f. 759. „ „

L. 51991. 10 f.

PREUVE.

℔. 7590.
à L. 6. 17 f. la ℔.

45540
pr. 10 f. 3795
pr. 5 f. 1897. 10 f. „
pr. 2 f. 759. „ „

L. 51991. 10 f.

6e. EXEMPLE.

489 aunes
à L. 15. 18 f. l'aune.

2445
489
pr. 10 f. 244. 10 f.
pr. 4 f. 97. 16 „
pr. 4 f. 97. 16 „

L. 7775. 2 f.

PREUVE.

978 aunes.
à L. 7. 19 f. l'aune.

6846
pr. 10 f. 489
pr. 5 f. 244. 10 f.
pr. 4 f. 195. 12 f.

L. 7775. 2 f.

Exemples où il y a des sols & des deniers.

§. 107. Lorſqu'il y a des Sols & des Deniers, on opere premierement pour les Sols ainſi qu'on l'a expliqué, enſuite, pour les Deniers ſur l'un des produits des Sols, ſelon les parties aliquotes qu'en ſont les Deniers. C'eſt ce qu'on comprendra mieux par des exemples.

EXEMPLE.

379 aunes
à L. 15. 16 f. 6 d. l'aune.

1895
379
pr. 10 f. 189. 10 f. „
pr. 5 f. 94. 15 f. „
pr. 1 f. 18. 19 f. „
pr. 6 d. 9. 9 f. 6 d.

L. 5997. 13 f. 6 d.

PREUVE.

758 aunes
à L. 7. 18 f. 3 d. l'aune.

5306
pr. 10 f. 379
pr. 4 f. 151. 12 f. „
pr. 4 f. 151. 12 f. „
pr. 3 d. 9. 9 f. 6 d.

L. 5997. 13 f. 6 d.

Vous voyez qu'après avoir pris pour 16 ſ. en 3 fois, je prens enſuite, pour 6 d., la moitié du produit d'un ſol, parce que 6 d. $=\frac{1}{2}$ ſol, car il eſt évident que 379 aunes à 6 d. l'aune doivent couter la moitié de ce qu'elles coutent à 1 ſol l'aune.

§. 108. A la Preuve, après avoir pris pour 10 ſols & pour deux fois 4 ſols, il s'agit de prendre pour 3 deniers, proportionnellement à l'un des produits des ſols. La proportion la plus commode ſeroit ici celle de 4 ſols qui valent 48 deniers, dont 3 deniers ſont la 16me. partie : il faudroit donc, pour 3 d., prendre la 16e. partie du produit de 4 ſ. Mais la 16e. partie eſt pénible à prendre; c'eſt ce qui me détermine à faire le produit d'un ſol, qui eſt le quart de 4 ſols. Je prens donc, pour un ſol ſuppoſé, le quart du produit de 4 ſols, ce qui me donne L. 37. 18 ſ. pour la valeur de 758 aunes à 1 ſol l'aune : donc les mêmes 758 aunes à 3 d. l'aune doivent donner le quart de L. 37. 18 ſ., qui eſt L. 9. 9 ſ. 6 d.

Cas où l'on fait la ſuppoſition d'un ſol ou de pluſieurs pour avoir le produit des deniers.

Voilà qui indique comment, pour trouver plus facilement le produit des deniers, l'on peut faire la ſuppoſition d'un ou de pluſieurs ſols dont on efface enſuite le produit.

Les Commençans doivent s'exercer à faire pluſieurs Exemples ſemblables, en variant le nombre des ſols & celui des deniers.

§. 109. Remarquons ici qu'il arrive ſouvent que les ſols & deniers ſe trouvent aliquotes ou aliquantes faciles de la Livre, ce qui abrége & facilite le calcul.

Voici ceux qui ſont aliquotes.

1 ſ. 3 d.	ſont	$\frac{1}{16}$	de la	L. de 20 ſ.	
	ou	$\frac{1}{8}$	de 10 ſ.		
	ou	$\frac{1}{4}$	de 5 ſ.		
	ou	$\frac{1}{2}$	de 2 ſ. 6 d.		
1 ſ. 8 d.	ſont	$\frac{1}{12}$	de la	L.	
	ou	$\frac{1}{6}$	de 10 ſ.		
	ou	$\frac{1}{3}$	de 5 ſ.		
2 ſ. 6 d.	ſont	$\frac{1}{8}$	de la	L.	
	ou	$\frac{1}{4}$	de 10 ſ.		
	ou	$\frac{1}{2}$	de 5 ſ.		
3 ſ. 4 d.	ſont	$\frac{1}{6}$	de la	L.	
	ou	$\frac{1}{3}$	de 10 ſ.		
6 ſ. 8 d.	ſont	$\frac{1}{3}$	de la	L.	
13 ſ. 4 d.	ſont	$\frac{2}{3}$	de la	L.	

Table des ſols & deniers qui ſont aliquotes de la Livre, & maniere de les trouver, ou réduction des Parties uſuelles en Fractions.

Si l'on demande comment cela ſe découvre, en voici la maniere: 1 ſ. eſt $\frac{1}{20}$ de la L.; donc 2 ſ. ſont $\frac{2}{20}$ ou $\frac{1}{10}$ de la L. 3 ſ. ſont $\frac{3}{20}$, 4 ſ. ſont $\frac{4}{20}$ ou $\frac{1}{5}$, &c. D'où il ſuit que pour exprimer les ſols de Livre en forme de fraction, il faut les poſer ſur une ligne pour Numerateur, & deſſous le nombre 20 pour Dénominateur; enſuite, réduire la fraction en ſes moindres termes.

Par ce moyen on trouve que 12 f. $= \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$,
que 15 f. $= \frac{15}{20} = \frac{3}{4}$ &c.

S'il y a des deniers, on opere de même, mais on augmente d'abord également les deux termes de la fraction pour faire disparoitre les deniers. Ainsi pour 1 f. 3 d. j'écris $\frac{1\frac{1}{4}}{20} = \frac{5}{80} = \frac{1}{16}$. Vous voyez que j'ai multiplié par 4 les deux termes de la fraction, ce qui, sans la changer de valeur [§. 20.] me donne $\frac{5}{80} = \frac{1}{16}$. Je trouve de même que 1 f. 3 d. est $\frac{1}{8}$ de 10 f., car $\frac{1\frac{1}{4}}{10} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.

De même pour 1 f. 8 d. j'écris $\frac{1\frac{2}{3}}{20} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$.
pour 2 f. 6 d. . . . $\frac{2\frac{1}{2}}{20} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.
pour 3 f. 4 d. . . . $\frac{3\frac{1}{3}}{20} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$.
pour 6 f. 8 d. . . . $\frac{6\frac{2}{3}}{20} = \frac{20}{60} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
pour 13 f. 4 d. . . . $\frac{13\frac{1}{3}}{20} = \frac{40}{60} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Usage de cette Table.

§. 110. Quand donc j'aurai à multiplier par 6 f. 8 d., au lieu de multiplier 1°. par 5 f. en prenant le quart, 2°. par 1 f. en prenant la 5e. du produit de 5 f., 3°. par 8 d. en prenant deux fois le tiers du produit d'un sol; je multiplierai en un seul produit en prenant le tiers, puisque 6 f. 8 d. sont le tiers de la L.; & ainsi pour les autres aliquotes de la Table. Mais son usage ne se borne pas là, elle sert aussi pour d'autres nombres de sols & deniers qui ne sont pas aliquotes de la L. En voici une Table de la plûpart.

Autre Table pour les sols & deniers qui ne sont pas aliquotes.

Si l'on doit multiplier :

par 3 f. 9 d.,	prenez 1°. pour	2 f.	6 d.,	la 8me.
	& pr.	1 f.	3 d.,	la moitié de cette 8me.
par 4 f. 2 d.,	prenez 1°. pour	3 f.	4 d.,	la 6me.
	& pr.	—	10 d.,	le quart de cette 6me.
pour 6 f. 3 d.,	prenez 1°. pour	5 f.	—,	le quart,
	& pr.	1 f.	3 d.,	le quart du quart.

pour 7 f. 6 d., prenez 1°. pour 5 f. — , le quart,
& pr. 2 f. 6 d., la moitié du quart.

pour 8 f. 4 d., prenez 1°. pour 5 f. — , le quart,
& pr. 3 f. 4 d., la 6me.

pour 9 f. 2 d., prenez 1°. pour 5 f. — , le quart,
2°. pour 3 f. 4 d., la 6me.
3°. & pr. — 10 d , le quart de la 6me.

pour 11 f. 8 d., prenez 1°. pour 6 f. 8 d., le tiers,
& pr. 5 f. — , le quart,

pour 12 f. 6 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
& pr. 2 f. 6 d., le quart de cette moitié.

pour 13 f. 9 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pour 2 f. 6 d., le quart de la moitié,
3°. pour 1 f. 3 d., la moitié de ce quart.

pour 14 f. 2 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pour 3 f. 4 d., le tiers de la moitié,
3°. pour — 10 d., le quart de ce tiers.

pour 16 f. 3 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pour 5 f. — , la moitié de la moitié,
3°. pour 1 f. 3 d., le quart de cette 2de. moitié.

pour 16 f. 8 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pour 6 f. 8 d., le tiers.

pour 17 f. 6 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pr. 5 f. — , la moitié de la moitié,
3°. pr. 2 f. 6 d., la moitié de cette 2de. moitié.

pour 18 f. 4 d., prenez 1°. pr. 13 f. 4 d., deux fois le tiers,
2°. pr. 5 f. — , le quart.

pour 18 f. 9 d., prenez 1°. pour 10 f. — , la moitié,
2°. pr. 5 f. — , la moitié de la moitié,
3°. pr. 2 f. 6 d., la moitié de cette 2de. moitié,
4°. pr. 1 f. 3 d., la moitié de la derniere moitié.

pour 19 f. 2 d., prenez 1°. pour 10 f. —, la moitié,
2°. pr. 5 f. —, la moitié de la moitié,
3°. pr. 3 f. 4 d., le tiers de la 1re. moitié,
4°. pr. — 10 d., le quart de ce tiers.

EXEMPLE.

1379 à multiplier
par L. 15. 19 f. 2 d.

6895
1379
pr. 10 f. . . 689. 10 f. —
pr. 5 f. . . 344. 15 —
pr. 3 f. 4 d. 229. 16. 8 d.
pr. — 10 d. 57. 9. 2 d.
L. 22006. 10. 10 d.

PREUVE.

2758 à multiplier
par L. 7. 19 f. 7 d.

19306
pr. 10 f. . . 1379.
pr. 5 f. . . 689. 10 f. —
pr. 3 f. 4 d. 459. 13 f. 4 d.
pr. 1 f. 3 d. 172. 7. 6 d.
L. 22006. 10. 10 d.

Il eſt très important que les Commençans s'exercent à en faire beaucoup d'Exemples pour ſe les rendre familiers: Je me borne ici à ceux que j'ai donnés pour paſſer à de nouvelles inſtructions.

Multiplication de deux Nombres mixtes l'un par l'autre: elle a deux cas.

§. 111. Juſques ici, nous avons montré la maniere de multiplier, l'une par l'autre, deux Quantités dont l'une eſt un Nombre entier pur, & l'autre un Nombre mixte; il faut préſentement expliquer la méthode de multiplier, l'une par l'autre deux Quantités, lorſqu'elles ſont, l'une & l'autre, des Nombres mixtes. Il y a ici deux cas; le 1er. lorſque les deux Nombres mixtes ſont ſemblables, c'eſt-à-dire, que les parties dont ils ſont affectés ſont de même genre, comme des Livres, ſols & deniers à multiplier par des Livres ſols & deniers. Le 2d. lorſque les parties de l'une des Quantités ſont d'un genre different.

I. CAS. *Lorſque les deux Nombres mixtes ſont ſemblables, comme Multiplier des Livres Sols & Deniers, par des Livres Sols & Deniers.*

Exemple. Nombres *ſemblables*, c'eſt-à-dire, *de même eſpece.*

§. 112. *Je ſuppoſe qu'il s'agiſſe de trouver combien de Livres à Geneve font* L. 397. 17 f. 6 d. *Sterlings ou d'Angleterre, en comptant* L. 13. 16 f. 8 d. *de Geneve pour chaque Livre Sterling.* Il ne s'agit que de multiplier l'un de ces Nombres mixtes par l'autre. Et pour cela il faut ſuivre la Régle donnée ci-deſſus §. 99. Car les 17 f. 6 d. de l'un des Nombres donnés

&

& les 16 ſ. 8 d. de l'autre ſont comme les fractions de l'exemple donné au §. 99. Ainſi après avoir multiplié 1°. les L. 397. par les L. 13, il faut 2°. multiplier les L. 397. 17 ſ. 6 d. par les 16 ſ. 8 d., & les L. 13 par 17 ſ. 6 d.; ou les L. 397 par les 16 ſ. 8 d. & les L. 13. 16 ſ. 8 d. par les 17 ſ. 6 d. ſelon la méthode des parties aliquotes ci-devant enſeignée. Ce qui donne lieu à faire cette multiplication de deux manieres; dans l'une on prend les ſols du nombre inferieur ſur ceux du ſupérieur, mais alors on ne prend pas ceux du nombre ſuperieur ſur ceux de l'inferieur. Dans l'autre on ne prend pas les ſols du nombre inferieur ſur ceux du ſuperieur, mais ceux du nombre ſuperieur ſur ceux de l'inferieur. Voici les opérations.

1re. *Maniere.*

L. 397. 17 ſ. 6 d. Sterlings
à L. 13. 16 ſ. 8 d. de Geneve par L. St.

1191
397 } Produits de L. 397 par 13 L.

pr. 10 ſ. . . 198. 18 ſ. 9 d.
pr. 6 ſ. 8 d. 132. 12 ſ. 6 } Produits de L. 397. 17 ſ. 6 d. par 16 ſ. 8 d.
pr. 10 ſ. . . 6. 10 —
pr. 5 ſ. . . 3. 5 — } Produits de L. 13 par 17. 6 d.
pr. 2 ſ. 6 d. 1. 12 ſ. 6 d.

L. 5503. 18 ſ. 9 d. de Geneve pour réponſe.

2de. *Maniere.*

L. 397. 17 ſ. 6 d. Sterlings.
à L. 13. 16 ſ. 8 d. de Geneve par L. St.

1191
397 } Produits de L. 397. par L. 13.

pr. 10 ſ. . . 198. 10 —
pr. 6 ſ. 8 d. 132. 6 ſ. 8 d. } Produits de L. 397 par 16 ſ. 8 d.
pr. 10 ſ. . . 6. 18 ſ. 4
pr. 5 ſ. . . 3. 9 ſ. 2 } Produits de L. 13. 6 ſ. 8 d. par 17 ſ. 6 d.
pr. 2 ſ. 6 d. 1. 14 ſ. 7

L. 5503. 18 ſ. 9 d. comme ci-deſſus.

Il eſt important de bien remarquer ces deux differentes manieres, & de faire attention de ne pas prendre les ſols & deniers du Nombre inferieur ſur ceux du ſuperieur, & ceux du ſuperieur ſur ceux de l'inferieur, car ce ſeroit faire deux fois la même choſe, tout comme ſi, après avoir multiplié les L. 397 par les L. 13, on multiplioit encore les L. 13 par les L. 397, ce qui feroit poſer deux fois le même produit, puiſque $397 \times 13 = 13 \times 397$, Ire. Partie §. 64. & par conſéquent le produit total ſeroit faux. Mais l'on peut choiſir l'une de ces deux manieres, étant indifferent de préferer l'une à l'autre quand les parties ſont de la même eſpéce, comme dans l'exemple propoſé.

§. 113. II. CAS. *Où les Nombres mixtes ſont diſſemblables.*

Nombres *diſſemblables*, c'eſt-à-dire, d'eſpéce differente. Régle générale.

Dans ce ſecond cas, il y a divers Exemples à donner, parce que les parties de l'un des Nombres peuvent être ou une Fraction Arithmetique, ou des Parties de quelque Poids ou Meſure; mais la Régle générale pour tous eſt, *que l'on doit prendre les parties de l'un ſur celles de l'autre qui ſont ſemblables ou qui ſont du même genre que celles du produit que l'on cherche.*

1er. Exemple avec Fraction.

1er. EXEMPLE.

Soit 197 $\frac{7}{8}$ à multiplier
par L. 19. 12 ſ. 6 d.

	1773 197	} Produits de 197 par L. 19.
pr. 10 ſ. . .	98. 10 ſ. —	} Produits de 197 par 12 ſ. 6 d.
pr. 2 ſ. 6 d.	24. 12. 6 d.	
pr. $\frac{4}{8}$ . . .	9. 16. 3	} id. de L. 19. 12. 6 par $\frac{7}{8}$.
pr. $\frac{2}{8}$ . . .	4. 18. 1 $\frac{1}{2}$	
pr. $\frac{1}{8}$ . . .	2. 9 ... $\frac{3}{4}$	
Produit. L.	3883. 5 11 d. $\frac{1}{4}$.	

PREUVE.

395 $\frac{3}{4}$ à multiplier
par L. 9. 16 ſ. 3 d.

	3555	Produits de 395 par L. 9.
pr. 10 ſ. . .	197. 10 —	} Produits de 395 × 16 ſ. 3 d.
pr. 5 ſ. . .	98. 15 —	
pr. 1 ſ. 3 d.	24. 13. 9.	
pr. $\frac{2}{4}$	4. 18. 1 $\frac{1}{2}$	} id. de L. 9. 16. 3 d. par $\frac{3}{4}$.
pr. $\frac{1}{4}$	2. 9. — $\frac{3}{4}$	
L.	3883. 5. 11 d. $\frac{1}{4}$.	

Vous voyez, dans l'Exemple & dans ſa Preuve, que cherchant un Produit de L. S. & d., je n'ai pris, pour les 12 ſ. 6 d. ou pour les 16 ſ. 3 d. que ſur le Nombre entier & non ſur ſa fraction ; mais que j'ai pris pour la fraction de chacun ſur les L. S. & d. Mais ſi l'on veut que le produit ſoit un Nombre entier avec une fraction Arithmetique, alors on prendra, pour les ſo's & deniers ſur le Nombre entier & ſur ſa fraction ; mais l'on ne prendra, pour la fraction, que ſur les Livres, & non ſur les ſo s & deniers, & l'on aura dans le produit le même nombre entier de 3883, avec une fraction Arithmetique, dont la valeur ſera égale à 5 ſ. 11 d. $\frac{1}{4}$. C'eſt ce qu'on va voir par l'operation.

197 $\frac{7}{8}$ à multiplier
par L. 19. 12 ſ. 6 d. pr. avoir un Produit en Nombre entier & une fraction arithmetique.

	1773 197	Produit de 197 par L. 19.
pr. 10 ſ. . .	98. $\frac{15}{16}$	Produits de 197 $\frac{7}{8}$ par 12 ſ. 6 d. $\frac{15}{16} = \frac{60}{64}$
pr. 2 ſ. 6 d.	24 $\frac{47}{64}$	
pr. $\frac{4}{8}$ . . .	9 $\frac{1}{2}$	Produits de 19 L. par $\frac{7}{8}$
pr. $\frac{2}{8}$ . . .	4. $\frac{3}{4}$	
pr. $\frac{1}{8}$ . . .	2. $\frac{3}{8}$	
Produit.	3883. $\frac{19}{64}$	L'addition des fractions donne $\frac{211}{64} = 3\frac{19}{64}$

$\frac{1}{2} = \frac{32}{64}$
$\frac{3}{4} = \frac{48}{64}$
$\frac{3}{8} = \frac{24}{64}$
$\frac{211}{64}$

Les Entiers du Produit ſont bien un nombre égal, mais il faut prouver que $\frac{19}{64}$ = 5 ſ. 11 d. $\frac{1}{4}$. Pour cela il faut changer en fraction arithmetique les 5 ſ. 11 d. $\frac{1}{4}$ par la méthode donnée §. 109.

Or multipliant chaque terme de $\frac{5 \text{ ſ. } 11 \text{ d. } \frac{1}{4}}{20 \text{ ſ.}}$ par 4, on a $\frac{23 \text{ ſ. } 9 \text{ d.}}{80 \text{ ſ.}}$, ou $\frac{23\frac{3}{4}}{80} = \frac{95}{320} = \frac{19}{64}$.

Vous voyez que multipliant en ſecond lieu chaque terme de $\frac{23 \text{ ſ. } 9 \text{ d.}}{80}$ par 4, l'on trouve $\frac{95}{320}$, dont diviſant chaque terme par 5, l'on trouve $\frac{19}{64}$ pour valeur des 5 ſ. 11 d. $\frac{1}{4}$.

Je me borne à cet Exemple, parce qu'il eſt ſuffiſant pour entendre la Régle générale; mais les Commençans doivent en faire un grand nombre, en variant les fractions comme les ſols & deniers.

§. 114. II. EXEMPLE. *Pour le Poids de Marc.*

Le Marc a 8 onces, l'once a 24 deniers, le denier a 24 grains. Combien coutent Marcs 37. 6 onc. 20 d. Dorures ou Argenterie,
à L. 33. 16 ſ. le Marc?

	III.	}	Produits de Marcs 37 par L. 33.
	III		
pr. 10 ſ.	18. 10 ſ. —		
pr. 5 ſ.	9. 5 ſ. —	}	Produits de Marcs 37 par 16 ſ.
pr. 1 ſ.	1. 17 ſ. —		
pr. 4 onc.	16. 18 ſ. —		
pr. 2 onc.	8. 9 ſ. —	}	Produits de L. 33. 16 ſ. par 6 onc. 20 d.
pr. 16 d.	2. 16 ſ. 4 d.		
pr. 4 d.	— 14 ſ. 1 d.		
Produit. L.	1279. 9 ſ. 5 d.		pour réponſe.

Ici, il eſt évident que le produit devoit être des Livres Sols & Deniers; ainſi ſelon la Régle §. 113. on a dû prendre, comme on l'a fait, les parties du Marc ſur les Livres & les ſols & deniers, & les ſols & deniers ſeulement ſur les Marcs, & non ſur les onces & deniers. L'on fera bien de s'exercer à en faire la preuve par une autre multiplication, où l'on multipliera le double des Marcs onces & deniers par la moitié du prix, pour avoir le même produit.

§. 115. III. EXEMPLE. *Encore pour le Poids de Marc.*

Combien coûtent 27 onc. 20 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$ Lingot d'or à L. 47 12 ſ. l'once ?

	189 108	} Produits de 27 on. par L. 47.
Pr. 10 ſ.	13. 10 —	} Produits de 27 on. par 12 ſ.
Pr. 2	2. 14 —	
Pr. 12 d.	23. 16 —	} Produits de L. 47 „ 12 ſ. par 20 den. 22 gr. $\frac{1}{2}$. ou Produits de 20 den. 22 gr. $\frac{1}{2}$ à L. 47 „ 12 ſ. l'once.
Pr. 6	11. 18 —	
Pr. 2	3. 19. 4 d.	
Pr. 12 gr.	— 19. 10	
Pr. 6	— 9. 11	
Pr. 3	— 4. 11 $\frac{1}{2}$	
Pr. 1 $\frac{1}{2}$.	— 2. 5 $\frac{3}{4}$	

Produit. L. 1326 „ 14 ſ. 6 d. $\frac{1}{4}$ pour réponſe.

§. 116. IV. EXEMPLE. *Encore pour le Poids de Marc.*

Combien coûtent 7 on. 15 d. Galons à L. 33 „ 10 ſ. le Marc ?

Il eſt évident qu'il n'y a pas lieu ici à une multiplication proprement dite, & qu'il ſuffit de prendre les parties indiquées du Marc ſur les L. 33 „ 15.

Pr. 4 on.	16	15	—	
Pr. 2 on.	8	7	6 d.	
Pr. 1 on.	4	3	9	
Pr. 12 d.	2	1	10	$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$
Pr. 3 d.	—	10	5	$\frac{5}{8}$

Réponſe. . L. 31 „ 18 ſ. 7 d. $\frac{1}{8}$

V. EXEMPLE. Combien coûte M. 1 „ 7 on. 6 d. à L. 16 „ 15 ſ. le Marc?

Ici la multiplication d'un Marc par L. 16 „ 15 ſ. donne L. 16 15 fois ; ainſi il n'eſt queſtion que d'y ajouter la valeur des 7 on. 6 den.

Pr. 4 on. . .	8	7	6 d.	
Pr. 2 on. . .	4	3	9	
Pr. 1 on. . .	2	1	10	$\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$
Pr. 6 d. . .	—	10	5	$\frac{5}{8}$

Réponſe. . . L. 31 „ 18 ſ. 7 d. $\frac{1}{8}$

EXEMPLE VI. *Encore pour le Poids de Marc.*

Combien coûtent 15 den. 15 gr. or, à L. 49 „ 16 f. l'once?

Pr. 12 den.	L. 24	„ 18	f. —	
Pr. 3 den. . .	6	4	6	den.
Pr. 12 gr. . .	1	—	9	
Pr. 3 gr. . .	—	5	2	$\frac{1}{4}$
Réponse. .	L. 32	„ 8	f. 5	d. $\frac{1}{4}$

Preuve.

Combien coûtent 1 on. 7 den. 6 gr. à L. 24 „ 18 f. — l'once.

Pr. 6 den. . .	6	4	6	den.
Pr. 1 den. . .	1	—	9	
Pr. 6 gr. . .	—	5	2	$\frac{1}{4}$
Réponse. .	L. 32	„ 8	f. 5	d. $\frac{1}{4}$

Il y a les mêmes obſervations à faire à ces deux Exemples qu'aux deux précédens.

§. 117. EXEMPLE VII. *Pour le Poids de 15 onces*, qui ſert pour la Soie. Combien coûtent ℔. 179 „ 13 onces 15 den. de Soie. à L. 11 „ 10 f. la ℔.

	179				} Produits de ℔. 179 par L. 11.
	179				
Pr. 10 f. . . .	89	„ 10	—		produit de ℔. 179 par 10 f.
Pr. 5 on. . . .	3	„ 16	8	d.	} produits de 13 onces 15 den. à L. 11 „ 10 f. la ℔.
Pr. 5 on. . . .	3	„ 16	8		
Pr. 3 on. . . .	2	„ 6	—		
Pr. 15 den. . .	—	9	7		
Réponse. . . .	L. 2068	„ 18	f. 11	den.	

On comprend que pour 10 on. j'ai pris deux fois le tiers de L. 11 „ 10 f. & que pour 3 onces, j'en ai pris la cinquieme; mais l'on ne verroit peut-être pas ſi facilement que pour 15 den. j'ai pris la huitieme partie du produit de 5 onces, parce que 15 den. en ſont effectivement la huitieme partie, puiſque 8 fois 15 den ſont 120 deniers, qui ſont 5 onces. C'eſt à ſavoir découvrir les parties les unes des autres que les Commençans éprouvent le plus de difficulté, & à quoi ils doivent, je le répete, s'exercer par beaucoup d'Exemples.

Je ſerois trop long ſi j'entreprenois de donner des Exemples de tous les Poids & de toutes les Meſures; ils doivent tous être opérés ſuivant les mê-

mes Regles que j'ai données, & dont les détails où je ſuis entré me diſpenſent de faire l'application aux autres Poids & aux Meſures des Vins, des Grains, &c. ſuivant leurs diverſes Subdiviſions.

§. 118. EXEMPLE VIII. *Pour les arrérages de Rentes & Intérêts.*

A L. 1393 „ 15 ſ. de revenu par année,
Combien montent 17 ans 8 mois 24 jours ?

	9751 / 1393			produits de L. 1393 par 17 ans.
Pr. 10 ſols. . . .	8 „	10 ſ.		produits de 17 ans par 15 ſ.
Pr. 5 ſols. . . .	4	5		
Pr. 6 mois. . .	696	17	6 d.	produits de 8 mois 24 jours, à L. 1397 „ 15 ſ. l'année.
Pr. 2 mois. . .	232	5	10	
Pr. 20 jours. . .	77	8	7 $\frac{1}{3}$	
Pr. 4 jours. . .	15	9	8 $\frac{2}{3}$	
Produit.	L. 24715 „	16 ſ.	8 d.	pour réponſe.

EXEMPLE IX. A L. 1137 „ 10 ſols de revenu l'année,
Combien montent 6 mois 18 jours ?

Pr. 6 mois. . . .	568	15 ſ.	
Pr. 18 jours. . . .	56	17	6 den. la 10e. du produit de 6 M.
L.	625 „	12 ſ.	6 den. pour réponſe.

EXEMPLE X. A L. 568 „ 15 ſols de revenu l'année,
Combien monte 1 an 1 mois 6 jours ?

Pr. 1 an	L. 568 „	15 ſ.	—
Pr. 1 mois. . .	47	7	11 den.
Pr. 6 jours. . .	9	9	7
L.	625 „	12 ſ.	6 den. pour réponſe.

§. 119. Lorſque la Quantité dont on cherche la valeur n'excede pas 12, on peut en trouver le produit, par la Multiplication proprement dite, ſans le ſecours des parties aliquotes. Cas où l'on peut abréger.

Premier Exemple. A L. 14 „ 4 f. 6 d. le Louis d'or,
Combien font 7 Louis d'or ?

Réponſe. L. 99 „ 11 f. 6 d.

Vous voyez que j'ai multiplé 1°. les 6 den., 7 fois 6 d. font 42 d. qui font 3 f. 6 d.; je poſe 6 d. & je retiens 3 f. 2°. 7 fois 4 f. ſont 28 f. & 3 f. de retenu font 31 f. ou L. 1 „ 11 ſols; je poſe donc 11 f. & je retiens L. 1. 3°. 7 fois L. 4 font L. 28, & L. 1 de retenu font L. 29; je poſe donc L. 9, & je retiens 2 dixaines. Enfin 7 fois 1 dixaine font 7 dixaines, & 2 de retenu font 9 dixaines que je poſe.

Second Exemple. A L. 16 „ 12 f. 6 d. l'aune du drap,
Combien coûtent 9 aunes $\frac{5}{8}$?

L. 149 „ 12 f. 6 d. produit de L. 16 „ 12 f. 6 den. par 9 aunes.

Pr. $\frac{4}{8}$ . . . 4 3 1 $\frac{1}{2}$ } Produit ou valeur de $\frac{5}{8}$ d'aun.
Pr. $\frac{1}{8}$ . . . 2 1 6 $\frac{3}{4}$ } à L. 16 „ 12 f. 6 d. l'aune.

Produit. L. 155 „ 17 f. 2 d. $\frac{1}{4}$ pour réponſe.

Troiſieme Exemple. A L. 1493 „ 17 f. 6 d. de revenu l'année,
Combien eſt-ce pour 9 ans 5 mois 26 jours ?

L. 13444 „ 17 f. 6 d. produit de 9 ans par L. 1493 „ 17 f. 6 d.

Pr. 4 mois. . . . 497 19 2 — }
Pr. 1 mois. . . . 124 9 9 $\frac{1}{2}$ } Prod. de 5 mois 26 j.
Pr. 15 jours. . . . 62 4 10 $\frac{3}{4}$ } à L. 1493 „ 17 f. 6 d.
Pr. 10 jours. . . . 41 9 11 $\frac{1}{6}$ } l'année.
Pr. 1 jour. . . . 4 2 11 $\frac{11}{12}$ }

Produit. . . . L. 14175 „ 4 f. 3 d. $\frac{1}{3}$ pour réponſe.

Quatrieme

Quatrieme Exemple. A L. 63 „ 15 ſ le char de Vin,
Combien coûtent. . . . 7 chars 10 ſetiers 20 quarterons ?

		446 „	5 ſ.	—		produit de 7 chars à L. 63. 15 ſ. le char.
Pr.	6 ſetiers. . . .	31	17	6 d.		Produits de 10 ſet. 20 quart. à L. 63 15 ſ. le char.
Pr.	4 ſetiers. . . .	21	5	—		
Pr.	16 quarter. . . .	3	10	6		
Pr.	4 quarter. . . .	—	17	7	½	
Réponſe.		L. 503 „	5 ſ.	7 d.	½.	

NB. Le char de Vin ſe diviſe à Geneve en 12 ſetiers, & le ſetier en 24 quarterons.

§. 120. On peut remarquer, par ces quatre Exemples, que la Méthode des Parties aliquotes n'a été inventée que pour faciliter & abréger les opérations, lorſque la Quantité des choſes dont on cherche la valeur excede le nombre 12, parce qu'alors la multiplication ne pouvant ſe faire que partiellement, augmente beaucoup les opérations. Suppoſé que dans le dernier Exemple il y eût eu 37 chars au lieu de 7, il auroit fallu multiplier non ſeulement les L. 63 par 37, mais auſſi les 15 ſols par 37, & réduire enſuite en Livres le produit qui auroit été des Sols, pour ajouter avec celui des L. 63. D'ailleurs, il auroit toujours fallu trouver la valeur des 10 ſetiers 20 quarterons par les parties aliquotes du char. Ainſi la méthode des parties aliquotes de la livre facilite & abrege quand on a une Quantité au de là du nombre 12; & elle eſt générale pour les parties des Poids & des Meſures comme pour celle des Monnoies.

Que la méthode des parties aliquotes abrege & facilite, & en quel cas.

§. 121. Voici cependant une Méthode courte & facile de trouver tout d'un coup le produit en Livres de tel nombre pair de Sols qu'on voudra, ſans ſe ſervir des parties aliquotes.

Méthode abrégée pour trouver tout d'un coup le produit en L d'un nombre pair de Sols.

Soit 282 aunes à 18 ſols l'aune.

Je conſidere que 18 ſols ſont 9 dixaines ou dixiemes de livre; ſi donc je multiplie les 282 par 9, moitié de 18, j'aurai 2538 dixaines ou dixiemes de livre, qui ſe réduiſent en livres en prenant la dixieme (§. 103), ce qui donne L. 253 „ 16 ſols.

Il ſuit de là, *Qu'on trouvera tout d'un coup le produit en Livres, en multipliant par la moitié du nombre des Sols, obſervant de doubler les unités du produit pour mettre aux Sols, & de poſer le reſte du produit au rang des Livres.*

Regle de cet abrégé.

Ainſi dans nôtre Exemple, je dis 9 fois 2 font 18, je double 8, ce qui fait 16 ſols, & je retiens L. 1 ; & continuant, je dis 9 fois 8 font 72, & 1 de retenu ſont 73, je poſe 3, & je retiens 7 ; enfin 9 fois 2 font 18, & 7 de retenu font 25, que je poſe, & j'ai L. 253 „ 16 ſ. pour la valeur de 282 aunes à 18 ſols l'aune.

Par les Parties aliquotes, on prend ſur 282 aunes,

1°. pr. 10 ſ. la moitié	141 „		
2°. pr. 4 ſ. la 5e. . .	56	8	—
3°. pr. 4 ſ. la 5e. . .	56	8	—
Et l'on trouve de même . . .	L. 253 „	16	ſ.

Ou bien ſi l'on multiplie 282 aunes
par 18 ſols

2256
282

L'on trouve 5076 ſols à réduire en Livres en prenant la 20e. §. 104. L. 253 „ 16 ſols.

Mais notre abrégé eſt plus court que l'une & l'autre des deux dernieres méthodes. On comprend qu'on l'employera avec le même ſuccès pour 4, 6, 8 ſ., & généralement pour tous les nombres pairs de Sols. Et quand le nombre ſera impair, l'on opérera pour le nombre pair, & l'on prendra la 20e. pour le ſol reſtant.

Abrégé pr. les Deniers.

§. 122. Comme le produit de 2 ſols eſt très-facile, même à ſe repréſenter dans l'eſprit ſans le poſer ſur le papier, parce que (§. 103.) il ne faut que retrancher le dernier chiffre à droite, dont le double eſt des ſols, & le reſte à gauche des Livres ; l'on peut prendre pour les Deniers ſur le produit ſuppoſé de 2 ſols, par les parties aliquotes de 24, parce que 2 ſ. = 24 d.

Si donc j'ai à trouver le montant de 279 aunes à 6 d. l'aune, conſidérant que le produit de 2 ſols ſeroit L. 27 „ 18 ſ. (§. 103), & que 6 deniers ſont le quart de 2 ſols, je prend le quart de 27, ce qui donne L. 6 ; il reſte L. 3, qui font 60 ſols, & 18 (pour le double de 9) font 78 ſols, dont le quart eſt 19 ſ. 6 d. Ainſi 279 aunes à 6 d. l'aune coûtent L. 6 19 ſ. 6 d.

Si c'eſt à 8 d. l'aune, qui ſont le tiers de 2 ſols, je prens le tiers de 27, ce qui donne L. 9, puis le $\frac{1}{3}$ de 18 (double de 9), & j'ai 6 ſols: Donc 279 aunes, à 8 d. l'aune, coûtent L. 9 „ 6 ſ.

Si les Deniers ne ſont pas aliquotes de 2 ſols, on fait pluſieurs produits. Ainſi 1137 aunes à 9 d. l'aune.

1°. pr. 6 d. . . .	L.	28 „	8 ſ. 6 d.
2°. pr. 3 d. . . .		14	4 3
Et l'on a pour réponſe.	L.	42 „	12 ſ. 9 d.

On a pris le quart de 113 qui donne L. 28, il reſte L. 1 qui vaut 20 ſ. & 14 (double du 7) ſont 34, dont le quart eſt 8 ſ. 6 d.

Puis les 3 d. ſont la moitié du produit des 6 d.

Avis & obſervation.

§. 123. Après avoir expliqué & démontré toutes les Regles de la Multiplication compoſée en Livres, Sols & Deniers, ſoit avec fraction, ſoit avec les parties uſuelles des Poids & des Meſures; il ne ſera pas difficile d'appliquer les mêmes Regles à des Multiplications en d'autres Monnoies qui ont des ſubdiviſions différentes que la Livre, laquelle eſt en uſage en France, en Angleterre, en Italie, &c.

Mais remarquez que la Méthode de multiplier en Livres, Sols & Deniers par les Parties aliquotes de 20 & de 12 eſt préciſément la même pour les autres Monnoies, qui, bien que nommées différemment, ſe ſubdiviſent, comme la Livre, par 20 & par 12. Telles ſont les *Piaſtres* à Livorne, les *Ecus d'or* à Florence, les *Ecus de Marc* & les *Ecus d'argent* à Genes, &c.

Nous allons donner quelques Exemples de Multiplications en Monnoies, dont les Subdiviſions ſont différentes de celle de la Livre.

Multiplication en Florins de 12 Sols, & le Sol de 12 Deniers.

§. 124. Et premiérement, la Monnoie commune de Geneve, de Suiſſe & de Savoie ſe nomme *Florins*, *Sols & Deniers*.

Quoique les Florins de Geneve, de Suiſſe & de Savoie ne ſoient point égaux en valeur, ils ſe ſubdiviſent cependant de même dans chacun de ces Païs. Le Florin y eſt compté de 12 Sols, & le Sol de 12 Deniers. Ainſi il s'agit d'y employer les Parties aliquotes de 12, qui ſont 6, ou $\frac{1}{2}$; 4, ou $\frac{1}{3}$; 3, ou $\frac{1}{4}$; 2, ou $\frac{1}{6}$; & 1, ou $\frac{1}{12}$. Peu d'Exemples pourront ſuffire.

Combien coûtent 47 aunes $\frac{5}{6}$ à Fl. . 17 „ 9 f. 6 d. l'aune.

329
47

Pr. 6 f. . .	23.	6 f.	—
Pr. 3 f. . .	11.	9	—
Pr. 6 d. . .	1.	11	6 d.
Pr. $\frac{5}{6}$ . . .	8.	10	9
Pr. $\frac{2}{6}$ . . .	5.	11	2
Réponſe. Fl. .	851	—	5 d.

Combien coûtent ℔. 13 „ 12 on. $\frac{5}{4}$ à Fl. . 15 11 f. 6 d. la ℔. de 18 on.

65
13

Pr. 6 f. . .	6 „	6 f.	—	
Pr. 4 f. . .	4	4	—	
Pr. 1 f. 6 d.	1	7	6 d.	
Pr. 9 on. .	7	11	9	
Pr. 3 on. .	2	7	11	
Pr. $\frac{3}{4}$ d'on.	—	7	11	$\frac{3}{4}$
Réponſe. Fl.	218 „	9	1 d.	$\frac{3}{4}$

℔. 487 $\frac{3}{4}$ Viande de Boucherie à 7 f. 6 d. la ℔.

Pr. 6 f.	243 „	6 f.		
Pr. 1 f. 6 d. . .	60	10	6 d.	
Pr. $\frac{2}{4}$ de ℔. . .	—	3	9	
Pr. $\frac{1}{4}$ de ℔. . .	—	1	10	$\frac{1}{2}$.
Réponſe. . . . . Fl.	304 „	10 f.	6 d.	$\frac{1}{2}$.

Combien montent de Florins ℔. 896 de Son, la moitié à 6 den. & la moitié à 9 den. la ℔. ?

Joignez enſemble les deux prix, vous aurez 15 den. dont la moitié, 7 d. $\frac{1}{2}$, eſt le prix commun. Calculez donc ℔. 896 à 7 d. $\frac{1}{2}$ la ℔.

1°. Pr. 6 d. . .	448 f.	—
2°. Pr. 1 d. $\frac{1}{2}$. .	112 f.	—
Il vient. . . .	560 f.	

dont la 12e. donne Fl. . 46 „ 8 f. pour réponſe.

§. 125. En ſecond lieu, il y a la Multiplication en *Rixdalers* & en *Goulde* ou *Florins* d'Allemagne.

Multiplication en Rixdalers & en Goulde d'Allemagne.

Le Rixdaler ſe ſubdiviſe de pluſieurs manieres auſſi bien que le Goulde, ſuivant l'uſage des Lieux. Je me bornerai à donner des Exemples du Rixdaler diviſé en 90 Creutzers, & le Goulde en 60 Creutzers, & du Rixdaler diviſé en 24 Gros, & le Goulde en 16 Gros, le Gros en 12 Pfennings.

1°. Combien de Rixdalers de 90 Cr. pour L. 387 „ 18 ſ. 4 d. Sterl. à Rixdal. 5 „ 75 Cr. pr. la L. St.

Les Parties aliquotes de 90.

Sont; 45, ou $\frac{1}{2}$,
30, ou $\frac{1}{3}$,
18, ou $\frac{1}{5}$,
15, ou $\frac{1}{6}$,
10, ou $\frac{1}{9}$,
9, ou $\frac{1}{10}$,
6, ou $\frac{1}{15}$,
5, ou $\frac{1}{18}$,
3, ou $\frac{1}{30}$,
2, ou $\frac{1}{45}$,
1, ou $\frac{1}{90}$,

	1935		
Pr. 45 Cr. .	193	45 Cr.	
Pr. 30 . .	129		
Pr. 6 ſ. 8 d.	1	85	
Pr. 6 ſ. 8 d.	1	85	
Pr. 5 ſ.	1	41	$\frac{1}{4}$
Réponſe. Rix.	2262 „	76 Cr.	$\frac{1}{4}$

2°. Combien de Goulde ou Florins de 60 Cr. pr. L. 479 „ 11 ſ. 8 d. St. à Fl. 8 „ 52 Cr.

Les Parties aliquotes de 60.

Sont; 30, ou $\frac{1}{2}$, 5, ou $\frac{1}{12}$,
20, ou $\frac{1}{3}$, 4, ou $\frac{1}{15}$,
15, ou $\frac{1}{4}$, 3, ou $\frac{1}{20}$,
12, ou $\frac{1}{5}$, 2, ou $\frac{1}{30}$,
10, ou $\frac{1}{6}$, 1, ou $\frac{1}{60}$,
6, ou $\frac{1}{10}$,

	3832		
Pr. 30 Cr. .	239	30 Cr.	
Pr. 20 Cr. .	159	40	
Pr. 2 Cr. .	15	58	
Pr. 6 ſ. 8 d.	2	57	. . $\frac{2}{5}$
Pr. 5 ſ. . . .	2	13	
Réponſe. . Fl.	4252 „	18 Cr.	$\frac{1}{3}$

3°. Combien de Rixdalers de 24 Gros font L. 493 „ 16 ſ. 8 d. Sterl.
à Rix. 5 „ 20 gr. 6 pf. la L. ſt.

Les Parties aliquotes de 24.
Sont; 12, ou $\frac{1}{2}$, 3, ou $\frac{1}{8}$,
8, ou $\frac{1}{3}$, 2, ou $\frac{1}{12}$,
6, ou $\frac{1}{4}$, 1, ou $\frac{1}{24}$,
4, ou $\frac{1}{6}$.

2465

Pr. 12 gr.	246 „	12 gr.	—
Pr. 6 gr.	123	6	—
Pr. 2 gr.	41	2	—
Pr. 6 pf.	10	6	6 pf.
Pr. 10 ſ.	2	22	—
Pr. 6 ſ. 8 d.	1	22	8

Réponſe. Rix. 2890 „ 23 gr. 2 pf.

Multiplication pour le poids des Diamans.

§. 126. Voyez §. 55. & 56. ce qu'on a dit ſur ce Poids.

Combien montent 87 K $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$ de Diamans,
à L. 68 „ 15 ſ. le Karat?

696
522

Pr. 10 ſ. . .	43 „	10	—		
Pr. 5 ſ. . .	21	15	—		
Pr. $\frac{1}{2}$ K. . .	34	7	6 d.		
Fr. $\frac{1}{8}$ K. . .	8	11	10	$\frac{1}{2}$ =	$\frac{8}{16}$
Pr. $\frac{1}{16}$ de K.	4	5	11 d.	$\frac{4}{16}$ =	$\frac{4}{16}$
Pr. $\frac{1}{32}$ de K.	2	2	11	$\frac{5}{8}$ =	$\frac{10}{16}$
Pr. $\frac{1}{64}$ de K.	1	1	5	$\frac{13}{16}$	

L. 6031 „ 14 ſ. 9 d. $\frac{3}{16}$

On remarquera que $\frac{1}{8}$ de Karat, étant le $\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{2}$ Karat, j'ai pris le $\frac{1}{4}$ du produit de $\frac{1}{2}$ K. En raiſonnant toujours par proportion, j'ai pris pour $\frac{1}{16}$ de K. la moitié du produit de $\frac{1}{8}$; pour $\frac{1}{32}$ de Karat, la $\frac{1}{2}$ du produit de $\frac{1}{16}$; & pour $\frac{1}{64}$ de Karat, la moitié du produit de $\frac{1}{32}$.

§. 127. Je finis l'article des Multiplications compoſées par un *Bordereau*. On nomme ainſi la petite Liſte qui contient les diverſes Eſpèces qu'on donne en payement, dont voici un Exemple. *Bordereau.*

277 Louis d'or	à L.	14	3	f. 6 d.	L.	3926	9	f. 6 d.
487 Louis d'or	à L.	11	5	—	„	5478	15	—
447 Piſtoles .	à L.	10	—	—	„	4470	—	—
256 Sequins .	à L.	6	15	—	„	1728	—	—
1180 Ecus . .	à L.	3	11	—	„	4189	—	—
50 Paquets .	à L.	30	—	—	„	1500	—	—
Valeur, ou Monnoie pour ſolde. . . .						7	15	6 d.
Somme totale. . . .					L.	21300	—	—

Voici les opérations.

277 L. d'or. à L. 14 „ 3 f. 6 d.

1108
277
Pr. 2 f. 27 14 —
Pr. 1 f. 13 17 —
Pr. 6 d. 6 18 6 d.

L. 3626 „ 9 f. 6 d.

487 L. d'or. L. 11 „ 5 f.

487
487
Pr. 5 f. 121 „ 15 f.

L. 5478 „ 15 f.

447 Piſtoles. à L. 10

L. 4470.

256 Sequins. à L. 6 „ 15 f.

1536
Pr. 10 f. 128
Pr. 5 f. 64

L. 1728.

1180 Ecus à L. 3 „ 11 f.

3540
Pr. 10 f. 590
Pr. 1 f. 59

L. 4189.

50 Paquets. à L. 30

L. 1500

DIVISION DES FRACTIONS.

En quoi consiste la Division des Fractions.

§. 128. Il ne peut se présenter que trois Cas : Il faut diviser 1°. une Fraction par une autre ; 2°. ou une Fraction par un nombre entier ; 3°. ou un nombre entier par une Fraction.

Eclaircissemens.

§. 129. On a vu dans la 1ere. Partie, que la Division consiste à partager le Dividende en autant de parties qu'il y a d'Unités au Diviseur ; que cela revient au même que de chercher combien de fois le Diviseur est contenu dans le Dividende, & que c'est la raison qui a fait donner, au Résultat, le nom de *Quotient*, *Combien de fois*.

Il importe de bien saisir ces deux idées de la Division. Par la premiere, il est clair que la Division, dans le sens de partage, ne peut avoir lieu que lorsque le Diviseur est un nombre entier au dessus d'un ; ainsi, à cet égard, le plus petit Diviseur possible est 2, puisque, dans un partage, l'on ne peut faire moins de deux parties.

Il est donc évident que quand on propose de diviser par une Fraction, il ne peut alors être question d'un partage, mais de la seconde idée de la Division qui est de trouver combien de fois le Diviseur est contenu.

Il suit de là que dans le 1er. & le 3e. cas, il est question de trouver combien de fois le Diviseur est contenu ; & que ce n'est que dans le second cas ; qu'il s'agit de partage.

PREMIER CAS.

§. 130. *Diviser une Fraction par une autre.*

Regle.

Il s'agit de trouver combien de fois l'une des deux Fractions est contenue dans l'autre. Pour cela, *il faut multiplier réciproquement le Numérateur de l'une par le Dénominateur de l'autre ; le produit du Numérateur de la Fraction à diviser sera le Numérateur de la Fraction du Quotient, & son Dénominateur sera le produit du Dénominateur.*

EXEMPLES.

Diviseur. à diviser.
$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ *Quotient.* $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$.

Diviseur. Dividende.
$\frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$ *Quotient.* $\frac{8}{9}$.

PREUVES.

Multipl. le Quot. $\frac{9}{8}$, par le Divis. $\frac{2}{3}$, l'on trouve $\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$, qui est le Divid.
Multipl. le Quot. $\frac{8}{9}$, par le Divis. $\frac{3}{4}$, l'on trouve $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$, qui est le Divid.

Démonstration.

§. 131. Pour démontrer la Regle de diviser une Fraction par une autre, il

il faut réduire les deux Fractions à une commune Dénomination (§. 38); ainſi l'on trouve que les deux fractions données ci-deſſus, $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4} = \frac{8}{12}$ & $\frac{9}{12}$. Donc 1°. diviſer $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, c'eſt diviſer $\frac{9}{12}$ par $\frac{8}{12}$, c'eſt-à-dire, 9 par 8, ce qui donne $\frac{9}{8} = 1\frac{1}{8}$ pour Quotient.

2°. Diviſer $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, c'eſt diviſer $\frac{8}{12}$ par $\frac{9}{12}$, c'eſt-à-dire, 8 par 9, ce qui donne $\frac{8}{9}$ pour Quotient.

Or vous voyez que la méthode que preſcrit la Régle n'eſt autre choſe que cette opération en ſupprimant ſimplement le Dénominateur commun.

Remarques. §. 132. Dans le 1er. Exemple, le Quotient eſt une fraction qui vaut $1\frac{1}{8}$, & il exprime que le Diviſeur, $\frac{2}{3}$, eſt contenu une fois plus $\frac{1}{8}$ de fois dans le Dividende $\frac{3}{4}$, c'eſt-à-dire donc que $\frac{3}{4} = \frac{2}{3} + \frac{1}{8}$ de $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{12} = \frac{9}{12}$ ou $\frac{3}{4}$;

Et dans le 2d. Exemple, le Quotient, $\frac{8}{9}$, exprime que le Diviſeur, $\frac{3}{4}$, n'eſt pas contenu une fois dans le Dividende $\frac{2}{3}$, mais ſeulement $\frac{8}{9}$ de fois, c'eſt-à-dire, que $\frac{2}{3} =$ les $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4} = \frac{24}{36}$ ou $\frac{2}{3}$.

La Preuve des Diviſions de fractions ſe fait comme celle des autres diviſions, en multipliant, l'un par l'autre, le Quotient & le Diviſeur, pour retrouver le Dividende, ainſi qu'on le voit ci-deſſus.

Ou bien, Ire. Partie §. 90. ſi l'on diviſe le Dividende par le Quotient, on trouvera le 1er. Diviſeur au nouveau Quotient. Par le Quotient $\frac{9}{8}$ diviſez $\frac{3}{4}$, vous trouverez $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$, 1er. Diviſeur. Par le Quotient, $\frac{8}{9}$ diviſez $\frac{2}{3}$, vous trouverez $\frac{16}{24} = \frac{3}{4}$, 1er. Diviſeur.

2d. Cas.

§. 133. *Diviſer une Fraction par un Nombre entier.*

Regle. Il s'agit de partager la Fraction en autant de parties égales qu'il y a d'unités au Diviſeur. Pour cela, *il faut multiplier le Dénominateur de la Fraction par le Nombre entier ſans changer le Numerateur.*

Exemple. Diviſant $\frac{4}{5}$ par 8, le Quotient eſt $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$.

Démonſtration. §. 134. Puiſqu'il s'agit de diviſer $\frac{4}{5}$ par 8, il faut, par conſéquent partager $\frac{4}{5}$ en 8 parties égales, dont chacune eſt $\frac{1}{8}$ de $\frac{4}{5} = \frac{4}{40}$ [§. 77]. Et en effet, multipliant le Dénominateur de la fraction $\frac{4}{5}$ par le nombre 8, la nouvelle fraction, $\frac{4}{40}$, qui en réſulte, eſt la 8e. de $\frac{4}{5}$, [§. 16].

Preuves. §. 135. 1°. Multipliez le Quotient, $\frac{1}{10}$, par le Diviſeur 8, vous aurez $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$, qui eſt le Dividende.

2°. Ou diviſez le Dividende, $\frac{4}{5}$, par le Quotient, $\frac{1}{10}$, vous retrouverez dans le Quotient le 1er. Diviſeur, 8.

Opération $\frac{1}{10} \times \frac{4}{5}$ donne pr. Quotient $\frac{40}{5} = 8$.

§. 136. 3e. Cas.

Diviſer un Nombre entier par une Fraction.

Regle. Il s'agit de trouver combien de fois la Fraction eſt contenue dans le Nombre entier. Pour cela, *il faut* 1°. *multiplier le Nombre entier par le Dénominateur de la Fraction*, & 2°. *diviſer le produit par le Numerateur.*

Exemple. Soit 36 à diviſer par $\frac{5}{7}$.
1°. Je multiplie par 7 Dénominateur de $\frac{5}{7}$.

2°. Je diviſe le produit 252 par le Numerateur, 5.

Et je trouve $50\frac{2}{5}$ pour le Quotient de la diviſion de 36 par $\frac{5}{7}$.

Démonſtration. §. 137. En multipliant 36 par 7, le produit m'apprend que 36 contient $\frac{252}{7}$, puiſque chacune unité vaut $\frac{7}{7}$, car $\frac{7}{7} = 1$. §. 15.

Il y a donc 252 fois $\frac{1}{7}$ dans 36; mais la fraction $\frac{5}{7}$ étant quintuple de $\frac{1}{7}$, eſt contenue la 5e. partie de 252 fois, car plus une choſe eſt grande moins elle eſt contenue de fois. Autrement, *plus le Diviſeur eſt grand, plus le Quotient eſt petit*, [Ire. Partie §. 142, 1re. Conſéquence]. Donc $\frac{5}{7}$ ſont contenues 50 fois $\frac{2}{5}$ dans 36.

Preuves.

§. 138. 1°. Multip. le Quotient, $50\frac{2}{5}$, par le Diviſeur $\frac{5}{7}$, on retrouve le Dividende 36. Pour multiplier $50\frac{2}{5}$ par $\frac{5}{7}$, prenez cinq fois la 7e. de $50\frac{2}{5}$: or la 7e. de $50\frac{2}{5}$ eſt $7\frac{1}{5}$
& les $\frac{5}{7}$ ſont . . . . 5 fois

qui ſont 36. qui eſt le Dividende.

2°. Diviſant le Dividende 36 par le Quotient $50\frac{2}{5}$, on retrouvera le 1er. Diviſeur, $\frac{5}{7}$, dans le nouveau Quotient.

Pour faire cette diviſion je réduis les $50\frac{2}{5}$ en 5mes & je trouve $\frac{252}{5}$,

§. 27. Enſuite je diviſe 36 par $\frac{252}{5}$ ſelon la Régle du 3e. cas,

1°. en multipliant 36
par le Dénom. 5.

& 2°. en diviſant le produit 180 par le Numerateur 252,
ce qui donne pour Quotient $\frac{180}{252} = \frac{30}{42} = \frac{5}{7}$.

§. 139. Remarquons ici que ces deux derniers cas admettent également la méthode donnée pour le premier, il ſuffit pour cela d'exprimer le nombre entier en forme de fraction en lui ſouſcrivant l'unité pour Dénominateur, §. 26. Que le 2d. & le 3e. cas admettent la méthode du premier.

Ainſi pour l'exemple du ſecond cas, où il s'agit de diviſer $\frac{4}{5}$ par 8. Je fais $8 = \frac{8}{1}$, & alors j'ai

Diviſeur. *Dividende.* *Quotient.*
$\frac{8}{1} \times \frac{4}{5}$ $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$

Pour l'exemple du 3e. cas, où il s'agit de diviſer 36 par $\frac{5}{7}$, je fais $36 = \frac{36}{1}$, & alors j'ai

Diviſeur. *Dividende.* *Quotient.*
$\frac{5}{7} \times \frac{36}{1}$ $\frac{252}{5} = 50\frac{2}{5}$.

§. 140. *Combien de Serviettes pourra-t-on faire avec 46 aunes de Toile, en employant $\frac{7}{8}$ d'aune pour chaque Serviette ?* Application du 3e. cas.

La Queſtion ſe réduit à ſavoir combien de fois $\frac{7}{8}$ d'aune ſont contenues dans 46 aunes ; il faut donc diviſer 46 par $\frac{7}{8}$.

Ainſi, ſuivant la Régle du 3e. cas, je multiplie 46 par 8, & je diviſe le produit, 368, par 7, ce qui donne au Quotient $52\frac{4}{7}$. Par-là je trouve, pour réponſe à la Queſtion, qu'on aura 52 Serviettes, & qu'il reſtera les $\frac{4}{7}$ d'une Serviette, c'eſt-à-dire, les $\frac{4}{7}$ de $\frac{7}{8}$ d'aune, qui font $\frac{28}{56} = \frac{1}{2}$ aune.

La preuve en eſt que 52 Serviettes, à $\frac{7}{8}$ d'aune par Serviette, font, avec la $\frac{1}{2}$ aune de reſte, les 46 aunes.

Il faut donc multiplier $\frac{7}{8}$ par 52, ou 52 par $\frac{7}{8}$.

1°. pr. $\frac{4}{8}$ . . . 26
2°. pr. $\frac{2}{8}$ . . . 13
3°. pr. $\frac{1}{8}$ . . . $6\frac{1}{2}$
pr. le reſte $\frac{1}{2}$

46. Aunes.

2de. Application. Si l'on avoit 19 aun. $\frac{3}{4}$ de Toile, & qu'on demandât combien on en pourroit faire de mouchoirs de $\frac{2}{3}$ d'aune chacun; on diviſera 19 aun. $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$ par la Régle du 3e. cas.

Multipl. $19\frac{3}{4}$
par 3

Et diviſez le produit $59\frac{1}{4}$ par 2.

Vous trouverez $29\frac{5}{8}$, c'eſt-à-dire, 29 Mouchoirs, & les $\frac{5}{8}$ d'un Mouchoir, qui ſont les $\frac{5}{8}$ de $\frac{2}{3} = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$ d'aune.

NB. Ces deux Exemples peuvent s'exécuter par la méthode du premier cas ſelon la Remarque §. 139.

Ainſi pour diviſer 46 par $\frac{7}{8}$, j'opére dans la forme ſuivante.

Diviſeur. *Dividende.*
$\frac{7}{8} \times \frac{46}{1}$ *Quotient* $\frac{368}{7} = 52\frac{4}{7}$.

De même, pour diviſer $19\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$: Je réduis $19\frac{3}{4}$ en quarts, & j'ai,

Diviſeur. *Dividende.*
$\frac{2}{3} \times \frac{79}{4}$ *Quotient* $\frac{237}{8} = 29\frac{5}{8}$.

Méthode générale de faire les Diviſions en fractions dans les trois cas. §. 141. Remarquons préſentement que ces Diviſions en Fractions peuvent, dans les trois cas, s'exécuter par une ſeule & même méthode, qui conſiſte à réduire le Diviſeur & le Dividende en Nombres entiers, en les augmentant également, car alors il en réſultera le même Quotient, [Ire. Partie §. 104].

Exemples du Ier. Cas.

Il s'agit, dans l'un, de diviſer $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$; & dans l'autre, de diviſer $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$.

1°. Je multiplie chaque fraction par ſon Dénominateur, ainſi $\frac{2}{3} \times 3 = 2$. & $\frac{3}{4} \times 4 = 3$.

Voilà deux Nombres entiers, 2 & 3; mais le Diviſeur & le Dividende n'ont pas été augmentés également, ainſi pour rétablir l'égalité de la Raiſon qu'il y a entre ces deux fractions, je multiplie 2°. le produit de la 1re. par le Dénominateur de la 2de. & le produit de la 2de. par le Dénominateur de la 1re.

$$2 \times 4 = 8, \quad \& \quad 3 \times 3 = 9.$$

De cette maniere la fraction, $\frac{2}{3}$, a été multipliée par 3, & ſon produit par 4, ce qui revient au même que ſi je l'euſſe multipliée d'abord par 12, [Ire. Partie §. 150].

De même, la fraction, $\frac{3}{4}$, a été multipliée par 4, & ſon produit par 3, ce qui revient auſſi au même que ſi je l'euſſe multipliée d'abord par 12.

Le Diviſeur & le Dividende ont donc été augmentés également; la fraction, $\frac{2}{3}$, a produit le nombre entier; 8, & la fraction, $\frac{3}{4}$, a produit le nombre entier, 9: donc 1°. diviſer $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, c'eſt diviſer 9 par 8, ou prendre la 8me. de 9, ce qui donne $1\frac{1}{8}$ pour Quotient.

2°. Diviſer $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, c'eſt diviſer 8 par 9, ou prendre la 9me. de 8, ce qui donne $\frac{8}{9}$ pour Quotient.

Exemple du 2d. Cas.

Il s'agit de diviſer $\frac{4}{5}$ par 8.

Je multiplie le Dividende & le Diviſeur, chacun par 5: $\frac{4}{5} \times 5 = 4$. $8 \times 5 = 40$. Ils ſont donc également augmentés.

Donc diviſer $\frac{4}{5}$ par 8, c'eſt diviſer 4 par 40, ce qui donne $\frac{4}{40} = \frac{1}{10}$ pour le Quotient.

Exexple du 3e. Cas.

Il s'agit de diviſer 36 par $\frac{5}{7}$.

Je multiplie le Dividende & le Diviſeur, chacun par 7: $36 \times 7 = 252$. $\frac{5}{7} \times 7 = 5$. Ils ſont donc également augmentés.

Donc diviſer 36 par $\frac{5}{7}$, c'eſt diviſer 252 par 5, ou prendre la 5me. de 252, qui donne $50\frac{2}{5}$ pour le Quotient.

Pour la 1re. *Application du* 3e. *Cas*, §. 140. où il s'agit de diviſer 46. par $\frac{7}{8}$. Je multiplie le Diviſeur & le Dividende, chacun par 8:

$$46 \times 8 = 368. \qquad \frac{7}{8} \times 8 = 7.$$

Ainſi diviſer 46 par 8, c'eſt diviſer 368 par 7, ou prendre la 7me. de 368, qui donne $52\frac{4}{7}$ pour Quotient.

Pour la 2de. *Application*, où il s'agit de diviſer $19\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$.

Je multiplie	1°.	$19\frac{3}{4}$	&	$\frac{2}{3}$
	par	4	par	3
	J'ai	79	J'ai	2.

Mais le Dividende & le Diviſeur ne ſont pas augmentés également: & pour rétablir l'égalité, je multiplie le produit du premier par le Dénominateur du ſecond, & le produit du ſecond par le Dénominateur du premier:

$$79 \times 3 = 237. \qquad \& \quad 2 \times 4 = 8.$$

Ainſi diviſer $19\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, c'eſt diviſer 237 par 8, ou prendre la 8me de 237, qui donne $29\frac{5}{8}$ pour le Quotient.

DIVISION COMPOSE'E,

Ou des Nombres Mixtes.

Tout ce qui concerne la Diviſion compoſée peut ſe rapporter à quatre cas, pour chacun deſquels je donnerai une Régle générale, avec des Exemples & quelques obſervations.

§. 142. Ier. Cas.

Lorſque le Quotient doit être un Nombre fractionnel.

Régle. Il faut 1°. faire la Diviſion pour avoir un Nombre entier dans le Quotient; & 2°. ſouſcrire le Diviſeur au reſte de la diviſion, pour avoir la fraction à mettre au Quotient après l'avoir réduite en ſes moindres termes.

EXEMPLES.

Diviſeur. 24. *Dividende.* 379938.

139

Quotient. 15830. $\frac{3}{4}$. 199

24 .73

$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$

63320

31660

pr. $\frac{2}{4}$ . . . 12

pr. $\frac{1}{4}$ . . . 6

Preuve. 379938.

Diviſeur. 26. *Dividende.* 10044 $\frac{2}{3}$.

224

Quotient. 386. $\frac{1}{3}$. 164

26 $8\frac{2}{3} = \frac{26}{78} = \frac{1}{3}$.

26

2316

772

pr. $\frac{1}{3}$ . . . 8 $\frac{2}{3}$.

Preuve. 10044 $\frac{2}{3}$.

On voit, dans ce dernier Exemple, que pour réduire la Fraction, provenant du Reſte, en ſa plus ſimple expreſſion, j'en ai 1°. multiplié les deux termes par 3, pour faire évanouir la fraction du Numerateur. Remarque.

§. 143. 2d. CAS.

Lorſque le Quotient d'une Diviſion doit être un Nombre mixte compoſé de quelque Monnoye, Poids ou Meſure, ſavoir, les Entiers avec les diverſes eſpéces ou parties dans leſquelles ils ſe ſubdiviſent comme, des Florins ou des Livres, ſols & deniers; des Marcs, Onces, Deniers & Grains, &c.

Il faut d'abord faire la diviſion pour avoir les Entiers ou la premiere & plus grande eſpéce qui doit être dans le Quotient: enſuite, il faut Régle.

multiplier le Reſte de la Diviſion par le *Dénominateur Numérique* des parties qui conſtituent la 2de. eſpéce, pour diviſer le produit par le Diviſeur, ce qui donnera la quantité des parties de cette 2de. eſpéce. Si l'on a un ſecond reſte, on le multipliera par le Dénominateur Numerique de la 3e. eſpéce, pour diviſer encore le produit par le Diviſeur, ce qui donnera la quantité des parties de cette 3e. eſpéce du Quotient: On continuera de même pour une 4e. 5e. eſpéce du Quotient. Les exemples avec les obſervations dont je les accompagnerai donneront l'intelligence de cette Régle: mais il faut auparavant expliquer ce que c'eſt que le *Dénominateur Numerique.*

Explication du *Dénominateur numerique.*

§. 144. Les parties des Entiers, ſavoir celles des Monnoyes, des Poids & des Meſures, ont deux noms ou deux dénominations: la premiere eſt le nom ou la dénomination vulgaire, que l'uſage leur a impoſé; la ſeconde eſt leur nom ou dénomination numérique, qui dérive du nombre qu'il y en a à leur Tout ou Entier. Ainſi le nom ou la dénomination vulgaire des parties de la Livre ou du Florin eſt *Sol;* mais le nom ou la Dénomination Numerique du Sol de la Livre eſt *vingtieme*, parce qu'il y a 20 ſols à la Livre; la dénomination numérique du ſol de Florin eſt *douzieme*, tout comme celle du Denier, parce qu'il y a 12 Sols au Florin, & 12 Deniers au Sol. Le Dénominateur numerique des Sols de la Livre eſt donc 20, celui des Deniers eſt 12. Par conſéquent le Dénominateur numerique des *Onces*, conſiderées comme parties d'un Marc, ſera 8, parce qu'il y a 8 onces au Marc: ſi on les conſidere comme parties de la Livre du poids de 15 onces, leur Dénominateur numerique ſera 15; 16, s'il s'agit du poids de 16 onces, &c. Le Dénominateur numerique du *Denier* de poids, relativement à l'Once, eſt 24, tout comme celui du *Grain*, parce qu'il y a 24 deniers à l'Once, & 24 grains au Denier. Il faut concevoir la même choſe des parties des autres Monnoyes, des autres poids, & de toutes les Meſures.

EXEMPLE I.

§. 145. Si 293 aunes coutent Fl. 4864. 10 ſ. 6 d., combien l'aune?

Quotient. Fl. 16. 7 ſ. 2 d. l'aune pr. réponſe.

1934
176
12
2122 ſ.
71
12
858 d.
Reſte 272 d.
qui font 22 ſ. 8 d. ou Fl. 1. 10 ſ. 8. d.

§. 146. Vous

§. 146. Vous le voyez, l'aune doit couter, dans cet Exemple, la 293me. partie de Fl. 4864. 10 ſ. 6 d., ce que l'on trouve en diviſant cette ſomme par 293. La diviſion des Fl. 4864. donne Fl. 16; mais comme il y a un Reſte de Fl. 176. 10 ſ. 6 d., dont il faut auſſi prendre la 293e. partie, on réduit les Fl. 176. en ſols, en les multipliant par 12, & on y ajoute les 10 ſ., ce qui produit 2122 ſ., qu'on diviſe par 293, & l'on trouve, pour le Quotient, 7 ſ. avec 71 ſ. de reſte, que l'on réduit en deniers, en les multipliant par 12, & y ajoutant les 6 d.; l'on a le produit de 858 d., qui diviſé par 293, donne, au Quotient, 2 d., avec 272 d. de reſte. Ainſi après avoir eu, par la diviſion, les Fl. 16, qui ſont les Entiers ou la premiere & plus grande eſpéce qu'on cherchoit dans le Quotient, on a multiplié, ſelon la Régle, le reſte de la Diviſion par 12, Dénominateur numerique des ſols, pour avoir au Quotient les ſols ou la 2de. Eſpéce. Le Reſte de cette ſeconde diviſion a encore été multiplié par 12, Dénominateur numerique des deniers, pour avoir les deniers qui ſont la 3e. & derniere eſpéce du Quotient. Remarques

§. 147. Quant au dernier reſte de 272 d., on pourroit en faire une fraction de denier, en ſouſcrivant le Diviſeur, ſelon la Régle du 1er. cas, & l'on auroit $\frac{272}{293}$ d'un denier, enſorte que l'aune reviendroit exactement Fl. 16. 7 ſ. 2 d. $\frac{272}{293}$. Mais dans la pratique, on néglige, dans ce cas, la fraction de denier; & même comme l'on ne ſauroit payer un ou deux deniers, puiſque l'on n'a pas de piéce de Monnoye au-deſſous de 3 d., l'on poſe 3 d. au lieu de 2 d., ainſi l'on compteroit dans notre Exemple que l'aune revient à Fl. 16. 7 ſ. 3 d. Sur le dernier Reſte de la Diviſion lorſqu'elle n'eſt pas exacte.

§. 148. Pour faire la Preuve, on calculera par la Multiplication, la valeur de 293 aunes à Fl. 16. 7 ſ. 2 d. ſeulement par aune; mais alors le produit devra ſe trouver inférieur au Dividende, préciſément de la valeur du Reſtant. Or, dans notre Exemple, le Reſtant étant des deniers, on les réduit en Sols, & ces Sols en Florins, qui ajoutés à la Preuve, donneront un produit exactement égal au Dividende. Preuve

Ainſi, je multiplie 293 aun.
par Fl. 16 7 ſ. 2 d. l'aune.

	1758		
	293		
pr. 6 ſ.	146.	6	—
pr. 1 ſ.	24.	5	—
pr. 2 d.	4.	—	10 d.
pr. le reſte . .	1.	10.	8
Fl.	4864.	10.	6 d.

§. 149. *EXEMPLE II.*

A 48 Soldats partagez également . . . . L. 28715. 17 ſ. 6 d.

Quotient. L. 598. 4 ſ. 11 d. à chacun.

48

4784
2392

pr. 4 ſ. 9. 12. —
pr. 8 d. 1. 12. —
pr. 2 d. — 8. —
pr. 1 d. — 4. —
pr. le reſte — 1. 6 d.

Preuve. L. 28715. 17. 6 d.

471
395
11
20

237
45
12

546
66

Reſte 18 d. ou 1 ſ. 6 d.

Si l'on faiſoit une fraction de denier avec ce reſte, l'on auroit $\frac{18}{48} = \frac{3}{8}$, & il reviendroit exactement L. 598. 4 ſ. 11 d. $\frac{3}{8}$ à chacun; mais c'eſt encore le cas de ne pas poſer une fraction de denier.

Vous voyez que, pour avoir les Sols qui ſont la 2de. eſpéce du Quotient, on a multiplié les L. 11. 17 ſ. 6 d. de reſte par 20, qui eſt leur Dénominateur Numerique, & diviſant le produit, 237, par le Diviſeur; on a trouvé 4 ſ. au Quotient. Pour avoir les deniers, on a multiplié les 45 ſ. 6 d. de reſte par 12, qui eſt leur Dénominateur Numerique. Pour le dernier Reſte de la Diviſion on l'a ajouté à la Preuve.

§. 150. *EXEMPLE III.*

§. 150. A L. 32 le Marc de la Dorure ou de l'Argenterie, combien aura-t-on de Marcs, onc. & d. pour L. 1356. 18 ſ. 6 d. ?

Quotient. M. 42. 3 onc. 5 d. pour Réponſe. L. 12. 18 ſ. 6 d.
à L. 32. le Marc. 8

84 — 103. 8 ſ. —
126 — L. 7. 8 —
pr. 2 onc. 8 — 24
pr. 1 onc. 4 — 168
pr. 4 d. — 13 ſ. 4 d.
pr. 1 d. — 3 4 — pr. 8 ſ. 9. $\frac{3}{5}$
pr. le reſte — 1 10 — 177 $\frac{3}{5}$

Preuve. L. 1356. 18 ſ. 6 d. — *Dernier Reſte.* 17 $\frac{3}{5}$ à diviſer par 192, 20

Quot. L. — 1 ſ. 10 d. — 352
160
12
1920
000

§. 151. Comme, dans les deux premiers Exemples, le Quotient a été de la même eſpéce que le Dividende, les Commençans s'imaginent que cela doit toujours être; mais l'Exemple ci-deſſus ſuffit pour les détromper. On voit que l'eſpéce ou la qualité du Quotient eſt toujours déterminée par le ſens de la Queſtion: ainſi dans le 1er. Exemple le Quotient devoit être des Fl. S. & d., & dans le 2d. des L. S. & d. Mais dans ce 3e. Exemple, il eſt viſible que le Quotient doit être des Marcs, Onces & d. En effet, c'eſt ce qu'on demande dans la Queſtion, & il eſt clair que puiſque L. 32 font 1 Marc, autant de fois L. 32 ſont autant de Marcs. Or en diviſant L. 1356. par L. 32, l'on trouve qu'il y a 42 fois L. 32 dans L. 1356; c'eſt donc Marcs 42. Les Marcs ſont donc ici les Entiers ou la 1re. & plus grande eſpéce du Quotient. Et comme le Marc a 8 onces, & l'once 24 d., il ſuit que la 2de. eſpéce

On prévient un préjugé des Commençans, ſur l'eſpéce ou la qualité du Quotient.

doit être des onces ou 8mes. de Marc, qu'ainſi il faloit multiplier le Reſte, L. 12. 18 ſ. 6 d., par 8, Dénominateur numerique des onces, afin que, diviſant le produit par le Diviſeur, l'on eut les onces ou 2de. eſpéce du Quotient. De même, la 3e. eſpéce devant être des Deniers, ou 24me. d'once; il faloit multiplier le 2d. Reſte, L. 7. 8 ſ. par 24, leur Dénominateur numerique, afin que, diviſant le produit par le Diviſeur, l'on eut les deniers ou 3e. & derniere eſpéce du Quotient. C'eſt ici, comme on voit, une application de la Régle donnée pour ce ſecond cas; mais elle a beſoin d'une autre démonſtration pour ce 3e. Exemple & pour tous les autres ſemblables où le Quotient eſt d'une eſpéce différente de celle du Dividende. Il faudra auſſi expliquer & démontrer la maniere de réduire le dernier Reſte pour l'ajouter à la Preuve.

DEMONSTRATION.

§. 152. Il s'agit 1°. du Reſte, L. 12. 18 ſ. 6 d., qui multiplié par 8, & le produit diviſé par le Diviſeur, L. 32, a donné 3 onces au Quotient; c'eſt ce qu'il faut démontrer.

Par la Queſtion, L. 32 ſont 1 Marc = 8 onces;

Donc, *ſi* L. 32 *ſont* 8 *onces*, *combien d'onces feront* L. 12. 18 ſ. 6 d.

Or c'eſt là une Régle de Trois, qui s'exécute en multipliant le 3e. terme, L. 12. 18 ſ. 6 d. par le ſecond terme, 8 onces, & diviſant le produit par le 1er. terme, L. 32, pour avoir au Quotient des onces comme au 2d. terme, [Ire. Partie §. 182].

Donc il faloit, ſelon la Régle, multiplier les L. 12. 18 ſ. 6 d. par 8, Dénominateur numerique des onces qu'on cherchoit, & diviſer le produit par le Diviſeur, L. 32, pour avoir ces onces au Quotient.

Il s'agit 2°. du Reſte, L. 7. 8 ſ., qui multiplié par 24, & le produit diviſé par le Diviſeur, L. 32, a donné 5 d. au Quotient; c'eſt ce qu'il faut encore démontrer.

Par la diviſion qui a produit les onces, on a trouvé, pour le Quotient, autant d'onces qu'il y a eu de fois 32 dans le produit de la multiplication par 8, comme on vient de le démontrer; Donc:

Si L. 32 *qui ſont ici* 1 *once* = 24 *d.*, *combien de* d. *feront* L. 7. 8 ſ.?

Or c'eſt là une Régle de Trois, qui s'exécute en multipliant le 3e. terme, L. 7. 8 ſ., par le ſecond terme, 24 d., & diviſant le produit par le 1er. terme, L. 32, pour avoir au Quotient des Deniers comme au 2d. terme, [Ire. Partie §. 182].

Donc il faloit, ſelon la Régle, multiplier les L. 7. 8 ſ. par 24, Dénominateur numerique des Deniers qu'on cherchoit, & diviſer le produit par le Diviſeur, L. 32, pour avoir ces Deniers au Quotient.

Il eſt viſible que de ſemblables raiſonnemens pourront s'appliquer à tout autre Exemple relatif à ce ſecond cas, & par conſéquent cette Regle eſt ſolidement démontrée.

§. 153. *Explication & démonſtration de la maniere de réduire le dernier Reſte de la Diviſion pour l'ajouter à la Preuve.*

Quant au dernier Reſte de la Diviſion, qui, dans notre Exemple, eſt 17 $\frac{5}{5}$, je conſidere que ce doit être des 24mes. de 8mes. de L. puiſque ce ſont des Livres que j'ai multiplié 1°. par 8, ce qui a donné des 8mes. de L. que 2°. j'ai multiplié par 24, ce qui a donné des 24mes. de 8mes. de Livre: Or $\frac{1}{24}$ de $\frac{1}{8}$ de L. eſt $\frac{1}{192}$ de L.; par conſéquent les 17 $\frac{5}{5}$ dernier Reſte, ſont $\frac{17\frac{5}{5}}{192}$ de L. Multipliez les deux termes par 5, vous aurez $\frac{88}{960} = \frac{11}{120}$ de L.: Or ſi 120 donnent 20 ſ. ou 1 L. combien donneront 11?

	11
Réponſe. 1 ſ. 10 d.	220
à ajouter à la Preuve.	100
	12
	1200
	000

Ou bien, en partant des $\frac{17\frac{5}{5}}{192}$ de L., diſons; Si 192 ſont 1 L. ou 20 ſ. combien 17 $\frac{5}{5}$

	20
Réponſe. 1 ſ. 10 d.	340
Pr. $\frac{5}{5}$ . .	12
	352
	160
	12
	1920
	000

C'eſt de cette derniere maniere que nous avons opéré dans l'Exemple ci-deſſus, §. 150.

§. 154. Il ſuit de là que pour réduire le dernier Reſte de la Diviſion, afin de l'ajouter à la Preuve, il faut le diviſer par le nombre compoſé qui réſulte des Dénominateurs numériques par leſquels on a multiplié, & l'on aura des L. Sols & Deniers à ajouter à la Preuve.

Regle générale ſur le Reſte de la Diviſion pour ajouter à la Preuve.

Remarque. §. 155. Dans les deux premiers Exemples, quand on a multiplié chaque Reſte de Diviſion par le Dénominateur numérique, on a ſimplement ajouté les ſols à la 1ere. multiplication, & les den. à la 2e. parce qu'on réduiſoit en ſols & den.; mais dans le 3e. Exemple, quand on a multiplié par le Dénominateur numérique, 8, on n'a point ajouté les 18 ſ. 6 d. mais on les a multipliés eux-mêmes par 8, parce que la multiplication par 8 donnant des 8mes. on ne peut y joindre les ſols qui ſont des vingtiemes. Et de même la ſeconde multiplication faite par 24 donnant des 24mes. on ne peut peut pas mieux y ajouter les Sols qui ſont des 20mes. Ainſi, on les a multipliés par la méthode des parties aliquotes. C'eſt ici une remarque générale que le Lecteur pourra lui-même obſerver dans les Exemples ſuivans.

EXEMPLE IV.

§. 156. A L. 47 l'once de l'or, combien aura-t-on d'onces, deniers & grains pour . . L. 1580 „ 18 ſ. 9. d.

Quotient. 33 on. 15 d. 6 g.
pr. rép.

à L. 47 l'once.

231
132

Pr. 12 d. .	23	„	10 ſ.	„
Pr. 3 d. .	5	17	6	
Pr. 6 gr.	„	9	9	½
Pr. le reſte	„	1	5	½

Preuve. L. 1580 „ 18 ſ. 9 d.

Il faut raiſonnner ici comme pour le 3e. Exemple: Autant de fois L. 47 dans L. 1580, c'eſt autant d'onces. Il reſte L. 29 18 ſ. 9 d. qu'on a mulltiplié 24, & diviſé le produit qui par par le diviſeur, L. 47, ce a donné au Quotient 15 d. Il y a encore un Reſte de L. 13. 10, ou plutôt de 13 ½ 24mes de L. qu'on a multiplié par 24, & diviſé par le Diviſeur, ce qui a donné 6 gr. au Quotient. Vous voyez qu'on a multiplié les Reſ-

170
Reſte L. 29 18 ſ. 9. d.
24
116
58

Pr. 10 ſ. . .	12		
Pr. 5 ſ. . .	6		
Pr. 2 ſ. 6 d.	3		
Pr. 1 ſ. 3 d.	1	10	
	718	10	
	248		
Reſte L.	13	10	
	24		
	52		
	26		
	12		
	324		
Reſte L.	42	à diviſer	
par 24 × 24 = 576	20		
	840		
	264		
	12		
Quotient. L. — 1 ſ. 5 d. ½	3168		
pr. ajouter à la Preuve	288	= ½	
	576		

tes par les Dénominateurs numériques des deniers & des grains qui ſont 24 & 24, quiſqu'il y a 24 den. à l'Once & 24 grains au Denier.

Quant au dernier Reſte, 42 vingt-quatriemes de 24mes de L. on l'a diviſé par 576, car $\frac{1}{24}$ de $\frac{1}{24} = \frac{1}{576}$. Mais comme 42 ne peut être diviſé par 576 pour avoir des L., on l'a multiplié par 20, Dénominateur numérique des Sols qu'on cherche, & diviſant le produit par 576, on a trouvé 1 ſ. puis 5 d. par la diviſion du produit du reſte par 12, dénominateur numérique des deniers. Enfin il eſt reſté 288, dont on a fait une fraction ſelon la Regle du Ier. cas. Ainſi $\frac{42}{24 \times 24} = \frac{42}{576}$ de L. = 1 ſ. 5 d. $\frac{6}{12}$ qu'on a ajouté à la Preuve.

Exemple V.

§. 157. à L. 14 la ℔. Poids de 16 onces, combien de ℔. onces & deniers pour . . . . L. 387 „ 15 ſ.?

Quotient. ℔. 27 „ 11 on. 3 d. pr. rép.
à L. 14 la ℔.

108
27

Pr. 8 on. . 7
Pr. 2 on. . 1 15 ſ.
Pr. 1 on. . — 17 ſ. 6 d.
Pr. 3 d. . — 2 ſ. 2 $\frac{6}{24}$
Pr. le reſte. — — 3 $\frac{5}{24}$

Preuve. L. 387 „ 15 —

107
Reſte L. 9 15
16
144
Pr. 10 ſ. 8
Pr. 5 ſ. 4
156
16
Reſte 2. 16mes de L.
24
48
Dern. Reſte. 6 24mes. de 16mes. de L.
20
120
12
1440
288
$\frac{24}{72} = \frac{5}{24}$
384

Diviſeur $16 \times 24 = 384$.
L. — — ſ. 3 d. $\frac{3}{4}$
pr. ajouter à la Preuve.

En ſuivant toujours la Regle de ce ſecond cas, on a multiplié par 16, Dénominateur numerique des onces du Quotient; puis par 24, Dénominateur numérique des Deniers.

Quant au dernier Reſte, qui eſt $\frac{6}{16 \times 24} = \frac{6}{384}$ de L. on a diviſé par 384. Mais ne pouvant faire venir des L. dans le Quotient L., on l'a mul-

tiplié ce Reſte 6, par 20, pour avoir des Sols ; mais le produit étant encore inférieur au Diviſeur, 384 on l'a multiplié par 12, ce qui a donné au Quotient 3 d. avec 288 de reſte, dont on a fait une fraction de deniers, ſuivant la Regle du premier cas.

EXEMPLE VI.

§. 158. A Florins 63 la ℔. Poids de 18 on. combien de ℔. on. & den. pour . . Fl. 47 „ 6 ſ.

Quotient. ℔. — 13 on. 13 d. pr. réponſe.

à Fl. 63 la ℔.

Pr.	9 on.	31 „	6	—
Pr.	3 on.	10	6	—
Pr.	1 on.	3	6	—
Pr.	12 d.	1	9	—
Pr.	1 d.	—	1	9 d.
Pr.	le reſte	—	1	3
Preuve. Fl.		47 „	6	ſ. —

L'on voit que ne pouvant diviſer par 63, j'ai multiplié par 18, Dénominateur numérique des onces qui doivent venir au Quotient, &c. comme il a été expliqué.

18
376
479
855
225
36
24
144
72
864
234

Reſte 45 24mes. de 18mes. de Fl.
Diviſez ce reſte 45 par 432 = 24 × 18
12 Fl. — 1 ſ. 3 d.

540
108
12
1296
000

EXEMPLE

EXEMPLE VII.

§. 159. à L. 13 la ℔. Poids de 15 onces, combien de ℔. on. & den. pour . . L. 417 „ 17 ſ. 6 d.

Quotient. . . . . ℔. 32„2 on. 3 d. pr. rép.? 27

à L. 13 la ℔.

96
32

Pr. 10 on. ſuppoſées	8	13	4
Pr. 2 on.	1	14	8
Pr. 12 d. ſuppoſés .	—	8	8
Pr. 3 d.	—	2	2
Pr. le reſte	—	—	8

Preuve. . . . . L. 417 „ 17 ſ. 6 d.

Reſte L. 1 „ 17 ſ. 6 d.

15

Pr. 10 ſ. 7 $\frac{1}{2}$ = $\frac{4}{8}$
Pr. 5 ſ. 3 $\frac{3}{4}$ = $\frac{6}{8}$
Pr. 2 ſ. 6. 1 $\frac{7}{8}$

28 $\frac{1}{8}$

Reſte 2 $\frac{1}{8}$ 15mes de L.

24

51

Reſte 12 24mes. de 15mes. de L.

Diviſez ce Reſte 12
par 24 × 15 = 360 20

Il vient L. - - - ſ. 8 d. 240
12

2880
000

EXEMPLE VIII.

§. 160. à L. 384 de revenu par année, au bout de combien d'années, mois & jours aura-t-on L. 4873 „ 10 ſ. ?

Quotient. 12 ans 8 mois 8 jours pr. rép. 1033

à L. 384 l'année.

Reſte L. 265 „ 10 ſ.

12

4608

Pr. 6 mois 192

Pr. 2 mois 64

Pr. 6 jours 6 8 —

Pr. 2 jours 2 2 8 d.

Pr. le Reſte — 19 4 d.

Preuve. L. 4873 „ 10 ſ. —

3186

Reſte 114. 12mes de L.

30

3420

Reſte 348. 30mes. de 12mes. de L.

Diviſ. ce Reſte 348 par 360 = 30 × 12.

20

L. — 19 ſ. 4 d.

6960

3360

120

12

1440

000

EXEMPLE IX.

§. 161. à L. 14 le Louis d'or, combien de L. d'or pr. L. 5873 „ 12 ſ. 6 d. ?

27

Quotient. 419 L. d'or pr. rep. avec L. 7 „ 12 ſ. 133

à L. 14 le L. d'or [6 d. de monnoie. Reſte L. 7 „ 12 ſ. 6 d.

1676

419

Valeur . 7 12 6 d.

Preuve. L. 5873 „ 12 ſ. 6 d.

Je le repete, c'eſt le ſens de la Queſtion qui indique de quelle eſpece eſt le Quotient, & par conſéquent quelles ſont les parties qui doivent y être jointes. On voit, par ce dernier Exemple, qu'il y a des cas où il ne s'agit de produire au Quotient ni fraction arithmétique, ni parties vulgaires : Il faut chiffrer avec attention & avec intelligence, & non par une routine aveugle.

EXEMPLE X.

§. 162. à L. 66 le Karat des Diamans, combien aura-t-on de Karats & parties de Karat pour L. 1839 „ 12 ſ.

Quotient. 27 Karats $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ * $\frac{1}{16}$ $\frac{1}{32}$ $\frac{1}{64}$.

à L. 66 le Karat.

162
162

Pr. $\frac{1}{2}$ K.	33			
Pr. $\frac{1}{4}$ K.	16 „	10 ſ.		
Pr. $\frac{1}{16}$ K.	4	2	6 d.	
Pr. $\frac{1}{32}$ K.	2	1	3	
Pr. $\frac{1}{64}$ K.	1	—	7	$\frac{1}{2}$
Pr. le reſte	—	17	7	$\frac{1}{2}$

Preuve. L. 1839 „ 12 ſ. —

519

Reſte 57 „ 12 ſ.

2

115 „ 4 ſ. ou $\frac{1}{5}$

Reſte 49 $\frac{1}{5}$ demi-Livre

2

98 $\frac{2}{5}$

Reſte 32 $\frac{2}{5}$ quarts de L.

2

Reſte 64 $\frac{4}{5}$ 8mes. de L.

2

129 $\frac{3}{5}$

Reſte 63 $\frac{3}{5}$ 16mes. de L.

2

127 $\frac{1}{5}$

Reſte 61 $\frac{1}{5}$ 32mes. de L.

2

122 $\frac{2}{5}$

Reſte 56 $\frac{2}{5}$ 64mes. de L.

Diviſez ce Reſte 56 $\frac{2}{5}$

par 2×2×2×2×2×2 = 64 — 20

L. — 17 ſ. 7 d. $\frac{1}{2}$ — 1128

488

40

12

480

32 = $\frac{1}{2}$

64

Il faut ici ſe rappeller comment nous avons dit que ſe ſubdiviſe le Karat, (§. 56.) Après avoir eu au Quotient des Karats, j'ai multiplié le Reſte 1°. par 2, pour y produire $\frac{1}{2}$ Karat; 2°. le ſecond Reſte par 2, pour avoir $\frac{1}{4}$ de Karat; 3°. le 3e. Reſte par 2, pour avoir un $\frac{1}{8}$ de Karat, mais le produit étant inférieur au Diviſeur, il n'a pu donner au Quotient $\frac{1}{8}$ de Karat, & j'en ai rempli la place par une *. Ainſi j'ai multiplié, en 4e. lieu, ce produit par 2, pour produire au Quotient $\frac{1}{16}$ de K; le 5e. Reſte par 2, pour avoir $\frac{1}{32}$

de K ; & le 6e. Reſte encore par 2, pour avoir $\frac{1}{64}$ de K. Je me ſuis arrêté-là ; car ſi j'euſſe encore multiplié le 7e. Reſte par 2, j'aurois eu au Quotient $\frac{1}{128}$ de K, &c. Mais on ne compte guere au de-là de $\frac{1}{64}$.

J'ai enſuite réduit ce dernier Reſte en le diviſant par 64, nombre compoſé qui réſulte des ſix multiplicateurs égaux ; & par-là j'ai trouvé que la valeur du Reſte eſt 17 ſ. 7 d. $\frac{1}{2}$ que j'ai ajouté à la Preuve, pour retrouver exactement le Dividende.

Toute cette pratique, comme on voit, eſt exactement ſuivant la Regle du 2d. cas des Diviſions compoſées que nous traitons, de même que ſuivant la Regle générale pour le dernier Reſte.

EXEMPLE XI.

§. 163. Si 27 aunes de quelque Marchandiſe coûtent R. 593 „ 80 Cr. combien l'aune ?

Réponſe. R. 21 „ 89 Cr. l'aune.
Combien 27 aunes ?

147
42

Pr. 45 Cr.	13	45 Cr.
Pr. 30 Cr.	9	—
Pr. 10 Cr.	3	—
Pr. 3 Cr.	—	81
Pr. 1 Cr.	—	27
Pr. le reſte	—	17

Preuve. R. 593 „ 80 Cr.

53
Reſte R. 26 80 Cr.
90
2420 Cr.
260
Reſte R. 17 Cr.

Ici, en multipliant par 90, on ne fait qu'ajoute les 80 Cr. parce qu'ils ſont auſſi des parties de 90, ou 90mes.

EXEMPLE XII.

Si 35 aunes coutent 586 Marcs 10 ſols lubs de Hambourg, combien l'aune ?

Reponſe. M. 16 „ 12 ſ. 2 d. lubs.
35 aunes.

80
48

Pr. 8 ſ. . .	17	8 ſ.	—
Pr. 4 ſ.	8	12	—
Pr. 1 ſ. ſup.	*	*	—
Pr. 2 d.	—	5	10
Pr. le reſte	—	—	2

Preuve. M. 586 „ 10 —

236
26
16
156
26
10
426
76
6
12
72
Reſte 2 d. lubs.

Le Marc lubs, monnoie de Hambourg, y eſt ſubdiviſé en 16 ſols lubs, & le Sol lubs en 12 den. lubs.

Je

Je penſe que ces douze Exemples, avec les Remarques dont je les ai accompagnés, ſuffiront pour faire entendre parfaitement la Regle générale du ſecond cas ; je paſſe au troiſieme, qui concerne la Fraction dont le Diviſeur peut être accompagné, car juſqu'ici nous avons employé, pour Diviſeur, un nombre Entier pur.

§. 164. 3e. Cas.

Lorſque le Diviſeur eſt un nombre Mixte compoſé d'un nombre Entier & d'une Fraction.

Regle. Il faut, avant que de diviſer, faire évanouir la Fraction, pour réduire le Diviſeur à un nombre Entier pur ; pour cet effet, il faut le multiplier par le Dénominateur de la Fraction, obſervant de multiplier de même le Dividende.

Exemple I.

Soit 4394 à diviſer par $7\frac{1}{2}$.

Je multiplie d'abord le Diviſeur, $7\frac{1}{2}$, & le Dividende 4394 par 2. 2

J'ai pour nouveau Diviſeur, 15, & pr. nouveau Divid. 8788

128

Dont le Quotient eſt $585.\frac{13}{15}$ 88

Reſte. 13

Démonſtration. §. 165. La Démonſtration dépend du Principe poſé dans la Iere Partie, §. 104, & du §. 86 dans cette 2de. Partie.

1°. Suivant le Principe 104 de la 1ere Partie, le Quotient d'une Diviſion eſt toujours le même pourvu qu'on ait augmenté également le Diviſeur & le Dividende : Or la Regle, que nous donnons ici pour le 3e. cas des Diviſions compoſées, preſcrit de multiplier le Diviſeur & le Dividende, l'un & l'autre par le Dénominateur de la Fraction du Diviſeur.

Ils ſont donc également augmentés, ſuivant le §. 105 1ere Partie.

2°. Il faut prouver que, multipliant un nombre fractionnel par le Dénominateur de la Fraction, le produit eſt néceſſairement un nombre entier ; Et c'eſt ce qui eſt évident (§. 86.)

§. 166. Exemple II.

Soit $2739\frac{3}{4}$ à diviſer par $29\frac{1}{4}$.

Cas où le Diviſeur & le Dividende ont chacun une Fraction, mais de différente dénomination.

1°. Je réduis le Dividende & le Diviſeur chacun en ſa fraction; mais comme ils ne ſont pas, par-là, augmentés également, puiſqu'on ne les a pas multipliés, l'un & l'autre, par le même nombre, je multiplie enſuite réciproquement le produit de l'un par le Dénominateur de l'autre: Par-là je rétablis l'égalité; car ayant multiplié le Dividende par 6, & le Diviſeur par 4, je multiplie enſuite le produit du Diviſeur par 6, & le produit du Dividende par 4; de cette maniere, le Dividende ſe trouve multiplié par 4 fois 6, & le Diviſeur par 6 fois 4: Or 4 fois 6 ou 6 fois 4 ſont 24 fois: Ils ſont donc augmentés chacun 24 fois, & par conſéquent également.

2°. Je diviſe le dernier produit du Dividende par le dernier produit du Diviſeur, & j'ai le vrai Quotient des deux premiers nombres donnés.

OPÉRATION.

Diviſeur. $29\ \frac{3}{4}$ — 4 — 119 *quarts* — 6 — 714 *vingt-quatriemes*

Dividende. $2739\ \frac{5}{6}$ — 6 — 16439 *ſixiemes* — 4 — 65756 *24mes.* — 1496 — 68 — $= 3\frac{34}{357}$

Quotient. $92\ \frac{34}{357}$ / $29\ \frac{3}{4}$ — 828 — 184

Pr. les $\frac{34}{357}$ ſur 29. 714

Si 357 ſont 29 combien 34? — 29 — 306 — 68 — 986 — 272 — 357

Pr. $\frac{3}{4}$. $46\ \frac{17}{357} = \frac{34}{714}$

Pr. $\frac{1}{4}$. $23\ \frac{17}{714}$

Pr. $\frac{34}{357}$. $2\ \frac{272}{357} = \frac{544}{714}$

$2\ \frac{272}{357}$

Preuve. $2739\ \frac{5}{6}$ | $\frac{595}{714} = \frac{5}{6}$, en diviſant les deux termes par 119, leur plus grande commune-meſure.

§. 167. Si le Diviſeur & le Dividende ont chacun une Fraction de la même dénomination, une ſeule multiplication des deux termes par le Dénominateur ſuffira.

Cas où le Diviſeur & le Dividende ont chacun une fraction de la même dénomination.

EXEMPLE III.

Deviſeur. 39 $\frac{7}{8}$ — 8 — 319

Quotient. 189 $\frac{8}{319}$ — 39 $\frac{7}{8}$ — 1701 — 567

Pr. $\frac{4}{8}$. 94 $\frac{1}{2}$ = $\frac{4}{8}$

Pr. $\frac{2}{8}$. 47 $\frac{1}{4}$ = $\frac{2}{8}$

Pr. $\frac{1}{8}$. 23 $\frac{1}{8}$

Pr. $\frac{0}{319}$. 1

Preuve. 7537 $\frac{7}{8}$

Dividende. 7537 $\frac{7}{8}$ — 8 — 60299

Opération pr. les $\frac{8}{319}$ 2839

Si 319 font 39 $\frac{7}{8}$, combien 8 ? 2879

8 — 1 — 319 — 000

Dans ces trois premiers Exemples, n'ayant pas déterminé les nombres à ſignifier des quantités de Monnoies, Poids ou Meſures, on a obſervé la Regle du premier cas ſur le Reſte de la Diviſion, en en formant, dans chacun, une fraction pour le quotient : Dans les Exemples ſuivans, l'on pratiquera, pour le Reſte de la Diviſion, la Regle & les remarques du ſecond Cas.

§. 168. EXEMPLE IV.

Si 237 aunes $\frac{1}{3}$ coûtent Fl. . . 4879 „ 10 ſ. 6 d. combien revient l'aune ?

3 3

712 14639 7 6

399

12

Quotient. Fl. 20 „ 6 ſ. 8 d. l'aune. 4795

237 au. $\frac{1}{3}$

à Fl. 20 6 ſ. 8 d. l'aune. 523

12

4740 6282

pr. 6 ſ. . . 118 6 --

pr. 8 d. . 13 2 --

pr. $\frac{1}{3}$ d'aune 6 10 2 d. $\frac{2}{3}$ 586 tiers de d. de reſte.

le reſte . . 1 4 3 $\frac{1}{3}$

195 d. $\frac{1}{3}$

Fl. 4879 „ 10 ſ. 6 d. *Preuv.* 16 ſ. 3 d. $\frac{1}{3}$ ou Fl. 1 „ 4 ſ. 3 d. $\frac{1}{3}$

Vous voyez dans cet Exemple, comme dans les précédens, que multipliant le Diviſeur par le Dénominateur de la fraction, l'on change le Diviſeur en un nombre entier pur ; & qu'en multipliant le Dividende par le même Dénominateur, on l'augmente également, & que par conſéquent l'on a le vrai Quotient demandé.

Sur le dernier Reſte de la Diviſion, quand il y a une fraction au Diviſeur.

§. 169. Remarquez encore que le dernier Reſte eſt, non ſimplement des Deniers à réduire en Florins, en les diviſant par les deux Dénominateurs numériques, ſuivant la Regle §. 154, mais des tiers de deniers, parce que le Dividende a été multiplié par 3 ; qu'ainſi il faut diviſer auſſi le dernier Reſte par le Dénominateur de la fraction par lequel le Dividende a été multiplié comme le Diviſeur.

§. 170. EXEMPLE V.

Si 146 aun. $\frac{3}{4}$ coutent — L. 3879. 18 f. 4 d., comb. l'aune?

4 — 4

587 — 15519. 13. 4

Quotient. L. 26. 8 f. 9 d. l'aun. — 3779

146 aun. $\frac{3}{4}$ — 257

à L. 26. 8 f. 9 d. — 20

876 — 5153

292 — 457

pr. 5 f. 36. 10 -- — 12

pr. 2 f. 6 d. 18. 5 -- — 5488

pr. 1 f. 3 d. 9. 2. 6 d. — 205 quarts de deniers.

pr. $\frac{2}{4}$ . . . 13. 4. 4 $\frac{1}{2}$ — 51 d. $\frac{1}{4}$ ou 4 f. 3 d. $\frac{1}{4}$.

pr. $\frac{1}{4}$ . . . 6. 12. 2 $\frac{1}{4}$

Le Reſte -- 4. 3 $\frac{1}{4}$

L. 3879. 18 f. 4 d. *Preuve.*

§. 171. EXEMPLE VI.

Si 19 aun. $\frac{17}{24}$ coutent — L. 285. 15 f. 6 d. combien l'aune?

24 — 24

76 — 1140

38 — 570

17 — pr. 10 f. 12

473 — pr. 5 f. 6

Rép. L. 14. 10 f. -- l'aune. — pr. 6 d. -- 12 f.

19. aun. $\frac{17}{24}$ — 6858. 12 f. --

126 — 2128

14 — 236

pr. 10 f. 9. 10 -- — 20

pr. $\frac{12}{24}$ . . 7. 5 -- — 4732

pr. $\frac{4}{24}$ . . 2. 8. 4 d. — . . . 2

pr. $\frac{1}{24}$ -- 12. 1 — 12

Le Reſte -- -- 1 — Reſte 24 vingt-quatrieme de d.

L. 285. 15 f. 6 d. *Preuve.* — qui font 1 d.

Réduction des Fl. monnoye commune de Geneve en L. argent courant de la dite ville.

§. 172. Exemple VII.

Si Fl. $3\frac{1}{2}$ font à Geneve L. 1. combien faut-il de L,

2

7

pour Fl. 12578. 6 ſ. 9 d.

2

25157. 1 ſ. 6 d.

41

65

27

Reſte Fl. 6. 1 ſ. 6 d.

20

120

pr. 1 ſ. 6 d. 2. -- 6 d.

122 -- 6 d.

52

Reſte 3 -- 6 d.

12

42

0

Quotient. L. 3593. 17 ſ. 6 d. pour réponſe.

C'eſt ici une réduction de Florins ſols & deniers, Monnoye commune de Geneve en Livres, ſols & deniers, argent courant de la dite Ville. Il faut ſavoir que la Livre vaut à Geneve 20 ſols courans ou, 42 ſols communs, qui font Fl. 3. 6 ſ.

Ainſi le Florin de Geneve y vaut 12 ſols communs. Et le ſol commun vaut 12 d. communs, comme le ſol courant vaut 12 d. courans.

Remarques ſur les opérations à faire pour cette Réduction.

Quand donc on veut réduire une ſomme de Florins, ſols & deniers communs, en Livres, ſols & deniers argent courant, comme dans l'Exemple ci deſſus, il faut diviſer la ſomme des Florins par Fl. 3. 6 ſ. qui ſont Fl. $3\frac{1}{2}$, valeur de la L., ainſi autant de fois Fl. $3\frac{1}{2}$ ſont autant de Livres.

Pour la $\frac{1}{2}$ du Diviſeur, je ſuis la Régle de ce 3e. cas des Diviſions compoſées, en multipliant le Diviſeur & le Dividende, chacun par 2. La Diviſion par 7 donne ainſi le vrai Quotient, ſavoir, L. 3593. Mais il reſte Fl. 6. 1 ſ. 6 d. à multiplier par 20, ſelon la Régle du 2d. cas, pour avoir des ſols de Livres au Quotient. Or en multipliant les Fl. 6. par 20, je n'ajoute point les 1 ſ. 6 d. parce qu'ils ne ſont pas des parties ſemblables aux vingtiemes que je produis; Mais conſidérant que ce ſont des parties de Florin ou de 12 ſols, je dis que 1 ſ. 6 d. ſont $\frac{1\frac{1}{2}}{12} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$, §. 109. & qu'ainſi les Fl. 6. 1 ſ. 6 d. = Fl. $6\frac{1}{8}$.

Or pour multiplier $6\frac{1}{8}$ par 20, on multiplie d'abord 6 par 20, puis $\frac{1}{8}$ par 20, en prenant la 8me. de 20 conſidérés comme des ſols, ce qui donne

2 ſ. 6 d., & tout le produit eſt 122 ſ. 6 d., qui diviſé par 7 donne 17 ſ. courans au Quotient, avec 3 ſ. 6 d. de reſte. Et multipliant ces 3 ſ. par 12 d. en ajoutant les 6 d., & diviſant le produit par 7, je trouve 6 d. courans pour le Quotient.

§. 173. La Preuve de l'Exemple VII eſt une réduction de Livres, ſols & deniers argent courant de Geneve, en Florins, ſols & deniers monnoye commune de la même Ville, & elle ſe réduit à une multiplication compoſée comme l'on voit par l'opération ſuivante. Réduction des Livres monnoye courante de Geneve, en Florins, monnoye commune de la même ville.

Si L. 1. vaut à Geneve Fl. 3. 6 ſ., combien de Fl. pour L. 3593. 17 ſ. 6 d. ?

	Fl.	3.	6 ſ. „
		10779	
pr.	6 ſ.	1796.	6 —
pr.	10 ſ.	1.	9 —
pr.	5 ſ.	—	10. 6 d.
pr.	2 ſ. 6 d.	—	5. 3
On trouve la ſomme donnée de l'Exemple VII.	Fl.	12578.	6 ſ. 9 d.

Après avoir multiplié les L. 3593. par les Fl. 3. il a été queſtion d'opérer pour les parties vulgaires de l'un & de l'autre nombre ; & ſuivant la Régle §. 113. j'ai pris pour les 6 ſols, qui ſont $\frac{1}{2}$ Fl., la moitié ſur le Nombre ſupérieur & non ſur les parties qui l'accompagnent, parce qu'elles ne ſont pas de même genre que celles que je cherche au produit. Ces dernieres doivent être des parties de Fl., qui eſt diviſé en 12 ſols, au lieu que celles du Nombre ſupérieur ſont des parties de L. qui eſt diviſée en 20 ſols. Ainſi prenant la moitié ſur le nombre 3593, je trouve 1796, avec 1 de reſte, que je diviſe en 12 ſols, & dont la moitié eſt 6 ſ. que je poſe. Remarques.

Puis opérant pour les parties de Livre, qui ſont 17 ſ. 6 d., je prens, 1°. pr. 10 ſ., la moitié de Fl. 3. 6 ſ.; 2°. pour 5 ſ., la moitié du produit des 10 ſ., & pour 2 ſ. 6 d., la moitié du produit des 5 ſols.

J'ai donc pris les parties du Nombre ſupérieur ſur celles de l'inférieur qui ſont ſemblables à celles que doit avoir le produit; mais je n'ai point pris les parties du nombre inférieur ſur celles du ſupérieur, qui ne ſont pas ſemblables à celles que je devois produire.

SECOND EXEMPLE DE RÉDUCTION DE Fl. EN LIVRES.

§. 174. Si Fl. $3\frac{1}{2}$ font L. 1, combien de L. font Fl. 1657. 10 f. 10 d. $\frac{1}{2}$

2

7

Réponſe. L. 473. 13 f. 9 d.
Fl. 3. 6 f.

1419

pr. 6 f. 236. 6 f. »
pr. 10 f. 1. 9 f. »
pr. 2 f. 6 d. » 5 f. 3 d.
pr. 1 f. 3 d. » 2 f. 7 d. $\frac{1}{2}$
Preuve, Fl. 1657. 10 f. 10 d. $\frac{1}{2}$

2

3315. 9 f. 9 d.
51
25
Reſte. Fl. 4. 9 f. 9 d.
20

80
pr. 6 f. . . . 10
pr. 3 f. . . . 5
pr. 9 d. . . . 1. 3 d.

96. 3 d.
26
Reſte 5 f. 3 d.
12

63
0

On a ſuivi, dans la Régle & dans la Preuve, les remarques précédentes.

§. 175. 3e. EXEMPLE.

Si Fl. $3\frac{1}{2}$ font L. 1., combien de L. font Fl. 4137. 11 f. 9 d.?

2

7

Réponſe. L. 1182. 5 f. 7 d. $\frac{1}{7}$
Fl. 3. 6 f.

3546
591

pr. 6 f. » 10 f. 6 d.
pr. 5 f. » 1 $5 = \frac{6}{10}$
pr. 6 d. » » $2\frac{1}{10}$
pr. 1 d. » » $0\frac{3}{10}$
pr. $\frac{1}{7}$ de d.
Preuve. Fl. 4137. 11 f 9 d.

2

8275. 11 f. 6 d.
12
57
15
Reſte Fl. 1. 11 f. 6 d.
20

pr. 6 f. . . . 10
pr. 4 f. . . . 6. 8 d.
pr. 1 f. 6 d. 2. 6

39. 2 d.
4
12
50
1

7

§. 176. 4me. EXEMPLE.

Si Fl. 3 $\frac{1}{2}$ font L. 1., combien font argent courant Fl. 3. 3 f. 4 d. $\frac{1}{2}$

2

7

Reponſe. L. „ 18 f. 9 d. courans.
à Fl. 3. 6 f. la L.

pr. 10 f.	1. 9 f.	„
pr. 5 f.	„ 10 f.	6 d.
pr. 2 f. 6 d.	„ 5.	3
pr. 1 f. 3 d.	„ 2.	7 $\frac{1}{2}$
Preuve. Fl.	3. 3 f.	4 d. $\frac{1}{2}$

2

6. 6 f. 9 d.

20

120

pr. 6 f. . . . 10

pr. 9 d. . . . 1. 3 d.

131. 3 d.

61

5

12

63

0

§. 177. Je finis le 3e. cas de la Diviſion compoſée par cet Exemple du Poids des Diamans.

Si K. $37\frac{1}{2}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ coutent L. 1937. 10 ſ. comb. le Karat?

2 — 64

$75\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}$ — 7748

2 — 11622

$150\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}\ \frac{1}{16}$ — 32

2 — 124000

$301\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}\ \frac{1}{8}$ — .3250

2 — *Reſte* .835. 64mes. de L.

$603\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{4}$ — 20

2 — 16700

$1207\ \frac{1}{2}$ — *Reſte* 2210. 64mes. de ſols.

2 — 12

2415 — 26520

Rép. L. 51. 6 ſ. 10 d. le Karat. — *Reſte* 2370. 64mes. de d. à diviſer par 64

$37\ \frac{1}{2}$ K $\frac{1}{8}\ \frac{1}{16}\ \frac{1}{32}\ \frac{1}{64}$ — 450

357 — $\frac{2}{64} = \frac{1}{32}$ Il vient 3 d. $\frac{1}{32}$

153 — ou 3 ſ. 1 d. $\frac{1}{32}$

pr. $\frac{1}{2}$ K.	25.	13.	5 d.
pr. $\frac{1}{8}$ K.	6.	8.	$4\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$
pr. $\frac{1}{16}$ K.	3.	4.	$2\frac{1}{8} = \frac{4}{32}$
pr. $\frac{1}{32}$ K.	1.	12.	$1\frac{1}{16} = \frac{2}{32}$
pr. $\frac{1}{64}$ K.	„	16.	„ $\frac{17}{32}$
Le Reſte	„	3.	1 d. $\frac{1}{32}$
pr. 6 ſ.	11.	2	„
pr. 8 d.	1.	4.	8 d.
pr. 2 d.	„	6.	2 d.
Preuve L.	1937.	10 ſ.	„

NB. Suivant ce qu'on a dit §. 56, ſur le Poids des Diamans, ces fractions ſont, chacune, fractions de Karat, & l'on voit aiſément qu'en multipliant ſucceſſivement par 2, on les fait toutes évanouir, parce que $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$, que $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ &c. en progreſſion double. Et comme, pour les faire toutes évanouir, il a falu multiplier 6 fois par 2, ce qui forme le Nombre compoſé 64, puiſque $\underset{4}{2 \times 2} \times \underset{8}{2} \times \underset{16}{2} \times \underset{32}{2} \times \underset{64}{2}$; j'ai multiplié le Dividende par 64, ce qui revient au même que ſi je l'euſſe multiplié ſucceſſivement 6 fois par 2, Ire. Partie §. 150. Et voilà pourquoi le dernier Reſte de la Diviſion a été diviſé par 64, ce qui revient au même que de le diviſer ſucceſſivement 6 fois par 2, Ire. Partie §. 151.

§. 178. 4e. Cas.

Lorſque le Diviſeur eſt un Nombre Mixte compoſé d'Entiers & de leurs parties uſuelles, ſoit Monnoyes, Poids ou Meſures.

La Régle générale eſt de réduire le Diviſeur en ſa moindre eſpéce par la multiplication, afin d'avoir le Diviſeur tout entier dans un ſeul Nombre; obſervant de multiplier de même le Dividende, afin de l'augmenter également, & d'avoir ainſi le vrai Quotient, nonobſtant le changement fait aux Diviſeur & Dividende donnés, ſuivant la démonſtration pour le 3e. cas qui s'applique à celui-ci. Régle générale.

§. 179. Exemple I.

Combien de Louis-d'or
à L. 11. 5 ſ. pour faire un payement de . . . L. 4893. 17 ſ. 6 d.

20					20
225 ſ.					97877 ſ. 6 d.
					787
Quotient.	435 Louis-dor,	pr. réponſe, & 2 ſ. 6 d.			1127
à L.	11. 5 ſ.	de monnoye.		*Reſte*	. . 2 ſ. 6 d.

435
435
pr. 5 ſ. . . 108. 15 --

L. 4893. 15 ſ. --
Valeur . . . -- 2 ſ. 6 d.

Preuve. L. 4893. 17 ſ. 6 d.

NB. Il eſt aiſé de voir que les Louis d'or du Quotient ne ſe ſubdiviſant pas en un certain Nombre de parties, comme la Livre & les autres Monnoyes de compte, ou comme les Poids & les Meſures, il n'étoit pas queſtion ici de ſuivre la Régle du 2d. cas de la Diviſion compoſée; mais le Reſte ſe trouve être des ſols, puiſqu'on a réduit le Dividende en ſols comme le Diviſeur.

§. 180. EXEMPLE II.

Combien de Louis d'or
à L. 14. 2 ſ. 6 d. pour payer . . . . . L. 5393. 15 ſ. ?

	20		20
	282 ſ. 6 d.		107875 ſ.
	12		12
	3390 d.		1294500 d.
Quotient.	381 Louis d'or pr. rép. & L. 12. 2 ſ. 6 d.		27750
à L.	14. 2 ſ. 6 d.	de monnoye.	.6300
		Reſte	2910 d.
	1524		
	381	font	242 ſ. 6 d.
pr. 2 ſ. 6 d.	47. 12 ſ. 6.		
Valeur.	12. 2 6	ou L.	12. 2 ſ. 6 d.
L.	5393. 15 ſ. -- *Preuve.*		

NB. Le Diviſeur ayant des ſols & deniers, on la réduit, ainſi que le Dividende, en ſols, & ces ſols en deniers; ainſi le Reſte de la Diviſion eſt des deniers, que l'on réduit en ſols, & ces ſols en L., pour avoir la *valeur* ou *l'apoint* à donner en Monnoye pour completter la ſomme qui eſt à payer.

§. 181. EXEMPLE III.

Combien de Louis d'or
A Fl. 39. 4 ſ. 6 d. pour payer . . . . Fl. 10839. 6 ſ.

	12		12
	472 ſ. 6 d.		130074 ſ.
	12		12
	5670 d.		1560888 d.
			42688
Quotient.	275 Louis d'or pr. réponſe, & Fl. 11. 4 ſ. 6 d.		29988
à Fl.	39. 4 ſ. 6 d.	*Reſte*	1638 d.
	2475	font	136 ſ. 6 d.
	825		
pr. 3 ſ.	68. 9 --	ou Fl.	11. 4 ſ. 6 d.
pr. 1 ſ. 6 d.	34. 4. 6 d.		
Valeur	11. 4. 6		
Fl.	10839. 6 ſ. -- *Preuve.*		

NB. Tout ayant été réduit en Deniers, le Reſte de la Diviſion eſt des Deniers, qu'on a réduit en Sols, & ces Sols en Florins, pour ſavoir l'apoint à donner en Monnoye.

§. 182.

§. 182. Avant que de donner d'autres Exemples de ce 4e. & dernier cas de la Diviſion compoſée, expliquons deux manieres d'en abréger l'opération. 1re. Maniere d'abréger dans ce 4e. Cas.

I°. On réduit les parties vulgaires ou uſuelles du Diviſeur en une fraction arithmétique comme on l'a montré ci-deſſus [§. 110]. Et ſubſtituant cette fraction aux parties uſuelles du Diviſeur, il ſe trouve être un Nombre Entier & une Fraction comme dans le 3e. Cas, dont alors on n'a qu'à ſuivre la Régle.

Application au 1er. *Exemple*, §. 179, où étant queſtion de diviſer L. 4893. 17 ſ. 6 d. par L. 11. 5 ſ., je diviſe

par L. $11\frac{1}{4}$ cette ſomme de . . . L. 4893. 17 ſ. 6 d.

	4		4
	45		19575. 10 --
			157
Quotient.	435 L. d'or & 2 ſ. 6 d. de monnoye,		225
	comme ci-devant.		000

Vous voyez qu'ayant mis $\frac{1}{4}$ pour 5 ſ., je n'ai eu qu'à multiplier par 4 le Diviſeur & le Dividende, ſuivant la Régle du 3e. cas, & à prendre le quart du Reſte 10 ſ., ſelon la Régle §. 169. ce qui a donné les 2 ſ. 6 d. de monnoye.

Application au 2d. *Exemple*, §. 180. où il y a 2 ſ. 6 d. de L. au Diviſeur, qui font $\frac{1}{8}$ de L., car 2 ſ. 6 d. $= \frac{2\frac{1}{2}}{20} = \frac{5}{40} = \frac{1}{8}$.

Ainſi par L. $14\frac{1}{8}$ je diviſe . . . . L. 5393. 15 ſ.

	8		8
	113		43150
			.925
Quotient.	381 Louis d'or & L. 12. 2 ſ. 6 d.,		. 210
	comme ci-devant.	*Reſte*	. 97 huitiemes de L.
		font L.	12. 2 ſ. 6 d.

Application au 3e. *Exemple*, §. 181. où il y a Fl. 39. 4 ſ. 6 d. pour Diviſeur : Or 4 ſ. 6 d. de Florin font $4\frac{1}{2} = \frac{9}{24} = \frac{3}{8}$.

12

Ainſi par Fl. $39\frac{3}{8}$, je diviſe . . . Fl. 10839. 6 ſ. --

	8		8
	315		86716
			2371
Quotient.	275 Louis d'or & Fl. 11. 4 ſ. 6 d., comme ci-devant.		1666 *Reſte* .91 huitiemes de Fl.
		font Fl.	11. 4 ſ. 6 d.

2de. Maniere.

§. 183. II°. La ſeconde maniere d'abréger ce 4e. Cas, n'a lieu que lorſqu'il y a au Diviſeur plus d'une eſpéce de Subdiviſion; ainſi nous n'en pouvons faire l'application au 1er. Exemple §. 179., où il n'y a au Diviſeur que des ſols après les L.; mais elle convient au 2d. & au 3e. Exemple.

Dans le ſecond Exemple, on diviſe L. 5393. 15 ſ. par L. 14. 2 ſ. 6 d.

	2	2
Je commence d'abord par la moindre eſpéce du Diviſeur, par les 6 d. $= \frac{1}{2}$ ſol, ce qui fait que je le multiplie, & le Dividende, par le Dénominateur, 2. Par là, le	10787. 10 ſ.	28. 5 ſ. --
	4	4
	43150 --	113. -- --

Diviſeur eſt réduit de trois eſpéces à deux, car au lieu de L. 14. 2 ſ. 6 d. j'ai L. 28. 5 ſ. Mais comme il ne doit avoir qu'une ſeule eſpéce afin de pouvoir diviſer, je conſidere que 5 ſ. $= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ de L., ainſi je multiplie ces L. 28. 5 ſ. par le Dénominateur, 4, ce qui me donne enfin un Diviſeur en un ſeul nombre entier, ſavoir 113. J'ai ſoin de multiplier de même le Dividende. Ces multiplications faites, l'on voit qu'on n'eſt parvenu aux mêmes Nombres que par la 1re. Maniere. Ainſi cette ſeconde façon revient au même que la premiere : Si elle oblige à plus d'une multiplication, elles ſont d'autant plus faciles, & l'on s'épargne la peine & le temps de faire la réduction en fraction des parties uſuelles du Diviſeur; c'eſt une raiſon pour la préferer, au moins dans le cas où la fraction qu'on trouveroit auroit un grand dénominateur.

En voici l'application au 3e. Exemple, où il eſt queſtion de diviſer,

Fl. 10839.	6 ſ.	par	Fl. 39.	4 ſ.	6 d.
2			2		
21679	--		78.	9 ſ.	--
4			4		
86716			315		

Commençant par les 6 d. du Diviſeur qui valent $\frac{1}{2}$ ſol, je le multiplie, & le Dividende, par le Dénominateur, 2. Le Diviſeur étant devenu Fl. 78. 9 ſ.; & 9 ſ. étant les $\frac{1}{4}$ du Florin, je multiplie les deux produits par le Dénominateur, 4, & ces nouveaux produits ſont les mêmes qu'avoit donné la 1re. maniere d'abréger. On comprend que le Reſte de la diviſion devra être diviſé par le produit ou nombre compoſé qui réſulte des Multiplicateurs du Diviſeur, ce qui rétablira ce Reſte dans ſon eſpéce primitive.

§. 184. EXEMPLE IV.

Combien d'Ecus-neufs à Fl. 2. 25 Cr. d'Allemagne, pour . . . Fl. 3893. 50 Cr.?

60	60
145 Cr.	233630 Cr.
	.886
Quotient. 1611 Ecus-neufs pr. réponſe & 35 Cr. de monnoye.	163
	.180
	35 Cr. de reſte.

En abrégeant on aura $\frac{25}{60} = \frac{5}{12}$ de Fl. que l'on ſubſtitue aux 25 Cr., comme on voit dans l'opération ſuivante.

Fl. 2. $\frac{5}{12}$	Fl. 3893. 50 Cr.
12	12
29	46726 --
	177
Quotient. 1611 Ecus-neufs & 35 Cr.	.32
	36

Reſte . 7 douziemes de Fl. chaque 12me. vaut 5 Cr., c'eſt donc 35 Cr. de reſte.

On doit ſavoir que les Gouldes ou Fl. d'Allemagne dont il s'agit dans cet Exemple, ſont compoſé de 60 Cr.

EXEMPLE V.

Si M. 27. 7 onc. 21 d. Dorures ou Argenterie coutent L. 917. 13 ſ. 9 d.
Combien revient le Marc ?

8 8

223 onc. 7341. 10 --
24 24

892 29364
446 14682
21 12

5373 d. 176196
15006
4260
20

85200
31470
4605
12

55260

Quotient. L. 32. 15 ſ. 10 d. le Marc en réponſe.

Reſte 1530 à diviſer par $192 = 24 \times 8$. $\frac{1530}{192} = \frac{51}{32}$

Il vient 7 d. $\frac{51}{32}$ pour ajouter à la preuve.

L'on a réduit le Diviſeur en ſa moindre eſpéce ſelon la Régle générale de ce 4e. cas, l'on va préſentement le chiffrer ſuivant la 2de. maniere d'abréger, après avoir remarqué que, dans cet Exemple, il étoit queſtion d'avoir au Quotient des L., ſols & d., & qu'ainſi on y a ſuivi la Régle du ſecond cas pour produire ces ſols & ces deniers.

Quand au dernier Reſte, on l'a réduit en d. de monnoye, en le diviſant par le nombre compoſé qui réſulte de ceux par leſquels on a multiplié le Diviſeur & le Dividende, ce qui ſe rapporte à la Remarque, §. 169.

§. 185. Le Ve. Exemple abrégé ſelon la 2de Maniere. Le Ve. Exemple abrégé.

Si M. 27. 7 onc. 21 d. coutent L. 917. 13 ſ. 9 d. comb. le Marc?

| | | |

§. 186. EXEMPLE VI.

Si 27 onc. 21 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$ Or coutent L. 1367. 18 f. 9 d. comb. l'once?

24

108
54
21

669 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$

24

2676
1338
22

16078 gr. $\frac{1}{2}$

2

32157

Quotient. L. 49 -- 1 d. l'once.
27 onc. 21 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$

343
98

pr. 1 d.	-- 2 f. 3 d.	384 d. com.	
pr. 12 d.	24. 10. --	$\frac{1}{2}$	192
pr. 6 d.	12. 5 --	$\frac{1}{4}$	96
pr. 3 d.	6. 2. 6	$\frac{1}{8}$	48
pr. 18 gr.	1. 10. 7	$\frac{17}{32}$	204
pr. 3 gr.	-- 5. 1	$\frac{49}{192}$	98
pr. 1 gr. $\frac{1}{2}$	-- 2. 6	$\frac{241}{384}$	241
Le Reste	-- -- 7	$\frac{51}{128}$	273
			1152

$\frac{1152}{384}$ = 3d.

Preuve. L. 1367. 18 f. 9 d.

24

5468
2734
pr. 10 f. 12
pr. 5 f. 6
pr. 2 f. 6 d. 3
pr. 1 f 3 d. 1. $\frac{1}{2}$

32830 $\frac{1}{2}$

24

131320
65660

12

787932

2

1575864
289584
..171

20

3420

12

41040

Reste .8883 à diviser par le produit des Multiplicateurs du Diviseur, savoir, $\frac{819}{1152}$

$\frac{1152}{} = 24 \times 24 \times 2.$

Il vient 7 d. $\frac{819}{1152} = \frac{51}{128}$ pour ajouter à la Preuve.

Voilà l'opération ſelon la Régle générale du 4e. cas.
La voici ſelon la 2de. maniere d'abréger.

27 onc. 21 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$
2

55 onc. 19 d. 21 gr. [$=\frac{7}{8}$ de d.]
8

446 onc. 15. d. [$=\frac{5}{8}$ d. d'once.]
8

3573.
Quotient. L. 49 -- 1 d. comme ci-deſſus.

L. 1367. 18 ſ. 9 d.
2

2735. 17 ſ. 6 d.
8

21887
8

175096
32176
..19
20

380
12

4560
Reſte. .987 à diviſ. par $128=2\times8\times8$.
.91 Il vient $7\text{d.}\frac{91}{128}$ comme
128 ci-deſſus.

Voilà qui abrége conſidérablement. Si, ſelon la 1re. maniere d'abréger, on cherche la fraction à ſubſtituer dans le Diviſeur pour les 21 d. 22 gr. $\frac{1}{2}$, on aura $\underset{24}{21\text{ d. }22\text{ gr. }\frac{1}{2}} = \underset{48}{43\text{ d. }21\text{ gr.}} = \underset{48}{43\frac{7}{8}} = \frac{3\,51}{3\,84} = \frac{117}{128}$ d'once, & le Diviſeur ſera 27 onc. $\frac{117}{128}$, qui ſe trouvant dans l'ordre du 3e. cas, on n'aura qu'à le multiplier, & le Dividende, par 128, ce qui reviendra au même que les multiplications ſucceſſives que nous avons faites par 2, & deux fois par 8.

DIVISION COMPOSE'E.

§. 187. EXEMPLE. VII.

Si ℔. 17. 13 onc. 15 d. de Soye, Poids de 15 onces, coutent L. 197. 17 f. 6 d., comb. la ℔ ?

15

85
17
13

268 onc. 15 d.
24

1072
536
15

6447.

Quot. L. 11. -- 11 d. la ℔.

℔. 17. 13 onc. 15 d.

77
11

pr. 6 d. -- 8 f. 6 d.
pr. 4 d. -- 5. 8
pr. 1 d. -- 1. 5
pr. 5 onc. 3. 13. $7\frac{2}{3}$
pr. 5 onc. 3. 13. $7\frac{2}{3}$
pr. 3 onc. 2. 4. $2\frac{1}{5}$
pr. 15 d. -- 9. $2\frac{11}{24}$
Le Reste -- 1. $3\frac{1}{120}$

$\frac{1}{120}$ Dén. com.
80
80
24
55
1

Preuv. L. 197. 17 f. 6 d. $\frac{240}{120} = 2$ d.

15

985
197

pr. 10 f. 7. 10 f. --
pr. 5 f. 3. 15 --
pr. 2 f. 6 d. 1. 17. 6 d.

L. 2968. 2 f. 6 d.
24

11872
5936

pr. 2 f. 6 d. 3

L. 71235.
.6765
.318
20

6360
12

76320
11850

Reste. 5403
1803
..03

à diviser par $360 = 15 \times 24$.
Il vient 15 d. $\frac{1}{120}$
$360 = \frac{1}{120}$ ou 1 f. 3 d. $\frac{1}{120}$

Voilà

Voila l'opération par la Regle générale, & la voici en abrégeant comme à la précédente.

℔. 17 „ 13 on. 15 d. (= $\frac{5}{8}$ d'onc.)
8
143 „ 4 on. (= $\frac{4}{15}$ de ℔.)
15
715
1434
2149

Quotient. L. 11 „ -- f. 11 d. la ℔. comme ci-deſſus.

NB. Il peut ſouvent ſe rencontrer tel nombre d'onces & de d. qui abrégeront encore davantage.

L. 197 „ 17 f. 6 d.
8
1583
15
7915
1583
23745
2255
. 106
20
2120
12
25440
3950
Reſte 1801 à diviſ. par 120 = 601. 8×15. Il vient 15 d. . 1 $\frac{1}{120}$ comme deſſus.
120

§. 188. EXEMPLE VIII.

Si 17 ans 8 mois 24 jours donnent L. 23793 „ 15 f. combien l'année ?

12
212 mois 24 jours
30
6384 jours.

Quot. L. 1341 „ 15 f. -- d. l'année. 17 ans 8 mois 24 jours.

9387
1341

Pr.	6 m.	670 „	17 f.	6 d.
Pr.	2 m.	223	12	6
Pr.	20 j.	74	10	10
Pr.	4 j.	14	18	2
Pr.	10 f.	8	10	--
Pr.	5 f.	4	5	--
Le Reſte		--	1	--
		L. 23793 „	15 f.	-- *Preuve.*

12
L. 285525
30
L. 8565750
21817
26655
11190
4806
20
96120
32280
. 360
12
Reſte 4320 à diviſer par 360 = 720. 12×30. Il vient 12 d. 000 ou 1 ſol.

Voilà l'Opération ſelon la Regle générale, la voici abrégée.

17 ans 8 m. 24 j. ($= \frac{24}{30}$ ou $\frac{4}{5}$ de mois).
5

88 ans 8 m. ($= \frac{8}{12}$ ou $\frac{2}{3}$ d'année).
3

266

Quotient. L. 1341 „ 15 ſ. -- d. l'année comme ci-deſſus.

L. 23793 „ 15 ſ.
5

L. 118968 „ 15 ſ.
3

L. 356906 „ 5 ſ.
909
1110
466
200
20

4005
1345
15
12

Reſte. 180 à diviſer par 5 × 3 = 15.
30
0

Il vient 12 d. ou 1 ſol comme ci-deſſus.

Si l'on fait une fraction des 8 mois 24 jours on aura $\frac{8}{12}^{\frac{4}{5}} = \frac{44}{60} = \frac{11}{15}$, &, par conſéquent, le Diviſeur ſera 17 ans $\frac{11}{15}$ dans l'ordre du 3e. Cas.

§. 189. EXEMPLE IX.

Si 19 Karats 3 gr. $\frac{1}{8}$ de Diamans coutent L. 887 „ 10 ſ. combien revient le Karat ?

Il faut ſe rappeller ce qu'on a dit ci-deſſus §. 55 & §. 56 ; ainſi ces 3 gr. $\frac{1}{8}$ ne ſignifient pas 3 gr. & $\frac{1}{8}$ de grain, mais 3 gr. & $\frac{1}{8}$ de Karat, ou $\frac{3}{4}$ de K. & $\frac{1}{8}$ de K. or $\frac{1}{8}$ de K. vaut $\frac{1}{2}$ grain : on peut donc mettre 3 gr. $\frac{1}{2}$.

OPÉRATION.

Si 19 K. 3 gr. $\frac{1}{2}$ coûtent L. 887 „ 10 ſ., combien le Karat?

| | | |

avec briéveté & avec préciſion la maniere dont il faut procéder pour ſatisfaire à chaque Queſtion. Calculer c'eſt raiſonnner : il ne faut point l'oublier.

De la Regle de Trois en fractions & en nombres mixtes.

§. 190. La *Regle de Trois* ou *de Proportion* eſt la grande Regle, la *Regle d'or*, comme quelqu'un l'a nommée. Il eſt important de bien ſaiſir ce que j'en ai dit à la fin de la premiere Partie. Je finirai celle-ci en en donnant quelques Exemples en Fractions & en Nombres mixtes.

Elle conſiſte, comme on a vu, en deux points ; l'ordonnance des termes & l'opération. Nous avons expliqué, dans la 1ere. Partie, l'un & l'autre, on ne le répétera pas ici. On ajoutera ſeulement que, quant à l'opération, où il ne s'agit que d'une Multiplication & d'une Diviſion, elles doivent être faites ſelon les Regles données pour chacune, ſoit que les termes ſoient des nombres Entiers, Rompus ou Mixtes.

§. 191. Ier. EXEMPLE

de Regle de Trois dont chaque terme eſt une Fraction.

Si $\frac{3}{4}$ d'aune coutent $\frac{2}{3}$ de L. combien couteront $\frac{5}{6}$ d'aune ?

1°. Je multiplie le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, ſavoir $\frac{2}{3}$ par $\frac{5}{6}$, le produit eſt $\frac{10}{18} = \frac{5}{9}$, que 2°. je diviſe par le 1er. terme $\frac{3}{4}$.

Diviſeur. *Dividende.*

$\frac{3}{4} \times \frac{5}{9}$ *Quotient.* $\frac{20}{27}$ de L. pr. rép.

2d. Exemple, qui eſt en Nombres Entiers, & la Réponſe en parties uſuelles.

§. 192. Si l'on demande la valeur de ces $\frac{20}{27}$ de L. je fais encore cette Regle de Trois.

Si 27 vingt-ſeptiemes ſont 20 ſols, combien de ſols pour 20 vingt-ſeptiemes ?

Rép. 14 ſ 9 d. $\frac{7}{9} = \frac{20}{27}$ de L.

20

400
130
22
12

264
21

$= \frac{7}{9}$

27

Pour prouver cette Regle de Trois, réduiſons ces 14 ſ. 9 d. $\frac{7}{9}$ en Fraction. On a $\frac{14 \text{ ſ. } 9 \text{ d. } \frac{7}{9}}{20} = \frac{133 \text{ ſ. } 4 \text{ d.}}{180} = \frac{400}{540} = \frac{40}{54} = \frac{20}{27}$.

§ 193. Si $\frac{3}{4}$ d'aune coutent 13 ſ. 4 d. combien couteront $\frac{5}{6}$ d'aune ? 3e. Exemple.

3

Pr. $\frac{5}{6}$ . .	6	8	
Pr. $\frac{2}{6}$ . .	4	5	$\frac{1}{3}$
	11	1	$\frac{1}{3}$
	4		
	44	5	$\frac{1}{3}$
Réponſe.	14 ſ. 9 d.		$\frac{7}{9}$

NB. 1°. J'ai multiplié les 13 ſ. 4 d. par $\frac{5}{6}$ par la méthode des parties aliquotes : le produit eſt 11 ſ. 1 d. $\frac{1}{3}$ à diviſer par $\frac{3}{4}$, en multipliant par le Dénominateur, 4, & diviſant le produit par le Numérateur 3. Ainſi qu'on l'a enſeigné en ſon lieu.

§ 194. Si 13 ſ. 4 d. font $\frac{3}{4}$ d'aune, combien pour 14 ſ. 9 d. $\frac{7}{9}$? 4e. Exemple.

3

40

Rép. $\frac{33 \text{ ſ. } 4 \text{ d.}}{40} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6}$ d'aune.

Pr. $\frac{2}{4}$.	7 ſ.	4 d.	$\frac{8}{9}$
Pr. $\frac{1}{4}$.	3 ſ.	8 d.	$\frac{4}{9}$
	11 ſ.	1 d.	$\frac{1}{3}$

3

33 ſ. 4 d.

1°. J'ai multiplié les 14 ſ. 9 d. $\frac{7}{9}$ par $\frac{3}{4}$ par la méthode des parties aliquotes. 2°. Pour diviſer le produit, 11 ſ. 1 d. $\frac{1}{3}$, par 13 ſ. 4 d., j'ai d'abord multiplié le Diviſeur & le Dividende par 3, & j'ai eu 40 pour Diviſeur, & 33 ſ. 4 den. ou 33 $\frac{1}{3}$ pour Dividende, ce qui a formé la fraction $\frac{5}{6}$.

5e. Exemple. §. 195. Si 27 au. $\frac{3}{4}$ coutent L. 287 „ 17 ſ 6 d. combien 17 au. $\frac{2}{3}$?

4	212	3
111	574	53
3	287	4
333	574	212

Pr. 10 ſ. . . 106

Rép. L. 183 „ 5 ſ. 5 d. Pr. 5 ſ. . . 53

Pr. 2 ſ. 6 d. 26 „ 10 ſ.

61029 „ 10 ſ.
2772
1089
90
20
1810
145
12
1740

Reſte . 75 pour ajouter à la Preuve.

§. 196. NB. 1°. Avant que de multiplier le 2d & le 3e terme l'un par l'autre, j'ai fait évanouir les fractions pour faciliter l'opération. Pour cet effet j'ai 1°. multiplié le 1er & le 3e terme, chacun par le Dénominateur de ſa fraction, ce qui a donné deux produits ſans fraction, § 86. 2°. J'ai multiplié le produit du 1er terme par le Dénominateur de la fraction du 3e, & le produit du 3e terme par le Dénominateur de la fraction du premier : Par ce moyen, le 1er & le 3e terme ont été également augmentés, ce qui n'altere point la proportion (1ere Partie §. 174.) & ne change point la Raiſon, 1ere Partie § 164, voyez auſſi ci-deſſus §. 166. Ainſi le 3e terme eſt changé en 212, & le premier en 333. Je multiplie donc le 2d terme par 212, & je diviſe le produit par 333. 3°. Il faut remarquer que, ſuivant le *multiplicando* & le *dividendo* (1ere Partie §. 174) l'égale augmentation ou diminution ne peut avoir lieu que ſur deux des trois termes de la Regle de Trois, ſavoir ſur le 1er & le 3e terme, ou ſur le 1er & le 2d, mais non ſur le 2d & le 3e terme, ni ſur les trois termes en même tems, ſans altérer la proportion. Cette remarque eſt importante.

Remarques ſur le changement des termes dans la Regle de Trois.

§. 197. La Preuve de toute Regle de Trois peut ſe faire par une autre Regle de Trois en trois manieres : 1°. En prenant le ſecond terme pour le premier, le premier pour le ſecond, & le 4e terme, trouvé par l'opération, ſera le troiſieme ; l'opération fera trouver le 3e terme.

Preuves de la Regle de Trois.

2°. En prenant le 3e terme pour le premier, le 4e pour le ſecond, & le premier pour le 3e ; l'opération fera trouver le 2d terme.

3°. En prenant le 4e terme trouvé pour le 1er, le 3e terme pour le 2d, & le 2d terme pour le 3e ; l'opération fera trouver le premier terme.

Ainſi la 1ere Preuve du dernier Exemple ſera ;

Si L. 287 „ 17 ſ. 6 d. ſont 27 au. $\frac{3}{4}$, combien L. 183 „ 5 ſ. 5 d. $\frac{25}{111}$ ($= \frac{25}{111}$) ? *Réponſe* 17 au. $\frac{2}{3}$.

La 2de Preuve ſera ;

Si 17 aunes $\frac{2}{3}$ coutent L. 183 „ 5 ſ. 5 d. $\frac{25}{111}$, combien 27 aunes $\frac{3}{4}$?

Réponſe L. 287 „ 17 ſ. 6 d.

La 3e Preuve ſera ;

Si L. 183 „ 5 ſ. 5 d. $\frac{25}{111}$ ſont 17 au. $\frac{2}{3}$, combien L. 287 „ 17 ſ. 6 d.

Réponſe 27 aunes $\frac{3}{4}$.

6e. Exemple. §. 198. Si M. 27 „ 6 on. 20 d. coutent L. 865 „ 15 f. comb. M. 19 „ 7 on. 21 d. ?

8

222 on.
24

888
444
20

5348 d.

8

159 on.
24

636
318
21

3837 d.
865 „ 15

19185
23022
30696
1918 10
959 5

3321882 15
11308
6122
774
20

15495
4799
12

57588
Reste 4108

Rép. L. 621 „ 2 f. 10 d.

FIN DE LA SECONDE PARTIE.

LA PRATIQUE DE L'ARITHMÉTIQUE.

TROISIEME PARTIE.

Contenant un grand nombre de Queſtions tirées de la Pratique, pour ſervir d'application aux Régles & aux Principes contenus dans les deux Premiéres Parties.

§. I. DANS les deux Premiéres Parties, l'on a donné toutes les Régles & tous les Principes néceſſaires de l'*Arithmétique-Pratique*, avec des Exemples tirés de l'uſage le plus commun & de ce qu'il y a de plus ordinaire dans les Affaires, pour appliquer ces Régles & ces Principes, & les faire par là mieux comprendre. Mais ces Exemples ne ſuffiſent pas pour qu'on ſache chiffrer & réſoudre toutes les Queſtions qui ſe préſentent dans les Affaires du Commerce & de la Vie en général, parce qu'ils ne ſont que des Queſtions ſimples qui, chacune, peuvent être réſolues par une ſeule des Régles qu'il s'agiſſoit d'expliquer. Il eſt donc néceſſaire préſentement de paſſer à montrer la Pratique de l'Arithmétique dans toutes ſortes de Queſtions utiles plus compoſées qui, pour leur ſolution, demandent qu'on employe pluſieurs des

AVANT PROPOS.

Régles données, & même ſouvent toutes ces Régles.

Objet de la 3e Partie.

§. 2. Cette Pratique ou cet Uſage de l'Arithmétique, dans le but que je me ſuis propoſé, ſe diviſe en deux Chefs principaux, dont le premier renferme les Queſtions qui concernent toutes les Affaires à l'excluſion de celles du Commerce de Banque ou de Change que je rapporte au ſecond Chef. Le premier de ces Chefs fera la matière de cette troiſiéme Partie: J'ai déja traité le ſecond, avec toute l'étendue qu'il demande, dans un Ouvrage ſéparé qui a pour Titre, TRAITÉ DES CHANGES ET DES ARBITRAGES, lequel peut être regardé comme une ſuite à celui-ci.

DE LA REGLE DE TROIS.

Que la Régle de Trois ou de Proportion ſert à réſoudre la plûpart des Queſtions.

§. 3. LA RÉGLE DE TROIS ou de PROPORTION, eſt la grande Régle de l'Arithmétique, avec laquele on réſoud la plûpart des Queſtions. Cette Régle comprend en ſoi la Multiplication & la Diviſion, ſimples ou compoſées; & par conſéquent la Régle de Trois renferme, dans ſon opération, toutes les Régles & toutes les Remarques qu'on a données dans les deux premières Parties. On a expliqué & démontré cette Régle à la fin de la 1ere. Partie, où l'on en a donné des Exemples pour les Nombres Entiers, & à la fin de la 2de. Partie, on en a donné pour les cas où les termes ſont des fractions ou des nombres mixtes; Ainſi on ſupoſera ces Principes ſuffiſamment expliqués.

Que les Queſtions qui dépendent de la Régle de Trois ſe raportent à deux Claſſes.

§. 4. Les Queſtions qui ſe réſolvent par les Principes de la Proportion ſont de deux ſortes: Les unes ſe réſolvent par une ſeule Régle de Trois, & les autres demandent pluſieurs Régles de Trois, qu'on peut faire ſucceſſivement, ou en une ſeule Régle qui ſe nomme alors ou Régle de Proportion *compoſée*, ou *Régle conjointe*.

On traitera dans un Article ſéparé de ces Régles de Trois, ou plutôt Régles de Proportion compoſée & Conjointe; mais d'abord on s'attachera aux Queſtions qui ne demandent qu'une ſeule Régle de Trois, ou s'il s'en trouve qui ne puiſſe être réſolue que par pluſieurs Régles de Trois, on y procédera ſucceſſivement.

Commençons par des Queſtions ſimples & faciles qui ſervent à nous faciliter la poſition ou l'ordonnance des termes de la Régle de Trois. Nous avons vû dans la 1e. Partie §. 176, comment il faut procéder à l'opération de cette Régle, & dans les §. ſuivans, deux manières d'en ordonner les termes. Nous mettrons l'une ou l'autre en pratique, ſelon qu'elle s'adaptera le mieux à la Queſtion que nous aurons à réſoudre.

La première Queſtion eſt deſtinée à faire voir dans un ſeul Exemple les diverſes manières dont on peut abréger l'opération de la Régle de Trois.

QUES-

QUESTION PREMIERE.

§. 5. On compte ordinairement que L. 16. de Suiſſe ſont L. 24 de France, ſur ce pied on demande combien de Liv. de France ſont L. 3976. 16. ſ. de Suiſſe ?

Ordonnance ſelon la Régle §. 182. *de la première Partie.*

Si Liv. 16. de Suiſſe ſont L. 24. de France, combien L. 3976. 16. ſ. de Suiſſe ?

24

Rép. L. 5965. 4. ſ. de France. . . . 15904
7952.
. . . . . pour 16 ſ. . 19. 4.

95443. 4.
154 .
104
83
3
20

64
0

§. 6. Voilà l'opération dans toute ſon étendue ; Et voici les diverſes manières dont on peut l'abréger.

1. Si le 1er. & le 3me. terme peuvent être diminués également ſans fraction, je fais cette diminution égale : Ici, on peut les diviſer l'un & l'autre par 8, c'eſt-à dire, en prendre la 8e. partie pour, dans l'opération, ſubſtituer les nouveaux termes aux premiers ; J'aurai donc par ce moyen, 1e. manière d'abréger la Régle de Trois.

Si L. 2. . . . font L. 24. . . . . combien L. 497. 2. ſ.

24

J'ai fait l'opération ſur les termes réduits, ce qui abrége beaucoup ſans changer le réſultat, par le *Dividendo* §. 174. 1e. Partie. pour 2. ſ. . 2. 8.

1988
994

11930. 8.

Rép. comme ci-deſſus. L. 5965. 4. ſ.

2e. maniere d'abreger.

§. 7. II. Si c'eſt le 1er. & le 2d. terme qu'on puiſſe diminuer également ſans fraction ; Ainſi dans notre Exemple, on peut prendre la 8e. partie des deux premiers termes, & ſans altérer la Proportion, par le *Dividendo* §. 174. 1ere. Partie, l'on a ;

Si L. 2. de Suiſſe, font L. 3. de France, combien L. 3976. 16. de Suiſſe ?

3

L'opération étant faite ſur les termes réduits, l'on abrége très-conſidérablement. 11930. 8.

Rép. comme ci-devant. L. 5965. 4. ſ. France.

3e. maniére d'abréger.

§. 8. III. Mais ce même Exemple peut encore être plus abrégé : Pour cet effet conſidérez que le 2d. terme, 24; eſt égal au 1er. terme, 16, augmenté de ſa moitié. Puis donc que la Raiſon du 3e. terme au 4me. doit être égale à celle du 1er. terme au 2d. (autrement il n'y auroit pas proportion), il s'enſuit que l'on trouvera le 4e. terme demandé en ajoûtant au 3e. terme ſa moitié.

J'ajoute donc au 3e. terme, ... L. 3976. 16. ſ. de Suiſſe.
ſa moitié qui eſt . . . . . 1988. 8.

& j'ai également . . . . . L. 5965. 4. ſ. de France.

4e. maniére d'abréger.

§. 9. IV. Quand le 2d. terme eſt plus petit que le 1er., alors on peut abréger l'opération en ôtant du 3e. terme la même partie qu'il faut ôter du 1er. pour l'égaler au ſecond ; ou en prenant ſur le 3e. terme la même partie aliquote ou aliquante que le 2d. terme eſt du premier. Ainſi dans cet Exemple, qui eſt le contraire du précédent,

Si L. 24. de France font L. 16. de Suiſſe, combien L. 5965. 4. ſ. de France.

On voit que le 2d. terme, 16, eſt égal au 1er. 24, moins ſon tiers. J'ôte donc le tiers, . . . 1988. 8.

Il reſte L. 3976. 16. ſ. de Suiſſe.

Ou bien, le 2d. terme, 16, eſt les $\frac{2}{3}$ du 1er. terme, 24, je prens donc les $\frac{2}{3}$ de . . . L. 5965. 4. ſ. de France.

1988. 8.
1988. 8.

Et j'ai L. 3976. 16. ſ. de Suiſſe.

§. 10.

§. 10. V. Si le ſecond terme eſt multiple du premier, il ne faut que multiplier le 3e. terme pour avoir ſon même multiple. *Exemple* : 5e. manière d'abréger.

Si L. 3. de Genève font L. 6. de Livorne combien L. 475. 17. 6. d. de Genève.
Comme le 2^d. terme eſt double du 1er. je n'ai qu'à multiplier le 3e. terme par 2 pour avoir ſon même multiple, & par conſéquent la Réponſe. 2
L. 951. 15. de Livorne.

§. 11. VI. Si c'eſt le 3e. terme qui eſt multiple du premier, il ne faut que multiplier le 2^d. terme pour avoir ſon même multiple. *Exemple* : 6e. manière d'abréger.

Si 6 aunes coûtent L. 43, combien 18 aunes?
je multiplie par 3 le 2^d. terme, parce que le 3e. eſt triple du 1er.

Rép. . . . . L. 129.

§. 12. Ces deux derniers cas ſont tels que le 1er. & le ſecond terme, ou le 1er. & le 3e. terme, étant réduits aux moindres nombres, le 1er. terme ſe trouve être l'unité, qui ne diviſe pas; ainſi l'opération ſe réduit à multiplier le 3e. terme par la réduction du ſecond, ou le ſecond par la réduction du 3e. Ces deux dernières manières ſe réduiſent aux cas que l'un des termes ſoit l'unité.

Et il ſuit de là que ſi le 2^d. ou le 3e. terme ſe trouve réduit à l'unité, il ne ſera queſtion que de diviſer le 3e., ou le 2^d. terme, par le premier, comme dans ces exemples.

Si 2 Livres font 1 Aune, combien d'aunes pour . . L. 953 ?
Je diviſe ſimplement le 3e. terme par le 1er.

Réponſe. 476. aunes ½.

Si 3 aunes coûtent L. 129, combien 1. aune ?

Rép. L. 43.

Je diviſe ſimplement le 2^d. terme par le 1er.

La raiſon en eſt que le 2^d. ou le 3e. terme étant l'unité, ne donne lieu à aucune multiplication, puiſque l'unité ne multiplie pas.

§. 13. Voilà les diverſes manières d'abréger la Régle de Trois dans les cas où les termes en ſont ſuſceptibles. On y peut obſerver la confirmation de la 3e. remarque §. 196. 2de. Partie. Obſervations.

On comprend ſans doute, 1°. Que toutes ces manières d'abréger n'ont pas lieu à la fois dans chaque Régle de Trois, mais qu'il faut employer celle qui peut convenir à la Régle particulière qu'on a à faire.

2°. Qu'il y a bien des Régles de Trois dont les termes ſont tels qu'aucun de ces abrégés n'y peut convenir.

Au reſte il faut ici ſe rappeller ce que nous avons fait voir à la fin de la 2de. Partie ſur les Régles de Trois en Fractions & en Nombres mixtes.

QUESTION SECONDE.

§. 14. Suppoſons qu'une Etoffe coûte L. 14 l'aune, qu'une autre coûte L. 15., & que l'on demande combien il faut d'aunes de la 2de. en échange, ou pour le juſte équivalent de 420. aunes de la première?

Il eſt clair qu'il faudra moins d'aunes de l'étoffe à L. 15. que de celle à 14; qu'ainſi 420 aunes eſt l'antecedent d'une Raiſon auquel on cherche un Conſéquent qui doit lui être inferieur: Donc cette Raiſon ira en diminuant ou du plus au moins. Or puis que dans la Proportion il y a deux Raiſons égales, il faut que la 1ere. Raiſon, dont les deux termes ſont connus, aille auſſi en diminuant, & par conſéquent que des deux termes donnés, L. 15. & L. 14, le plus grand ſoit le 1er. & l'autre le ſecond. Voici donc l'ordonnance des termes ſelon la Régle §. 180. de la première Partie.

L. 15. L. 14 : : 420. aunes.

C'eſt-à-dire, *comme L. 15. ſont à L. 14, Ainſi 420 aunes ſont au nombre d'aunes que je cherche.* Pour le trouver, je multiplie ſelon la Régle (§. 176. première Partie) le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, ſavoir:

. 420
par 14

1680
420

Produit 5880

Et je diviſe ce produit par le 1er. terme, L. 15. — 138 — 30 — 0

J'ai pour réponſe 392. aunes.

Ou

Ou bien, en abrégeant, je prens la 5e. du 1er. & du 3e. terme, pour ſubſtituer leurs moindres termes dans l'opération, comme l'on voit ici :

L. 3. L. 14 : : 84. aunes.
14.

336.
84.

1176.

392. aunes comme ci-deſſus.

Ainſi, L. 15. L. 14 : : 420. aunes. 392. aunes.

Car 392. aunes × L. 15. = 420 aunes × L. 14. (§. 171. 1e. Partie.)

§. 15. Si l'on ordonne les trois termes donnés dans cette Queſtion ſelon la Régle §. 182. première Partie, on raiſonnera ainſi ; Régle de Trois indirecte exécutée ſelon la Régle que donnent la plûpart des Auteurs.

Si de l'Etoffe à L. 14, *il en faut* 420 *aunes, combien de celle à L.* 15 ?

Mais ſi l'on opéroit ſuivant la Régle ordinaire, l'on multiplieroit 420. aunes par L. 15. & l'on diviſeroit le produit par L. 14, ce qui donneroit en réponſe 450. aunes. Or ce réſultat eſt évidemment faux, puiſqu'il eſt clair qu'il faut moins d'aunes de l'Etoffe à L. 15. l'aune que de celle à L. 14. Quand donc, dans ce cas où la Régle de Trois eſt indirecte (*), on voudra la poſer de cette dernière manière, l'opération devra ſe faire en multipliant les deux premiers termes l'un par l'autre, & en diviſant le produit par le troiſième. C'eſt préciſément le contraire de l'opération que nous avons indiquée pour la Régle de Trois.

La première manière que nous avons donnée étant plus intelligible, c'eſt celle que nous pratiquerons toutes les fois que le cas y écherra. Il ne s'agit que de faire attention aux deux méthodes que nous avons établies pour l'ordonnance des termes, afin de ſe ſervir de celle qui s'adaptera le mieux à la Queſtion propoſée.

§. 16. Comme on va parcourir les Queſtions qui arrivent le plus ordinairement, on remarquera ici que l'uſage a voulu qu'on dit *Régle du Cent*, *Régle de Courtage*, *Régle de Troc*, *d'Eſcompte*, *d'Intérêt*, *de Compagnie*, &c. quoi que ce ne ſoit pas des Régles nouvelles de l'Arithmétique, puis que c'eſt toûjours *la Régle de Trois* appliquée à ces différens cas particuliers : Je me conformerai néanmoins à cet uſage qui au fond n'a point d'inconvénient dès qu'on a prévenu l'erreur par la remarque qu'on vient de faire. Remarque.

(*) Voyez la première Partie §. 184.

REGLE

REGLE DU CENT ET DU MILLIER.

QUESTION PREMIERE.

§. 17. COmbien payera-t-on pour ℔. 8357. de Marchandiſe à L. 17. 17. ſ. 6. d. le ℔. ou le Quintal de ℔. 100?

Cette Queſtion, de même que la plûpart de celles qui ſuivront, ſe réſolvent par la Régle de Trois poſée ſelon la Régle donnée dans la 1re. Partie §. 182. qui eſt la méthode ordinaire des Gens d'Affaires & des Négocians. Ainſi nous dirons;

Si ℔. 100. coûtent L. 17. 17. ſ. 6. d. combien ℔. 8357?
L. 17. 17. ſ. 6. d.

Rép. L. 1493. 16. ſ. 3. d.

58499.
8357.

pour 10. ſ. . 4178. 10.
pour 5. ſ. . 2089. 5.
pour 2. ſ. 6. d. 1044. 12. 6.

NB. Après avoir multiplié le 3e. terme par le ſecond, on a diviſé le produit par le 1er. terme, qui eſt 100, ſelon la méthode donnée dans la 1re. Partie §. 92.

1493 | 81. 7. 6. d.
20.
16 | 27.
12.
3 | 30. d. de reſte
ou 2. ſ. 6. d.

QUESTION SECONDE.

§. 18. On ſuppoſe que ℔. 8357. de Marchandiſe ont coûté L. 1493. 16. ſ. 3. d. & l'on demande ce que revient le ℔. ou le Quintal de ℔. 100?

NB. Comme c'eſt la Preuve de l'Exemple précédent on ajoutera au produit de la Multiplication les 2. ſ. 6. d. de reſte.

Si ℔. 8357. coûent L. 1493. 16. ſ. 3. d. combien ℔. 100?

100.

Rép. L. 17. 17. ſ. 6. d. — 149300.
pour 16. ſ. — 80.
pour 3. d. — 1. 5. ſ. —
pour le reſte — 2. ſ. 6.

149381. 7. ſ. 6.
65811.
7312.
20.

146247.
62677.
4178.
12.

50142.
0000.

QUESTION TROISIEME.

§. 19. Combien aura-t-on de ℔. peſant de Marchandiſe pour L. 1493. 16. ſ. 3. d. à raiſon de L. 17. 17. ſ. 6. d. le $\frac{o}{o}$?

Si L. 17. 17. ſ. 6. d. font ℔. 100, combien L. 1493. 16. ſ. 3. d.

2.

35. 15. ſ.
4.

143.

Rép. ℔. 8357.

100.

149300.
pour 10. ſ. . 50.
pour 5. ſ. . 25.
pour 1. ſ. 3. d. 6. 5.
pour le reſte . — 2. ſ. 6. d.

149381. 7. ſ. 6. d.
2.

298762. 15. ſ.
4.

1195051.
510.
815.
1001.
000.

NB. Comme c'eſt ici une 2de. Preuve de l'opération de la 1ere. Queſtion, on y a auſſi ajoûté le Reſte.

QUESTION QUATRIEME.

§. 20. A L. 17. 17. ſ. 6. d. le $\frac{c}{c}$. ou le Quintal, combien revient la ℔?

Si ℔. 100. coûtent L. 17. 17. ſ. 6. d. combien ℔. 1?

20.

Rép. 3. ſ. 6. d. la ℔. 3 | 57.
12.

6|90. d. de reſte ou 7. ſ. 6. d.

NB. Vous voyez que le 3e. terme étant l'unité, il n'a été queſtion que de diviſer le ſecond terme par 100; mais la diviſion ne peut donner de L. au quotient, parce que le Dividende eſt inférieur au Diviſeur: Ainſi on a réduit le Dividende en ſols pour pouvoir diviſer.

L'on trouve que la ℔. revient à 3. ſ. 6. d., avec 90 de reſte qui font $\frac{90}{100} = \frac{9}{10}$. de d.; ainſi c'eſt 3. ſ. 6. d. $\frac{9}{10}$. la ℔., ou preſque 3. ſ. 7. d.

Obſervation. §. 21. Si nous ſupoſons que les L. 17. 17. ſ. 6. d. ſont argent courant de Genève, & que l'on demande combien la ℔. revient en ſols communs de Genève, il ſera plus commode de réduire auparavant les L. 17. 17. ſ. 6. en ſols communs de Genève, en multipliant par 42, car la Livre vaut fl. 3. 6. ſ. ou 42. ſ. communs de Genève.

L. 17. 17. ſ. 6. d.
par 42. ſ. communs.

34
68
pour 10. ſ. . 21
pour 5. ſ. . 10. 6. d.
pour 2. ſ. 6. d. 5. 3.

On trouve . . 750. ſ. 9. d.

Puis dites

Si ℔. 100. coûtent 7 | 50. ſ. 9. d. combien ℔. 1?
12

6|09 de reſte qui font $\frac{9}{100}$ de d. par ℔?

Rép. 7. ſ. 6. d. communs.

QUESTION CINQUIEME.

§. 22. Lorſque la ℔. de quelque Marchandiſe coute 3. ſ. 6. d. $\frac{9}{10}$. argent courant, combien le Quintal?

Si

Si ℔. 1. coûte 3. ſ. 6. ½ d. $\frac{9}{100}$. combien ℔. 100?

NB. Comme le 1er. terme eſt l'unité, il n'y a point de diviſion à faire, il ſuffit de multiplier le 3e. terme par le ſecond, ce qui ſe faiſant par les parties aliquotes de la L. le produit eſt des L.

pour 2. ſ. . . L. 10.
pour 1. ſ. . . . 5.
pour 6. ſ. . . . 2. 10.
pour $\frac{6}{100}$ de d. . . . 5.
pour $\frac{3}{100}$ de d. . . . . 2. 6.

L. 17. 17. 6. d.

QUESTION SIXIEME.

§. 23. A 7. ſ. 6. d. $\frac{9}{100}$ communs la ℔, combien de Livres argent courant le Quintal?

1°. Si 1. ℔. coûte 7. ſ. 6. d. $\frac{9}{100}$ communs, combien ℔. 100?

100

700 ſ.
pour 6. d. . 50
pour $\frac{9}{100}$ d. . — 9. d.

750 ſ. 9. d. communs à diviſer 2°. par 42

330 pour avoir L. 17. 17. ſ. 6 d. argent courant.
36 ſ. 9. d.
20

720
pour 6 d. . 10
pour 3 d. . . 5

735
315
21
12

252
00

NB. Pour avoir le produit de $\frac{9}{100}$ de d., on raiſonne ainſi;

Si $\frac{100}{100}$ donnent 100 d.° combien $\frac{9}{100}$?

9

Rép. 9. d. . 9|00

J'ai multiplié le 2d. terme par 9, 3e. terme, & diviſé le produit par 100, 1er. terme.

QUESTION SEPTIEME.

§. 24. Combien coûtent 3575 Plumes à écrire à L. 19. 17. ſ. 6. d. le $\frac{9}{00}$, c'eſt-à-dire, le Millier?

Si 1000 Plumes coûtent L. 19. 17. ſ. 6. d. combien 3575 Plumes?

Rép. L. 71. 1. ſ. — d. $\frac{3}{4}$.

NB. J'ai diviſé par 1000, en retranchant les trois derniers Chiffres à droite, pour avoir le Quotient à la gauche, & multipliant les Chiffres retranchés par 20, pour diviſer encore le produit par 1000, & avoir des ſols.

L. 19. 17. ſ. 6. d.

32175
3575

pour 10. ſ. . 1787. 10.
pour 5. ſ. . 893. 15.
pour 2. ſ. 6. d. 446. 17. 6. d.

71 | 053. 2. 6. d.
20
1 | 062
12
750
1000 = $\frac{75}{100}$ = $\frac{3}{4}$

QUESTION HUITIEME.

§. 25. Lorſque 3575 Plumes à écrire coûtent L. 71. 1. ſ. — d. $\frac{3}{4}$, à combien revient le millier?

Si 3575 Plumes coûtent L. 71. 1. ſ. — d. $\frac{3}{4}$, combien 1000 Plumes?

Rép. L. 19. 17. ſ. 6. d. le $\frac{0}{00}$?

1000
71000
pour 1. ſ. . . . 50
pour 3. d. ſupoſés. XX. XØ. —
pour $\frac{3}{4}$. de d. . . 3. 2. 6. d.

71053. 2. 6. d.
35303
3128
20

62562
26812
1787
12

21450
0000

QUES-

QUESTION NEUVIEME.

§. 26. Combien de Plumes aura-t-on pour L. 71. 1. ſ. — d. $\frac{3}{4}$. à raiſon de L. 19. 17. ſ. 6. d. pour 1000. Plumes ?

Si L. 19. 17. ſ. 6. d. donnent 1000 Plumes, combien L. 71. 1. ſ. — d. $\frac{3}{4}$.

2	2
39. 15. —	142. 2. ſ. 1. d. $\frac{1}{2}$.
4	4
159	568. 8. ſ. 6. d.
	1000
	568000
	pour 8. ſ. . . . 400
	pour 6. d. . . 25
	568425
	914
	1192
	795
	000

Rép. 3575 Plumes.

QUESTION DIXIEME.

§. 27. A L. 19. 17. ſ. 6. d. le $\frac{0}{00}$ combien le $\frac{0}{0}$?

Si 1000 coûtent L. 1|9. 17. ſ. 6. d. combien 100?

Rép. L. 1.19. ſ. 9. d. le $\frac{0}{0}$.

1	9. 17. ſ. 6. d.
	20
19	7
	12
	9|0

Ayant diviſé le 1er. & le 3e. terme par 100 en retranchant deux zéro, & le 3e. terme ſe trouvant réduit à l'unité, il n'y a eu qu'à diviſer le ſecond par 10, reduction du 1er. terme; & la diviſion par 10 s'eſt faite comme il a été enſeigné dans la 1ere. Partie §. 93.

QUESTION ONZIEME.

§. 28. A L. 1. 19. ſ. 9. d. le $\frac{0}{0}$ combien le millier?
Si 100 coûtent L. 1. 19. ſ. 9. d. combien 1000?

10

Rép. . . 19. 17. ſ. 6. d. le $\frac{0}{00}$.

Ayant diviſé le 1er. & le 3e. terme par 100, en retranchant deux zéro, le premier terme a été réduit à l'unité, ainſi il n'a été queſtion que de multiplier le 2^d. terme par 10, réduction du 3e. terme.

QUESTION DOUZIEME.

§. 29. A L. 19. 17. ſ. 6. d. argent courant de Genève le $\frac{8}{100}$. des Plumes, combien revient chaque Plume en monnoye commune de ladite ville?

1°. Je reduis les Liv. 19. 17. ſ. 6. d. en ſols communs, en les multipliant par . . 42 qu'il y en a à une livre.

38
76
pour 10. ſ. . 21
pour 5. ſ. . 10. ſ. 6. d.
pour 2. ſ. 6. d. . 5. ſ. 3. d.

2°. Si 1000 coûtent . . . | 834. ſ. 9. d. combien 1?
12
10|017

Rép. 10 d. $\frac{17}{1000}$. la Plume.

REGLE DE LA TARE.

En quoi conſiſte la *Tare*, ce que c'eſt Poips *brut*, & Poids *net*.

§. 30. IL y a des Marchandiſes qu'on ne peut peſer commodément qu'avec les Tonneaux, Caiſſes, Vaſes, Sacs, ou autres choſes dans leſquelles elles ſont contenues: C'eſt ce qu'on appelle le *Poids brut*, dont il faut rabattre la *Tare*, c'eſt-à-dire, le poids de ce dans quoi la Marchandiſe eſt contenue, & le reſte eſt le *Poids net*.

Uſage à cet égard.

Et comme il n'eſt pas toûjours facile de peſer ſéparement les Tonneaux, Vaſes, ou envelopes de la Marchandiſe, le Vendeur & l'Acheteur conviennent entr'eux de rabattre tant pour cent, comme ℔. 6. ou ℔. 8. par Quintal, plus ou moins, pour la Tare: C'eſt là l'uſage, qui régle auſſi le tant pour 100 de tare que l'on déduit ſelon chaque ſorte de Marchandiſe.

Ce Calcul peut ſe faire de deux manières différentes que l'on expliquera ſur l'Exemple ſuivant.

QUESTION PREMIERE.

§. 31. On demande le poids *net* d'une Marchandiſe peſant *brut* ℔. 3878, en rabattant 8 pour $\frac{8}{100}$. pour la Tare?

1ere.

1ere. Manière, où l'on entend que ſur ℔. 100 brut, il y a ℔. 8. de Tare, & par conſéquent ℔. 92 net.

Si ℔. 100 donnent ℔. 8 de Tare, combien ℔. 3878?

8

Rép. ℔. 310. de Tare, & l'on néglige le reſte, à moins qu'il ne faſſe au delà de ½ ℔. auquel cas on met ℔. 1. de Tare de plus. 310|24

Ainſi de ℔. 3878 brut
Otez 310 de Tare

Reſte ℔. 3568 net.

2de. Manière, où l'on entend que ſur ℔. 108 brut, il y a ℔. 8. de Tare, & par conſéquent ℔. 100 net.

Si ℔. 108 donnent ℔. 8 de Tare combien ℔. 3878?

8

Rép. ℔. 287 de Tare, négligeant auſſi le reſte s'il ne va à demi ℔. ou au delà. 31024
942
784
28

Ainſi de ℔. 3878 brut
Otez 287 de Tare

Reſte ℔. 3591 net.

Par cette ſeconde manière, on ajoute toujours le tant p℔. de tare avec ℔. 100; ainſi à 6 p℔, on dira que ℔. 106 brut donnent ℔. 6 de Tare, &c.

§. 32. Il ne faut point faire choix de l'une de ces deux manières, à l'excluſion de l'autre, pour chiffrer la Tare, parce qu'il faut ſe conformer, là-deſſus, à l'uſage qu'on trouvera établi en chaque lieu entre les Marchands. Pour nous, dans nos Queſtions, nous calculerons la Tare ſelon la 1re. manière. Avis.

QUESTION SECONDE.

§. 33. Combien payera-t-on pour ℔. 2150 brut de Marchandiſe à L. 27. 15. ſ. le ℔ net, en rabattant 8 pour ℔ pour la Tare?

1°. Cherchons la Tare.

Si ℔. 100 brut donnent ℔. 8 de Tare, combien ℔. 2150 brut?

8

Rép. ℔. 172. de Tare. 172|00

2°. De

2°. De ℔. 2150 brut
Otons 172 de Tare

Reſte ℔. 1978 net.

3°. Si ℔. 100 net coûtent L. 27. 15. ſ. combien ℔. 1978 net?

Rép. L. 548. 17. ſ. 10. d.

L. 27. 15. ſ.
13846
3956
p^r. 10. ſ. . 989
p^r. 5. ſ. . 494. 10.
548 | 89. 10.
20
17 | 90
12
10 | 80 d. de reſte
ou 6. ſ. 8. d.

NB. Le reſte fait $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ de d.

QUESTION TROISIEME.

§. 34. On a payé L. 548. 17. ſ. 10. d. $\frac{4}{5}$. pour une certaine quantité de ℔. de Marchandiſe à raiſon de L. 27. 15. ſ. le $\frac{0}{0}$. net, en rabattant 8 pour $\frac{0}{0}$. pour la Tare, c'eſt-à-dire, ℔. 8. de Tare ſur ℔. 100 brut; on demande quel étoit le poids brut de cette Marchandiſe?

1°. Si L. 27. 15. ſ. font ℔. 100 net, combien ℔. 548. 17. ſ. 10. d. $\frac{4}{5}$.

4
111

4
2195. 11. ſ. 7. d. $\frac{1}{5}$.
100
219500
p^r. 10. ſ. . 50
p^r. 1. ſ. . 5
p^r. 6. d. : 2. 10.
p^r. 1. d. $\frac{1}{5}$. . — 10.
219558 —
1085
865
888
000

1re. *Rép.* ℔. 1978. net.

NB. Quoique dans la Pratique, on ne compte pas la fraction de d^r. je la calcule ici pour la juſteſſe de l'opération, qui ſert de preuve à la précédente. Et d'ailleurs ceux qui aprennent ne ſauroient trop s'exercer aux fractions.

2°. Si

2°. Si ℔. 92 net font ℔. 100 brut, combien ℔. 1978. net

100

Rép. à la Queſtion. ℔. 2150 brut.

197800
138
460
000

QUESTION QUATRIEME.

§. 35. A combien pour $\frac{0}{0}$. net revient ℔. 2150 brut de Marchandiſe qui a coûté L. 548. 17. ſ. 10. d. $\frac{4}{5}$, en rabattant 8 pour $\frac{0}{0}$. pour la Tare ?

1°. Si ℔. 100 brut font ℔. 92 net, combien ℔. 2150 brut ?

92

1re. *Rép.* ℔. 1978. net

4300
19350

1978|00

2°. Si ℔. 1978 net coûtent L. 548. 17. ſ. 10. d. $\frac{4}{5}$. combien ℔. 100 net ?

100

54800

Rép. à la Queſtion. L. 27. 15. ſ. le $\frac{0}{0}$ net.

p^r. 16. ſ.	.	80
p^r. 1. ſ.	.	5
p^r. 6. d.	.	2. 10.
p^r. 4. d.	.	1. 13. 4. d.
p^r. $\frac{4}{5}$. de	.	6. 8.

54889. 10.
15329
1483
20

29670
9890
0000

QUESTIONS Sur la manière dont les Epiciers & Droguiſtes achètent l'Huile à Genève.

§. 36. Ire. QUESTION. Combien coûtent ℔. 300 net d'Huile de noix, à fl. 3. 6. ſ. le Quarteron de 8 Picholettes, en comptant 27 ¼ Quarterons pour ℔. 100?

1°. Si 100 ℔. font 27 ¼ Quarterons, combien ℔. 300?

300
8100
75
81|75
8
6|00

1re. *Rép.* 81 Quarterons 6 picholettes.

2°. Si 1 Quarteron vaut fl. 3. 6. ſ. combien 81 Quart. 6 picholettes?

fl. 3. 6.
243
pour 6. ſ. . 40. 6.
pour 4. pich. . 1. 9.
pour 2. pich. . 10. 6. d.
Réponſe à la Queſtion. . . fl. 286. 1. 6. d.

§. 37. IIde. QUESTION. Combien payera-t-on pour ℔. 1135 Huile d'Olives à ▽. 37 ½. ou L. 112. 10. ſ. la Charge de ℔. 300. Poids de Lion, que l'on compte pour ℔. 230 Poids de Genève, en ſupoſant que les ℔. 1135 ſont Poids de Genève?

Si ℔. 230. coûtent L. 112. 10. ſ. combien ℔. 1135?

112. 10. ſ.
2270
1135
1135
pour 10. ſ. . 567. 10. ſ.
127687. 10. ſ.
1268
1187
37
20
750
60
12
720
30

Rép. L. 555. 3. ſ. 3. d.

RE-

REGLE DE PROVISION ET DE COURTAGE.

§. 38. LE terme de *Provision* signifie ici le Droit que prend un Commissionnaire sur la somme à quoi montent les Affaires qu'il a faites pour son Commettant; lequel Droit se nomme aussi *Commission*. C'est, comme on voit, une espèce de salaire ou de bénéfice qu'on aloue, avec justice, à celui qui a géré & exécuté fidélement les Affaires qu'on lui a confiées. Ce que c'est que la *Provision* ou *Commission*.

Le Prix du *Droit de Commission* varie suivant la nature des Affaires. L'usage l'a fixé, dans certains cas, à $\frac{1}{3}$ ou $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$; & dans d'autres à 2 ou 3 p $\frac{0}{0}$. Cela dépend aussi des conditions particulières qui se font entre le Commettant & le Commissionnaire.

§. 39. Le *Courtage* est le *Droit des Agens de Change*, c'est-à-dire, de ces Personnes publiques & assermentées, qui servent d'Entremetteurs entre les Négocians pour clore & arrêter les Parties de Lettres de Change qui se négocient. Ce droit est fixé différemment en chaque Place: Il y en a où il est de $\frac{1}{8}$ p $\frac{0}{0}$, en d'autres de $\frac{1}{3}$ p $\frac{0}{00}$, &c. Ce que c'est que le *Courtage*.

Le *Courtage* est aussi le Droit qui est dû aux Courtiers en Marchandises, qui servent aussi à conclure la Pache entre le Vendeur & l'Acheteur.

Voici la manière de calculer ces différens Droits.

QUESTION PREMIERE.

§. 40. Combien revient-il à un Commissionnaire pour sa Provision sur L. 17359. 17. s. 6. d. à $2\frac{1}{2}$. pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent L. $2\frac{1}{2}$, combien L. 17359. 17. s. 6. d^r?

Rép. L. 433. 19. s. 11. d^r $\frac{1}{4}$.

NB. Dans la pratique on compteroit L. 434.

$$
\begin{array}{rl}
 & 2\frac{1}{2}. \\
\hline
 & 34719.\ 15.\ s.\ — \\
\text{pour } \frac{1}{2}\ . & 8679.\ 18.\quad 9.\ d. \\
\hline
433 & 99.\ 13.\quad 9.\ d. \\
 & 20 \\
\hline
19 & 93 \\
 & 12 \\
\hline
11 & \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \text{ de d.}
\end{array}
$$

QUESTION SECONDE.

§. 41. A combien revient le Droit de Commiſſion ſur L. 185395. 15. ſ. à $1\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent L. $1\frac{1}{2}$, combien L. 185395. 15. ſ. ?

Rép. L. 2780. 18. ſ. 8. d.

92697. 17. ſ. 6. d.

2780 | 93. 12. 1. 6. d.

20

18 | 72

12

8 | 70 d. de reſte.

QUESTION TROISIEME.

§. 42. A combien revient le Droit de Commiſſion ſur L. 15379. 10. ſ. à 1 pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent L. 1, combien L. 153 | 79. 10. ſ. ?

20

Rép. L. 153. 15. ſ. 10. d.

15 | 90

12

10 | 80 d. de reſte.

QUESTION QUATRIEME.

§. 43. A combien monte la Proviſion ſur L. 23887. 10. ſ. à $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent $\frac{1}{2}$ L. combien L. 23887. 10. ſ.

Rép. L. 119. 8. ſ. 9. d.

119 | 43. 15.

20

8 | 75

12

9 | 00

* Ce que l'uſage a nommé *Régle du Cent*, n'eſt que des applications à ces différens cas particuliers.

QUES-

QUESTION CINQUIEME.

§. 44. Combien revient-il à un Agent de Change pour ſon Droit à $\frac{1}{3}$ pour $\frac{0}{00}$ ſur L. 135987. 10. ſ.?

Si L. 1000 donnent $\frac{1}{3}$ de L. combien L. 135987. 10. ſ.?

Rép. L. 45. 6. ſ. 7. d.

45 | 3329. 3. ſ. 4. d.
20
0 | 583
12
7 | 000

QUESTION SIXIEME.

§. 45. On demande quelle eſt la ſomme dont la Proviſion à $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ monte L. 119. 8. ſ. 9. d.

Si $\frac{1}{2}$ L. vient de L. 100, d'où vient L. 119. 8. ſ. 9. d.

2 — 2

1 — 238. 17. ſ. 6. d.

100

23800

pour 10. ſ. . 50
pour 5. ſ. . 25
pour 2. ſ. 6. d. . 12. 10.

Rép. . . L. 23887. 10.

QUESTION SEPTIEME.

§. 46. Un Commiſſionnaire a pris L. 119. 8. ſ. 9. d. pour ſa Proviſion ſur L. 23887. 10. ſ., on demande à combien c'eſt pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 23887. 10. ſ. donnent L. 119. 8. ſ. 9. d. combien L. 100?

2.

47775.

2.

238. 17. 6.
100.

23800.

Rép. L. — 10. ſ. ou $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

p^{r}. 10. ſ. . 50.
p^{r}. 5. ſ. . 25.
p^{r}. 2 ſ. 6. d. 12. 10.

23887. 10.
20.

477750.
000000.

NB. Ces deux dernières Queſtions ſervent de Preuve à la Queſtion IV. On pourra faire de ſemblables Preuves pour les précédentes Queſtions.

QUESTION HUITIEME.

§. 47. A combien pour $\frac{0}{00}$ le Droit d'un Agent de Change revient-il à L. 45. 6. ſ. 7. d. ſur L. 135987. 10. ſ.?

Si L. 135987. 10. ſ. donnent . L. 45. 6. ſ. 7. d. combien ℔. 1000?

2

271975

2

90. 13. ſ. 2. d.
1000

90000

Rép. L. — 6. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{3}$ p $\frac{0}{00}$.

Car 6. ſ. 8. d. font $\frac{6\frac{2}{3}}{20} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$ de L.

p^{r}. 12. ſ. . 600
p^{r}. 1. ſ. . 50
p^{r}. 2. d. . 8. 6. ſ. 8. d.

90658. 6. ſ. 8. d.
20

1813166
181316
12

2175800
000000

QUES

QUESTION NEUVIEME.

§. 48. On demande quelle eſt la ſomme dont le Courtage à $\frac{1}{3}$ p $\frac{0}{00}$ eſt L. 45. 6. ſ. 7. d. ?

Si $\frac{1}{3}$ de L. vient de L. 1000, d'où vient L. 45. 6. ſ. 7. d. ?

3 — 1 — 3

135. 19. ſ. 9. d.

1000

135000

pour 18. ſ. . 900
pour 1. ſ. . 50
pour 6. d. . 25
pour 3. d. . 12. 10.

Rép. . . L. 135987. 10.

QUESTION DIXIEME.

§. 49. Combien revient le Droit de 6 d. par livre ſur L. 8593. 15. ?

Si L. 1. donne 6 d. combien L. 8593. 15. ſ. ?

pour 1. ſ. ſupoſé . 429. 13. ſ. 9. d.
pour les 6 d. . L. 214. 16. ſ. 10. d. $\frac{1}{2}$ pour réponſe.

QUESTION ONZIEME.

§. 50. A combien pour $\frac{0}{0}$ revient le Droit de 6 d. par L. ?

Si L. 1. donne 6 d. combien L. 100 ?

Rép. . . 2. 10. ſ. ou 2 $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$.

J'ai diviſé les L. 100 par 40 parce que 6 d. font $\frac{1}{40}$ de la Livre.

QUESTION DOUZIEME.

§. 51. A combien de d^r. par Livre revient le Droit de 1 $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent L. 1. 10. ſ. = 30 ſ. = 3160 d. combien L. 1 ?

Rép. 3 d. $\frac{60}{100}$ ($= \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.) C'eſt donc à 3 d. $\frac{3}{5}$ par Livre.

REGLE

REGLE DES FAISEURS DE BOUTONS EN DORURES.

QUESTION PREMIERE.

§. 52. UNe Garniture de Boutons de 5 douzaines de gros & de 5 douzaines de petits revient, tant pour les fournitures que pour la façon, à L. 40.; on demande combien vaut la douzaine des gros & celle des petits, en comptant les petits à la moitié des gros ?

Raisonnons: Puisque les gros sont évalués le double des petits, il s'ensuit que 5 douzaines de gros Boutons valent 10 douzaines de petits, & par conséquent, que nôtre Garniture de Boutons, gros & petits, revient à la même valeur que celle de 15 douzaines de petits Boutons. On peut donc dire;

Si 15 douzaines petits Boutons valent L. 40, combien 1 douzaine?

	10
	20
Rép. L. 2. 13. s. 4. d. la dne. des petits	200
Donc L. 5. 6. s. 8. d. la dne. des gros.	50
	5
Ayant trouvé le prix de la douzaine	12
des petits, je l'ai doublé pour avoir	60
celui de la douzaine des gros.	0

PREUVE.

Calculons 5. douzaines de gros Boutons, à L. 5. 6. s. 8. d. la douzaine.	& 5 douzaines de petits. à L. 2. 13. s. 4. d. la douzaine.
L. 26. 13. s. 4. d. valeur des gros.	L. 13. 6. s. 8. d. valeur des petits.
Ajoûtez ces deux valeurs . .	L. 26. 13. s. 4. d. & 13. 6. s. 8. d.
Vous aurez celle de la Garniture	L. 40. suivant la Question.

QUES

QUESTION SECONDE.

§. 53. Une Garniture de Boutons, à L. 5. 6. ſ. 8 d. la douzaine des gros & à L. 2. 13. ſ. 4 d. la douzaine des petits, coûte L. 40; on demande combien il y a de douzaines des uns & des autres ?

Méthode.

Partagez L. 40 en deux parties inégales, dont l'une ſoit double de l'autre, ce que vous ferez en prenant le tiers de L. 40, qui eſt L. 13. 6. ſ. 8. d. pour la moindre partie, & le double, ſavoir L. 26 13. ſ. 4. d. ſera la grande partie. Enſuite conſidérant la moindre partie comme etant la valeur des 5 douzaines de petits Boutons, & la grande, celle des 5 douzaines de gros, faites ces deux Régles de Trois :

1°. Si L. 2. 13. ſ. 4. d. font 1 dne. de petits Boutons, comb. L. 13. 6. ſ. 8. d.

3	3
8	40
	0

Rép. 5 douzaines de petits Boutons.

2°. Si L. 5. 6. ſ. 8. d. font 1 dne. de gros Boutons, combien L. 26. 13. ſ. 4. d.?

3	3
16	80
	00

Rép. 5 douzaines de gros boutons.

§. 54. Au reſte, cette ſeconde Queſtion eſt du nombre de celles qu'on appelle *indéterminées*, parce qu'elles peuvent avoir pluſieurs ſolutions différentes. Celle-ci en particulier auroit une infinité de ſolutions ſi on pouvoit y admettre toutes ſortes de fractions : Elle en peut avoir un très grand nombre en y admettant ſeulement les fractions dont elle eſt ſuſceptible ; & elle en a ſept en nombres entiers, ſavoir les ſuivantes. Des Queſtions indéterminées.

Gros Boutons, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. *Douzaines.*
Petits Boutons, 13. 11. 9. 7. 5. 3. 1. *Douzaines.*

Par exemple la 4e. ſolution donne

4 douzaines de gros Boutons	qui à L. 5. 6. ſ. 8. d.	font L. 21. 6. ſ. 8. d.
& 7 douzaines de petits,	qui à L. 2. 13. ſ. 4. d.	font 18. 13. ſ. 4. d.
	Enſemble	L. 40.

Il en eſt de même des autres ſolutions. Vous voyez que, dans chacune,

le nombre des douzaines de petits avec le double de celles des gros fait toujours 15 douzaines. Ce n'eſt pas ici le lieu de montrer la manière de trouver toutes les ſolutions poſſibles de ſemblables Queſtions indéterminées. La ſuivante ſera déterminée, & ne peut avoir, par conſéquent, qu'une ſeule ſolution.

QUESTION TROISIEME.

§. 55. Une Garniture de Boutons revient, tant pour les fournitures que pour la façon, à L. 69. 10. ſ. 5. d.; & l'on ſait qu'il y a 5 douzaines $\frac{1}{2}$ de gros Boutons, qui reviennent à L. 7. 16. ſ. 8. d. la douzaine : On demande combien il y a de douzaines de petits Boutons évalués à la moitié de gros, ſavoir, à L. 3. 18. ſ. 4. d. la douzaine ?

1°. Calculons combien valent 5 douzaines $\frac{1}{2}$ de gros Boutons, à L. 7. 16. ſ. 8. d. la douzaine.

	L. 39. 3. ſ. 4. d.
pour $\frac{1}{2}$ douzaine	3. 18. ſ. 4. d.
Valeur des gros Boutons.	L. 43. 1. ſ. 8. d.

2°. De L. 69. 10. ſ. 5. d. valeur totale de la Garniture,
Otez 43. 1. ſ. 8. d. valeur des gros Boutons,

Il reſte L. 26. 8. ſ. 9. d. pour la valeur des petits.

3°. Dites ;

Si L. 3. 18. ſ. 4. d. font 1 dne. petits Boutons, combien L. 26. 8. ſ. 9. d. ?

3		3	
11. 15.		79. 6.	3.
4		4	
47		317. 5.	
		35	
		12	
		423	
		00	

Rép. 6 douzaines 9 boutons, ou 6 douzaines $\frac{3}{4}$ petits Boutons.

QUES

QUESTION QUATRIEME.

§. 56. Une Garniture de 5 douzaines $\frac{1}{2}$ de gros Boutons & de 6 douzaines $\frac{3}{4}$ de petits, revient à L. 69. 10. ſ. 5. d.; on demande quelle eſt la valeur de la douzaine des gros Boutons & de celle des petits, évalués à la moitié des gros?

Cette Queſtion eſt ſemblable à la premiére; il faut donc raiſonner de même.

Or 5 douzaines $\frac{1}{2}$ de gros boutons valent 11 douzaines de petits: Donc la Garniture eſt equivalente à 17 douzaines $\frac{3}{4}$ de petits; il faut donc dire:

Si 17 douzaines $\frac{3}{4}$ petits boutons valent L. 69. 10. ſ. 5. d. combien 1 douzne?

4	4
71	278. 1. ſ. 8. d.
	65
	20
Rép, L. 3. 18. ſ. 4. d. la dne. des petits.	
Donc L. 7. 16. ſ. 8. d. la dne. des gros	1301
	591
Cette Queſtion ſert ainſi de	23
preuve à la précédente.	12
	284
	00

REGLE DE TROC.

§. 57. LEs Marchands trouvent ordinairement plus d'avantage à vendre leurs Marchandiſes payables en argent comptant que payables en troc, c'eſt-à-dire, en d'autres Marchandiſes; parce qu'ils peuvent d'abord faire valoir utilement l'argent, aulieu que la Marchandiſe peut reſter long-tems en Magazin, où elle ne raporte rien, & où elle peut péricliter. C'eſt ſur ce Principe que, quand il s'agit d'un Troc, les deux Marchands qui troquent enſemble, paſſent, chacun, ſa Marchandiſe à un prix un peu plus haut que s'il la vendoit pour payer en argent comptant. Cela poſé, on comprendra la Queſtion ſuivante. Préliminaire.

QUESTION PREMIERE.

§. 58. Deux Marchands que je nomme, l'un *Jaques*, & l'autre *Pierre*, veulent troquer ensemble: *Jaques* a du Caffé dont le Prix courant eſt 24 ſ. la ℔. mais il le veut paſſer en troc à 28 ſ. *Pierre* a du Thé; dont le prix courant eſt L. 3. 15. ſ. la ℔. On demande combien il doit le paſſer en troc pour l'augmenter dans la même proportion que *Jaques* augmente ſon Caffe?

Je raiſonne ainſi:

Comme 24 ſ. ſont à 28 ſ.

Ou 6 à 7. Ainſi L. 3. 15. eſt au prix requis.

Je n'ai donc qu'à ajoûter la 6e. . 12. ſ. 6. d.

Et je trouve L. 4. 7. ſ. 6. d. en réponſe.

Si j'avois multiplié le 3e. terme par le ſecond, & diviſé le produit par le premier, j'aurois évidemment trouvé la même choſe; mais j'ai pratiqué un des abrégés expliqués au commencement de cette troiſiéme Partie.

QUESTION SECONDE.

§. 59. Supoſons préſentement que *Jaques* livre à *Pierre* ℔. 156 de Caffé à 28. ſ. ou L. 1. 8. ſ. la ℔.; combien de ℔. de Thé donnera *Jaques* en échange à L. 4. 7. ſ. 6. d. la ℔?

Raiſonnons: Puis que la ℔. de Thé vaut plus que celle du Caffé, il faut trouver un nombre de ℔. de Thé qui ſoit au deſſous de celui des ℔. 156 de caffé proportionnellement à la ſupériorité de L. 4. 7. ſ. 6. d. ſur L. 1. 8. ſ. Je cherche donc une quantité qui ſoit en raiſon reciproque ou inverſe de celle de L. 1. 8. ſ. à L. 4. 7. ſ. 6. d. ℔. 156 eſt donc l'Antecedent d'une Raiſon dont je cherche le Conſequent, qui doit être moindre: Il faut donc que des deux termes connus, le plus grand ſoit le 1er. & le moindre le ſecond (1re. Partie §. 180 à 184.) Je poſe donc ainſi les termes de cette Régle de Trois:

Comme

Comme L. 4. 7. ſ. 6. d. eſt à L. 1. 8. ſ. Ainſi ℔. 156 eſt au nombre requis

2	5	56
8. 15.	7	936
4	2	780
35	14	8736
5	4	1736
175	56	161
		16
		966
		161
		2576
		826
		126
		24
		504
		252
		3024
		1274

Rép. ℔. 49. 14. onc. 17. d. de Thé

NB. J'ai ſupoſé le poids de 16 onc.

Reſte . 49 qu'on néglige.

§. 60. Pour exécuter cette Régle de Trois, j'ai premiérement réduits les deux premiers termes en Nombres entiers, ſelon la Méthode expliquée dans la 11de. Partie §. 195 & ſuivant pour le 1er. & le 3e. terme. Ainſi en multipliant le 1er. terme par 2 & par 4, & le 2^d. terme par 5, ils ſont devenus des Nombres entiers & des termes ſimples; mais ils n'ont pas eté augmentés également, & c'eſt pour rétablir l'egalité de la Raiſon que j'ai enſuite multiplié le 1er. terme par 5, multiplicateur du ſecond, & le ſecond terme par 2 & par 4, multiplicateurs du 1er. Les deux premiers termes etant ainſi devenus 175 & 56, j'ai multiplié le 3e. par 56, & diviſé le produit par le premier terme. Explication.

§. 61. Au reſte, la Méthode que nous avons donnée pour faire la Régle de Troc revient à celle-ci: *Multipliez toûjours la Marchandiſe qu'on livre par ſon prix, & diviſez le produit par le prix de celle qu'on donne en échange.* Autre Régle pour faire la Régle de Troc; qui donne le même réſultat.

Ainſi, dans notre exemple, Multipliez les ℔. 156. de Caffé.

par L. 1. 8. ſ. prix du Caffé.

156

pour 8 ſ. . . 62. 8.

Et diviſez par L. 4. 7. ſ. 6. d. prix du Thé. L. 218. 8. ſ.

2

8. 15.

4

35

Vous trouverez de même L. 49. 14. onc. 17. d. de Thé.

Nota. Il eſt évident qu'ayant multiplié les ℔. 156 de Caffé par leur prix, le produit eſt le montant qu'on payeroit en argent ſi l'on ne devoit payer en Thé. Or en diviſant ce produit par le prix de la ℔. du Thé, on trouve combien de fois il y eſt contenu, ce qui eſt autant de ℔. de Thé.

2

436. 16.

4

1747. 4.

317

32

16

192

323 $\frac{1}{5}$

515 $\frac{1}{5}$

165

25

24

100

504 $\frac{4}{5}$

604 $\frac{4}{5}$

254

9

§. 62. La Preuve conſiſte à faire voir que les ℔. 49. 14. onc. 18. d. de Thé à L. 4. 7. ſ. 6. d. la ℔. montent L. 218. 8. ſ. comme le Caffé.

Preuve. NB. Je mets 18 d. pour 17 d. à cauſe du reſte de la diviſion, mais comme ce reſte évalué donne moins d'un $\frac{1}{2}$ d. delà vient que mettant 1 d. de plus, on trouve près de 2 d. de plus qu'il ne faut. Au reſte j'ai mis 18 d. pour 17 d. parce que, dans ce cas, on ne feroit pas difficulté de donner 18 d. de Thé pour 17.

℔. 49. 14. onc. 18. d. Thé.
à L. 4. 7 ſ. 6. d.

196

p^{r}. 5 ſ.	12. 5. —
p^{r}. 2 ſ. 6. d.	6. 2. 6. d.
p^{r}. 8 onc.	2. 3. 9.
p^{r}. 4 onc.	1. 1. 10. $\frac{1}{2} = \frac{1}{32}$.
p^{r}. 2 onc.	10. 11. $\frac{1}{4} = \frac{8}{32}$.
p^{r}. 12. d.	2. 8 $\frac{13}{16} = \frac{26}{32}$
p^{r}. 6. d.	1. 4 $\frac{23}{32}$

L. 218. 8. — Ces fractions font preſque 2 d.

Remarque. §. 63. Remarquez que ſi les deux Marchands qui troquent, augmentent, l'un & l'autre, le prix de leur Marchandiſe dans la même proportion comme

me nous l'avons ſupoſé, ce ſera la même choſe que s'ils ne faiſoient point cette égale augmentation. Ainſi en calculant les ℔. 156. de Caffé, & le Thé à L. 3. 15. ſ. la ℔, on trouvera la même

à L. 1. 4. ſ. la ℔. quantite de Thé.

156
31. 4.

L. 187. 4. à diviſer par L. 3. 15. ſ.

4 4
748. 16. 15

148 ℔. 49. 14. onc. 17. d. de Thé comme ci-deſſus.
13
16
78
13
pr. 16. ſ. 12 16.
220. 16.
70
10
24
240
pr. 16. ſ. 19. $\frac{1}{5}$
259. $\frac{1}{5}$
109
4

Il ſuit de là que la Régle que ſupoſe la premiére Queſtion n'a lieu que dans le cas, où l'un des Troqueurs augmenteroit le Prix de ſa Marchandiſe en croyant que l'autre n'augmentera pas la ſienne à proportion: Ainſi elle ſert à empêcher celui-ci d'être la dupe de celui-là.

L'on ne troque pas ſeulement des Marchandiſes, mais auſſi & très ſouvent des eſpèces d'or & d'argent, en voici un ou deux Exemples.

QUESTION TROISIEME.

§ 64. Combien faut-il de Louis d'or neufs à L. 14. 3. ſ. 3. d. en échange de 1286. Guinees à L. 14. 11. ſ.?

Comme

Comme L.14. 3. ſ. 3. d. ſont à L.14.11.ſ.Ainſi 1286 Guinées au nombre requis.

20	20	1164
283.ſ. 3. d.	291	5144
4	4	7716
1133	1164	1286
		1286
		1496904

Rép. 1321 Louis d'or neuf & L.2.12.ſ.9.d.

NB. Cela revient au même que ſi, ſuivant la Régle §. 61, l'on multiplie les 1286 Guinées par L. 14. 11. & qu'on diviſe par L. 14. 3. ſ. 3. d.

3639
2400
1344
Reſte 211. de L. 80e
Font L. 2.12. ſ. 9. d.

parce qu'on a multiplié par 20 & par 4 les deux 1ers. termes.

Pour Preuve.

Calculons 1321 Louis d'or neufs à L. 14. 3. ſ. 3. d.		Et 1286 Guinées à L. 14. 11. ſ.	
	5284.		5144
	1321		1286
pour 2. ſ.	132. 2.	pour 10. ſ.	643
pour 1. ſ.	66. 1.	pour 1. ſ.	64. 6.
pour — 3 d.	16. 10. 3. d.		
valeur pour le reſte	2. 12. 9. d.		L. 18711. 6.
	L. 18711. 6.		

L'égalité des Produits forme la Preuve parfaite.

QUESTION QUATRIEME.

§. 65. Combien de Piſtoles à L.10. en échange de 1585 Piaſtres à L.3.4.ſ.6.d.?

Comme L. 10. ſont à L. 3. 4. ſ. 6. d. Ainſi 1585. Piaſtres au nombre de Piſtoles.

Rép. 511. Piſtoles & L. 1. 12. ſ. 6. d.

	L. 3. 4. ſ. 6. d.
	4755.
p^{r}. 4. ſ.	317.
p^{r}. 6. d.	39. 12. 6. d.
	L.5111. 12. 6. d.

La Diviſion par le 1er. terme, qui eſt 10, eſt bien facile. Voyez la 1re. Partie §. 92.

§. 66.

§. 66. L'Edit du 11e. Décembre 1761. qui fixe à Genève la Piastre à L. 3. 4. s. 6. d. en argent courant & à fl. 11. 3. s. 6. d. en monnoie commune, peut donner lieu à difficulté, car si l'on calcule cette Question sur le pied de fl. 11. 3. s. 6. d. la Piastre, on trouvera de la différence.

Exemple lors que les Prix des Especes qu'on troque ne sont pas dans la même monnoie.

1°. Je calcule les 1585 Piastres.
à fl. 11. 3. s. 6. d.

1585
1585
pour 3 s. . 396. 3.
pour 6 d. . 66. — 6. d.

Produit Fl. 17897. 3 s. 6. d. que je divise 2°. par fl. 35 valeur des L. 10 de la Pistole.
39
47
Reste Fl. 12. 3. s. 6. d.

Et il vient 511 Pistoles & fl. 12. 3. s. 6. d. de monnoie qui font L. 3. 10. s. 3. d. argt. cour.

Mais nous n'avons trouvé ci-devant que . . L. 1. 12. s. 6. d.

Ce qui fait une différence de . L. 1. 17. s. 9. d. argt. cour.

Et la différence sera toûjours plus grande à proportion que le nombre des Piastres sera plus grand.

La cause de cette différence est que L. 3. 4. s. 6. d. ne font pas précisément fl. 11. 3. s. 6. d. mais seulement fl. 11. 3. s. 5. d $\frac{2}{5}$; ou fl. 11. 3. s. 6. d. ne sont pas précisément L. 3. 4. s. 6. d. mais L. 3. 4. s. 6. d. $\frac{2}{7}$.

Le but de cet Edit a donc été de fixer le prix de la Piastre en argent courant, pour les Payemens qui se font en Argent Courant, & en Monnoye commune de Genève pour les Payemens qui se font en cette monnoye; & principalement afin que parmi les Particuliers, la Piastre eut cours aussi bien que parmi les Negocians, & qu'on pût en faire usage dans les Achats des Provisions & des Denrées, & en général dans les Dépenses domestiques.

REGLE DE PROFIT ET DE PERTE.

QUESTION PREMIERE.

§. 67. UNe Marchandise revient avec les fraix à L. 9. 12. s. l'aune, la Piéce, ou la douzaine, &c. On demande combien il faut la vendre pour y gagner le 16 $\frac{2}{3}$ pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 gagnent L. 16 $\frac{2}{3}$, combien L. 9. 12. ſ.?

Pour abréger, puis que le 2^{d}. terme eſt la 6e. du 1er. prenez la 6e. du 3e. terme & ajoutez-la à ce 3e. terme . . . . 1. 12. ſ. gain à faire.

On a pour réponſe L. 11. 4. ſ. prix de la vente.

QUESTION SECONDE.

§. 68. Une Marchandiſe coûtant L. 9. 12. ſ. l'aune, la Pièce, ou la douzaine, &c. a été revendue L. 11. 4. ſ. on demande combien p $\frac{0}{0}$. on y a gagné?

1°. De L. 11. 4. ſ. —
Otez 9. 12. ſ. —

Reſte L. 1. 12. ſ. de gain l'aune, la Pce. ou la douzne. &c.

2e. Si L. 9. 12. ſ. gagnent L 1. 12. ſ., combien L. 100?

5	5	
48	8	
6	1	*Rép.* 16 $\frac{2}{3}$. pour $\frac{0}{0}$?

Ayant réduit les deux premiers termes, 1°. en les multipliant par 5, & 2°. en prenant la 8e. des produits, ils ſe trouvent réduits à 6 & 1: Ainſi comme la multiplication du 3e. terme par 1, ne le change pas, il ne s'agit que d'en prendre la 6e. partie, qui eſt 16 $\frac{2}{3}$.

QUESTION TROISIEME.

§. 69. Combien revenoit à un Marchand une Marchandiſe qu'il a revendue au prix de L. 11. 4. ſ. en y gagnant 16 $\frac{2}{3}$ pour $\frac{0}{0}$?

Raiſonnons: Quand je dis que le prix de la vente, L. 11. 4. ſ., contient 16 $\frac{2}{3}$ pour $\frac{0}{0}$ de profit, cela ſignifie que comme dans les deux Queſtions précédentes, le profit ſur le prix de l'Achat eſt à proportion de celui de 16 $\frac{2}{3}$ ſur L. 100.; par conſéquent il y a la même raiſon entre L. 11. 4. ſ., prix de la vente, & le prix de l'Achat que nous cherchons, qu'il y a entre L. 116 $\frac{2}{3}$ & L. 100. Il faut donc dire par une Régle de Trois;

Si L. 116 $\frac{2}{3}$ font L. 100., combien L. 11. 4. ſ.?

3.	3.	Otez le $\frac{1}{7}$ 1. 12.
350	300	Reſte 1. 9. 12. ſ. pour réponſe.
7.	6.	

En réduiſant les deux premiers termes, 1°. en les multipliant par 3, & 2^{d}. en diviſant les produits par 50, on trouve 7 pour le 1er. terme & 6 pour le 2^{d}. Or le ſecond eſt égal au premier moins ſa 7eme. le 4e. terme doit donc

être

être égal au troiſiéme moins ſa 7ème. J'ai donc pris la 7e. du 3e. terme, & je l'en ai retranchée, & le reſte m'a donné le 4ème. terme demandé, tout comme on le trouveroit en multipliant le 3e. terme, L. 11. 4. ſ., par le 2d., 100, & en diviſant le produit par le 1er. terme, L. 116 $\frac{2}{3}$.

QUESTION QUATRIEME.

§. 70. Une Marchandiſe revient à un Marchand avec les fraix à L. 16. 16. ſ. l'Aune, la Piéce, ou la douzaine, &c. & il eſt obligé de la revendre à L. 14. 14. ſ.; on demande à combien pour $\frac{0}{0}$ revient la perte?

1°. De L. 16. 16. ſ. prix d'achat.
Otez 14. 14. prix de la vente

Reſte L. 2. 2. ſ. de perte par aune &c.

2°. Si L. 16. 16. ſ. perdent L. 2. 2. ſ. combien L. 100?

Comme le 2d. terme eſt préciſément la 8e. du premier, il n'étoit queſtion que de prendre la 8e. du 3e. terme.

Rép. 12 $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$ de perte.

QUESTION CINQUIEME.

§. 71. Une Marchandiſe coûtant L. 16. 16. ſ. combien faut-il la vendre pour y perdre préciſément 12 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 perdent L. 12 $\frac{1}{2}$, combien L. 16. 16. ſ.?
Otez la 8e. 2. 2.

Pour abréger on a conſidérez que le 2d. terme eſt préciſément la 8e. du 1er. Il n'a donc été queſtion que de retrancher la 8e. du 3e. terme.

Reſte L. 14. 14. ſ. pour réponſe.

QUESTION SIXIEME.

§. 72. Combien revenoit à un Marchand une Marchandiſe qu'il a vendue L. 14. 14. ſ., en y perdant 12 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Raiſonnons. J'entens qu'on a perdu à raiſon de 12 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, ainſi ſi la Marchandiſe avoit coûté L. 100, on ne l'auroit vendue que L. 87. 10. ſ.; par conſéquent le prix de l'Achat que nous cherchons eſt au-deſſus de L. 14. 14. ſ. dans la même proportion que L. 100. eſt au-deſſus de L. 87 $\frac{1}{2}$:

Si L. 87 $\frac{1}{2}$ font L. 100, combien L. 14. 14. ſ.

2.	2.	
175	200	ajoutez le 7e. 2. 2. ſ.
35	40	Il vient L. 16. 16. ſ. pour réponſe.
7	8	

En réduiſant les deux prémiers termes, j'ai eu 7 pour le prémier & 8 pour le ſecond, ce qui a fait connoître qu'il ne falloit qu'ajouter au 3e. terme ſa 7e. partie pour avoir le 4e. terme demandé, tout comme ſi on avoit multiplié le 3e. terme, L. 14. 14. ſ., par le 2^d. terme, L. 100, & diviſé le produit par le 1er. terme, L. 87. 10. ſ.

Remarque. §. 73. Remarquez que cette VIe. Queſtion eſt ſemblable à la 111e. §. 69, excepté que l'une eſt en profit & l'autre en perte: On y peut remarquer que quand il eſt queſtion de profit, le premier terme eſt le nombre 100 augmenté du profit; & que quand il s'agit de perte le prémier terme eſt le même nombre, 100, diminué du profit.

QUESTION SEPTIEME.

§. 74. Un Marchand a vendu dans une année pour L. 96850. de Marchandiſes en gagnant 12 ½ pour % ſur chaque article, on demande à quelle ſomme revient ſon gain?

Raiſonnons. Suivant la Queſtion, lorſqu'une Marchandiſe coûtoit L. 100, le Marchand la vendoit L. 112 ½, Donc dans L. 112 ½ de vente il y a L. 12 ½ de profit; il faut donc faire cette Régle de Trois;

Si L. 112 ½ contiennent L. 12 ½ de gain, combien L. 96850?

2	2	
225	25	
45	5	
9	1	*Rép.* L. 10761. 2. ſ. 2. d ⅔.

En réduiſant les deux prémiers termes, 1°. en les multipliant par 2, 2°. en prenant la 5e. deux fois ſucceſſivement; ces deux premiers ſe trouvent réduits à 9 & 1. Ainſi l'opération de cette Régle de Trois à diviſer le 3e. terme par 9, c'eſt-à-dire, à prendre la 9e. de L. 96850.

Remarque. §. 75. Au reſte, on voit par-là, qu'on ſe tromperoit beaucoup ſi l'on faiſoit cette Régle de Trois en diſant:

Si L. 100 gagnent L. 12 ½, combien L. 96850?

Comme 12 ½ eſt la 8e. de 100, on n'auroit qu'à prendre la 8e. de L. 96850. qui eſt L. 12106. 5, ſ., ce qui ſeroit un profit où il y auroit L. 1345. 2. ſ. 9. d ½ de gain imaginaire.

QUESTION HUITIEME.

§. 76. On a vendu pour la Somme de L. 33894. de Marchandiſe avec perte de 12 ½ pour %, on demande à quelle Somme monte la perte?

Raiſonnons. Suivant la Queſtion, lorſqu'une Marchandiſe coûte L. 100, le Marchand ne la vend que L. 87 ½, Donc ſur L. 87 ½ de vente il a L. 12 ½ de perte. Faites donc

Si

Si L. 87 ½ perdent L. 12 ½, combien L. 33894?

2	2	
175	25	*Rép.* L. 4842. de perte.
35	5	
7	1	

Par la réduction, les deux premiers termes deviennent 7 & 1, ainsi il n'a fallu que prendre la 7e. du 3e. terme.

Il faut obſerver, par ces deux dernières Queſtions, la confirmation de la Remarque §. 73.

Pour Preuve de la dernière, ajoûtez la perte trouvée, L. 4842.
avec 33894 Somme de la vente.

Vous aurez L. 38736. Somme de ce que coûtoit la Marchandiſe.
Puis dites ſi L. 100 perdent L. 12 ½, comb. L. 38736?

Le 2^d. terme étant la 8e. du 1er. prenez ſimplement la 8e. qui eſt L. 4842 de perte.

REGLE D'INTÉRÊT

Calculé à tant pour Cent.

QUESTION PREMIERE.

§. 77. A 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année, c'eſt-à-dire, que L. 100 de capital donnent L. 4. d'intérêt dans une année; combien eſt-ce par mois? *Réponſe.* La Douziéme: Diviſez donc 4 par 12, vous aurez $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois.

QUESTION SECONDE.

§. 78. A $\frac{3}{8}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois, c'eſt-à-dire, que L. 100 de Capital donnent les $\frac{3}{8}$ de L. pour intérêt d'un mois; combien eſt-ce par an? *Rép.* 12 fois autant: Multipliez donc $\frac{3}{8}$ par 12, le produit eſt $\frac{36}{8} = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année.

QUESTION TROISIEME.

§. 79. A $4\frac{3}{4}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce par mois?

Rép. La Douziéme: Diviſez donc $4\frac{3}{4}$ par 12, vous aurez $\frac{4|\frac{3}{4}}{12} = \frac{19}{48}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois.

QUESTION QUATRIEME.

§. 80. A 5 pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce pour 7 mois?
Si 12 mois donnent 5 pour $\frac{0}{0}$, combien 7 mois?

Rép. $\frac{\frac{5}{35}}{12} = 2\frac{11}{12}$ pour $\frac{0}{0}$.

QUESTION CINQUIEME.

§. 81. A $3\frac{3}{4}$ pour $\frac{0}{0}$ pour 9|m. 25 j. combien eſt-ce l'Année?

Si 9|m. 25 j. donnent L. $3\frac{3}{4}$, combien 12 mois?

$\frac{6}{59}$ $\quad$ $\frac{4}{15}$ $\quad$ $\frac{90}{1080}$

$\frac{4}{236}$ $\quad$ $\frac{6}{90}$ $\quad$ $\frac{136}{236} = \frac{34}{59}$

Rép. $4\frac{34}{59}$ pour $\frac{0}{0}$.

NB. En fait d'intérêts, l'on compte tous les mois de 30 jours, & par conſéquent 360 jours ſeulement à l'Année: C'eſt pour cela que pour la réduction des termes, on a multiplié par 6, à cauſe des 25 jours qui font $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$ d'un mois.

QUESTION SIXIEME.

§. 82. A 5 pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce pour 7 mois 24 jours?

Si 12 mois font 5 p $\frac{0}{0}$, combien 7|m 24j? NB. 24 j. ſont $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

$\frac{5}{60}$ $\quad$ $\frac{\quad}{1}$ $\quad$ $\frac{5}{39}$

$\frac{20}{4}$ $\quad$ $\frac{13}{}$

Rép. $3\frac{1}{4}$. pour $\frac{0}{0}$.

Vous le voyez, à cauſe des 24 j. du 3e. terme, je l'ai multiplié par 5, de même que le 1er. terme. Les deux produits étant 60 & 39, j'en ai pris le

le tiers, ce qui m'a donné 20 & 13 pour le 1er. & le 3e. terme réduits. Enſuite, j'ai pris la 5e. du 1er. & du 2^d^. terme, ce qui les a réduits à 4 & 1. Ainſi les 3 termes de la Regle ſe ſont réduits à ceux-ci; *Si* 4 *donnent* 1, *combien* 13 ? Où l'on voit qu'il ſuffit de diviſer le 3e. terme par 4; en prenant le quart.

QUESTION SEPTIEME.

§. 83. A 6 pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce pour 12 jours?

Si 360 jours donnent 6 pour $\frac{0}{0}$, combien 12 jours?

$\frac{30}{5}$ $\frac{1}{1}$

Rép. $\frac{1}{5}$ pour $\frac{0}{0}$.

Vous le voyez encore; 1°. la 12e. du 1er. & du 3e. terme les a réduits à 30 & à 1. 2°. la 6e. de la réduction du 1er. terme & la 6e. du 2^d^. terme les a réduits à 5 & à 1; Enſorte que les trois termes ſe trouvant réduits à ceux-ci; *Si* 5 *donnent* 1, *combien* 1? Il n'a fallu que diviſer le 2^d^. ou le 3e. par le 1er. Savoir 1 par 5, c'eſt-à-dire, la 5e. de 1, qui eſt $\frac{1}{5}$.

QUESTION HUITIEME.

§. 84. A $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce pour 5 ans?

Rép. 5 fois autant: Multipliez donc $4\frac{1}{2}$ par 5, & vous aurez $22\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$.

QUESTION NEUVIEME.

§. 85. A 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année, combien eſt-ce pour 4 ans 7|m 15 j.?

1°. 7|m.15 ſont 7|m $\frac{1}{2}$ qui ſont $\frac{7\frac{1}{2}}{12} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$ d'année.

Multipliez donc 2°. 4 ans $\frac{5}{8}$ par 4, ou 4 par $4\frac{5}{8}$, & vous aurez $18\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ en réponſe.

QUESTION DIXIEME.

§. 86. Quelle eſt la Rente ou l'Intérêt de L. 4187. 10 ſ. de Capital à $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Si L. 100 donnent L. $4\frac{1}{2}$, combien L. 4187. 10 ſ. ?

$4\frac{1}{2}$.

Rép. L. 188. 8. ſ. 9. d.

16750 —
pour $\frac{1}{2}$ . . 2093. 15 —

188 | 43. 15 —
20
8 | 75
12
9 | 00

QUESTION ONZIEME.

§. 87. Quel eſt le Capital qui donne L. 188. 8. ſ. 9. d. l'intérêt au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Si L. $4\frac{1}{2}$ d'intérêt font L. 100 de Capital, comb L. 188. 8. ſ. 9. d.

2 — 9

2

376. 17. 6.
100

37600
pour 10 ſ. . . 50
pour 5 ſ. . . 25
pour 2 ſ. 6. d. . 12. 10. ſ.

37687. 10 ſ.
16
78
67
4
20

90
00

Rép. L. 4187. 10. ſ.

QUES-

QUESTION DOUZIEME.

§. 88. Que vaut un Fond qui raporte annuellement L. 2400. de Rente en calculant ſur le pié du 5 pour ℅ ?

Si L. 5, ſont la Rente de L. 100, de combien L. 2400 ?
1 20 20

Rép. L. 48000.

Les deux premiers termes étant réduits à 1 & à 20, il a ſuffit de multiplier le 3e. terme par la reduction du ſecond.

QUESTION TREIZIEME.

§. 89. A combien pour ℅ le Capital de L. 4187. 10 ſ. donne-t-il L. 188. 8. ſ. 9. d. d'intérêt ?

Si L. 4187. 10 ſ. donnent L. 188. 8. ſ. 9 d., combien L. 100 ?
2 2

8375 376. 17. 6.
100

Rép. L. 4. 10 ſ. ou 4½ pour ℅. 37600
p^r^. 10 ſ. . 50
p^r^. 5 ſ. . 25
p^r^. 2 ſ. 6. d. 12. 10

37687. 10
4187
20

83750
00000

QUESTION QUATORZIEME.

§. 90. On a reçu L. 4375. 18. ſ. 9. d. pour le Capital avec l'Intérêt au 4½ pour ℅ on demande quel étoit le Capital & quel eſt l'Intérêt ?

Opération pour trouver le Capital.

Si L. 104 ½ Principal & Int. contiennent L. 100 de Principal, combien L. 4375. 18. ſ. 9. d. (Principal & intérêt

2 2

209 8751. 17. 6

100

Rép. L. 4187. 10 ſ. qui étoit le Capital. 875100

pour 10 ſ. . 50

pour 5 ſ. . 25

pour 2 ſ. 6. d. . 12. 10

875187. 10

391

1828

1567

104

20

2090

0000

Opération pour trouver l'Intérêt.

Si L. 104 ½ Principal & int. contiennent L. 4 ½ d'intérêt combien L. 4375. 18. 9. Princ. & int.

2 2

209 8751 17. 6. d.

4 ½

Rép. L. 188. 8. ſ. 9. d. d'Intérêt. 35007. 10 —

4375. 18. 9.

39383. 8. 9.

1848

1763

91

20

1828

156

12

1681

000

NB. Au reſte ce n'eſt que pour l'inſtruction des Commençans que j'ai fait ces deux Opérations, puis qu'une ſeule ſuffit: Quand, par l'une, on a trouvé le Capital, on n'a qu'à le retrancher de la Somme donnée, pour avoir l'Intérêt dans le Reſte; Ou quand, par l'autre on a trouvé l'Intérêt, on n'a qu'à le retrancher de même de la ſomme donnée, pour avoir le Capital dans le Reſte.

QUES-

QUESTION QUINZIEME.

§. 91. A quoi montent les intérêts de L. 7187. 10. ſ. de Capital depuis le 8e. Novembre 1748 juſqu'au 18e. Août 1762, à $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année?

1°. Cherchons le tems qui s'eſt écoulé d'une datte à l'autre.

De	1761 ans 7 mois 18 jours,	*Datte poſtérieure*
Otez	1747 *ans* 10 *mois* 8 *jours*,	*Datte antérieure.*
Reſte	13 *ans* 9 *mois* 10 *jours*,	*Tems dont on cherche les Intérêts.*

2°. Cherchons l'Intérêt d'un an:

Si L. 100 donnent L. $4\frac{1}{2}$, combien L. 7187. 10 ſ.?

$4\frac{1}{2}$

28750 —

3593. 15

323 | 11. 15

20

8 | 75 —

12

9 | 00

L'Int. d'un an eſt donc L. 323. 8. ſ. 9. d.

3°. Si 1 an donne L. 323. 8. ſ. 9. d., combien donneront 13 ans 9 m. 10 j?

13 ans 9 m. 10 j.

969

323

p^{r}. 6 m.	.	161. 14. $4\frac{1}{2}$
p^{r}. 3 m.	.	80. 17. $2\frac{1}{4}$
p^{r}. 10 j.	.	8. 19. $8\frac{1}{4}$
p^{r}. 5. ſ.	.	3. 5 — —
p^{r}. 2. ſ. 6. d.		1. 12. 6
p^{r}. 1. ſ. 3. d.		16. 3
Réponſe	.	L. 4456. 5. —

QUESTION SEIZIEME.

§. 92. Quel eſt le Capital dont l'Intérêt au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année a donne au bout de 13 ans 9 m. 10 j. L. 4456. 5 ſ.?

I°. Si 13 ans 9|m. 10 jours donnent L. 4456. 5 ſ. — combien 1 an?

3	3
41 ans 4|m	13368. 15 —
3	3
124 ans	40106. 5 —
	290
	426
	54
	20
	1085
	93
	12
	1116
	000

Iere. *Rép.* L. 323. 8. ſ. 9. Int. d'un an.

2°. Si L. 4 ½ ſont l'int. pour un an de L. 100; de comb. L. 323. 8. 9. d. eſt-ce l'int. d'un an?

2	2
9	646. 17. 6
	100
	64600
	p^r. 10 ſ. . 50
	p^r. 5 ſ. . 25
	p^r. 2. ſ. 6. d. 12. 10
	64687. 10.
	16
	78
	67
	4
	20
	90
	00

2de. L. 7187. 10 ſ. qui eſt le Capital demandé.

QUES-

QUESTION DIX-SEPTIEME.

§. 93. Dans combien de tems le Capital de L. 7187 10 ſ. donnera-t-il L. 4456. 5 ſ. d'Intérêts au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année ?

1°. Si L. 100 donnent L. $4\frac{1}{2}$ dans 1 an, combien L. 7187. 10 ſ. ? Comme pour la Queſtion XV. & l'on trouve L. 323. 8. ſ. 9. d. d'interêt pour un an.

2°. Si L. 323. 8. ſ. 9. d. font 1 an, combien L. 4456. 5 ſ. ?

4	4
1293. 15 —	17825
4	4
5175	71300
1035	14260
207	2852
	782
	161
	12
	1932
	69
	30
	2070
	0000

Rép. 13 ans 9 mois 10 jours

NB. J'ai 1°. réduit le 1er. & le 3e. terme en Nombres entiers, en les multipliant ſucceſſivement deux fois par 4.

2°. Je les ai réduits aux moindres nombres, en prenant ſucceſſivement deux fois la 5e., de ſorte que je n'ai eu qu'à diviſer 2852 par 207.

QUESTION DIX-HUITIEME.

§. 94. A combien pour $\frac{0}{0}$ l'année le Capital de L. 7187. 10 ſ. donne-t-il L. 4456. 5 ſ. d'Intérêts au bout de 13 ans 9 mois 10 jours ?

1°. Si 13 ans 9|m. 10 j. donnent L. 4456. 5 ſ., combien 1 an ? Comme pour la Queſtion XVI. Et l'on trouve L. 323. 8. ſ. 9. d. pour l'intérêt d'un an.

2°. Si L. 7187. 10 ſ. donnent L. 323. 8. ſ. 9. d., combien L. 100?

2	2
14375	646. 17. 6
	100
Rép. L. 4. 10 ſ. ou $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'an.	64600
	p^r. 10 ſ. . 50
	p^r. 5 ſ. . 25
	p^r. 2 ſ. 6. d. 12. 10
	64687. 10
	7187
	20
	143750
	00000

QUESTION DIX-NEUVIEME.

§. 95. On a reçû L. 11643. 15 ſ. — pour le Capital & pour les Intérêts de 13 ans 9|m. 10 jours au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année, on demande quel étoit le Capital & quels ſont les Intérêts?

Méthode.

Imaginons pour ce Capital une Somme quelconque, tirons en les intérêts de 13 ans 9|m. 10 jours au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année, & ajoûtons ces intérêts au Capital imaginé. Si l'addition donne préciſément la Somme de L. 11643. 15 ſ. ci-deſſus, nous aurons trouvé par hazard le vrai Capital. Je dis par hazard, & ce mot ſuffit pour montrer le peu de probabilité d'une telle rencontre. Suppoſons donc la tentative inutile, voyons d'en tirer s'il eſt poſſible quelque parti. La Régle de Trois ſuffit pour cela, ſans même qu'il ſoit néceſſaire que le Capital imaginé aproche du véritable. Ainſi, dans ce cas, ſupoſant pour Capital la Somme de L. 100, dont la Queſtion fixe l'intérêt annuel à L. 4. 10 ſ. Nous diſons pour trouver les Intérêts de 13 ans 9|m. 10 jours.

Si 1 an donne L. 4. 10 ſ., combien 13 ans 9|m. 10 jours?

L. 4. 10. ſ.

52

pour 10 ſ. . 6. 10 —
pour 6|m. . 2. 5 —
pour 3|m. . 1. 2. 6. d.
pour 10 j. — 2. 6

Int. de L. 100 p. 13 ans 9|m 10 j. L. 62 — —
Et en y ajoutant leur Capital 100 — —

On a pour Capital & intérêt L. 162. Mais la ſom. donnée, L. 11643. 15 ſ. étant beaucoup plus grande, il faut que le Capital qu'elle contient ſoit auſſi beaucoup plus grand que celui que nous avons ſupoſé; c'eſt-à-dire, que L. 100, Capital ſupoſé eſt au Capital inconnu comme les L. 162 ſont aux L. 11643. 15 ſ.: Il faut donc faire l'une des Régle de Trois ſuivantes.

1ere. Si L. 162. princ. & int. contien. L. 100 de princ. comb. L. 11643. 15 ſ. Principal & int.?

100

54

1164300
pr. 10 ſ. . . 50
pr. 5 ſ. . . 25

1164375

Rép. L. 7187. 10 ſ. Capital demandé.

388125
101
472
405
27
20

540
000

Et De L. 11643. 15 princ. & intérêts,
Otant 7187. 10 — princ.

Il reſte L. 4456. 5 -- pour les intérêts.

Si

2de. Si L. 162 princ. & int. cont. L. 62 d'int? comb. L. 11643. 15 princ. & int?

61	31	31
		11643
Rép. L. 4456. 5 ſ. d'intérêts		34929
	p^r. 10 ſ. . .	15. 10.
	p^r. 5 ſ. . .	7. 15.
Et De L. 11643. 15 princ. & intérêts,		360956. 5
Otant 4456. 5 d'intérêts		369
		455
Il reſte L. 7187. 10 ſ. pour le Capital.		506
		20
		20
		405
		00

Remarque.

§. 96. On voit bien qu'une ſeule de ces Régles ſuffit, & que l'une ou l'autre fait ſûrement trouver le vrai Capital & les Intérêts ſéparés, au lieu qu'ils étoient joints, dans la Queſtion, avec le Capital.

Régle de fauſſe Poſition ſimple.

Cette Méthode s'appelle *Régle de Fauſſe Poſition Simple*, ce qui la diſtingue d'une autre qui eſt *double* dont nous ne dirons rien ici.

PROBLEME.

§. 97. *A quel prix pour cent que ſoit l'Intérêt, trouver dans combien de tems la Somme des Intérêts ſera égale au Capital?*

Raiſonnons: Quand L. 100 de Capital donnent L. 5 d'intérêt dans un an, il eſt évident qu'il faudra autant d'années pour égaler le Capital de L. 100 qu'il y aura de fois L. 5; Or diviſant L. 100 par 5, on trouve qu'il y a 20 fois 5 dans 100, & par conſequent les Intérêts de 20 ans égalent le Capital.

Si L. 100 de Capital donnent L. 4 d'intérêt dans un an, il faut auſſi autant d'années d'intérêts pour égaler le Capital de L. 100 qu'il y a de fois L. 4; or en diviſant L. 100 par 4, on trouve qu'il y a 25 fois 4 dans 100, & par conſéquent les intérêts de 25 ans égalent le Capital.

Régle generale pour la Solution de ce Problême.

Comme il eſt clair qu'on peut raiſonner de même à tel prix pour cent que ſoit l'intérêt, il s'enſuit cette Régle générale pour la Solution du Problême, *Savoir, qu'il faut toujours diviſer le Nombre* 100 *par le prix de l'intérêt, pour avoir dans le Quotient le nombre d'années au bout deſquelles la Somme des intérêts égalera le Capital.*

EXEMPLES.

EXEMPLES.

Au 5 pour $\frac{0}{0}$ la Somme des intérêts de 20 ans eſt égale au Capital ; car diviſant 100 par 5, on a $\frac{100}{5} = 20$.

Au 4 pour $\frac{0}{0}$, il faut 25 ans, car $\frac{100}{4} = 25$.

Au 3 pour $\frac{0}{0}$, il faut 33 ans 4 mois, car $\frac{100}{3} = 33\frac{1}{3}$

Au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, il faut 22 ans 2|m. 20 j. car $\frac{100}{4\frac{1}{2}} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$.

Or $\frac{2}{9}$ d'un an ſont 2 mois 20 jours.

§. 98. Le terme de *Problême* ne ſignifie autre choſe que *Propoſition*, dans laquelle on fait une Queſtion qu'il s'agit de reſoudre, & montrer que la Méthode qu'on employe eſt certaine : Tel eſt le Problême propoſé qu'on a réſolu. Toutes les Queſtions peuvent être conçues comme des Problêmes, ſurtout quand on les propoſe généralement, c'eſt ce qu'on va faire voir par les Problêmes ſuivans qui ne ſont autre choſe que les dix-neuf Queſtions précédentes propoſées d'une manière générale.

Ce que c'eſt qu'un *Problême.*

§. 99. *XVI. PROBLEMES tirés des Queſtions précédentes.*

PROBLEME I. Sur les Queſtions I & III.

A tant pour $\frac{0}{0}$ *l'année, combien par mois ?*

Diviſez le tant pour $\frac{0}{0}$ par 12.

PROBLEME II. Sur la Queſtion II.

A tant pour $\frac{0}{0}$ *le mois, combien l'année ?*

Multipliez le tant pour $\frac{0}{0}$ par 12.

PROBLEME III. Sur les Queſtions IV & VI.

A tant pour $\frac{0}{0}$ *l'année, combien pour un tems quelconque au deſſous d'une année ?*

Multipliez le tant pour $\frac{0}{0}$ par le tems donné, & diviſez le produit par 12.

PROBLEME IV. Sur la Queſtion V.

A tant pour $\frac{0}{0}$ *pour un tems au deſſous de l'année, combien pour l'année ?* Multipliez le tant pour $\frac{0}{0}$ par 12, & diviſez le produit par le tems donné.

PROBLEME V. Sur la Queſtion VII.

A tant pour $\frac{0}{0}$ *l'année, combien pour un nombre de jours au deſſous d'un mois ?* Multipliez le nombre de jours par le tant pour $\frac{0}{0}$, & diviſez le produit par 360.

PROBLEME VI. Sur les Queſtions VIII. & IX.

A tant pour ℅ l'année, combien pour un tems au delà d'une année? Multipliez ſeulement le tems donné par le tant pour ℅.

PROBLEME VII. Sur la Queſtion X.

Trouver l'Intérêt d'une Somme à tant pour ℅?

Multipliez la Somme par le Prix de l'Intérêt, & diviſez le produit par 100.

PROBLEME VIII. Sur la Queſtion XI.

L'Intérêt & le Prix de l'Intérêt étant donnés, trouver le Capital? Multipliez l'Interêt par 100, & diviſez le produit par le prix de l'Intérêt.

PROBLEME IX. Sur la Queſtion XII.

Trouver la valeur d'un Fonds par celle de ſa Rente à tant pour ℅. Multipliez ſa Rente par 100, & diviſez le produit par le tant pour ℅.

PROBLEME X. Sur la Queſtion XIII.

Le Capital & l'Intérêt étant donnés, trouver le prix de l'Intérêt? Multipliez l'Intérêt par 100, & diviſez le produit par le Capital.

PROBLEME XI. Sur la Queſtion XIV.

La Somme du Capital & de l'Intérêt joints enſemble étant connue de même que le Prix de l'Intérêt, trouver le Capital & l'Intérêt ſéparément?

Multipliez la Somme par 100, & diviſez le produit par 100 plus le prix de l'Intérêt, & vous trouverez le Capital; *Ou* Multipliez la Somme par le prix de l'Intérêt, & diviſez le produit par 100 plus le prix de l'Intérêt, & vous trouverez l'Intérêt.

PROBLEME XII. Sur la Queſtion XV.

Trouver les Intérêts d'une Somme pour un tems quelconque à tant pour ℅ l'année?

Multipliez le Capital par le prix de l'Intérêt, diviſez le produit par 100, & multipliez le Quotient par le tems.

PROBLEME XIII. Sur la Queſtion XVI.

Les Intérêts, le Prix & le tems étant connus, trouver le Capital? 1°. Diviſez les Intérêts par le tems, 2°. Multipliez le Quotient par 100, & 3°. Diviſez le produit par le Prix de l'Intérêt.

PROBLEME XIV. Sur la Queſtion XVII.

Le Capital, les Intérêts & le Prix de l'Intérêt étant connus, trouver le tems?

1°. Multipliez le Capital par le Prix de l'Intérêt, 2°. Diviſez le produit par 100, & 3°. Par le Quotient diviſez la Somme des Intérêts.

PROBLEME XV. Sur la Queſtion XVIII.

Le Capital, les Intérêts & le Tems étant connus, trouver le prix de l'Intérêt?

1°. Diviſez la Somme des Intérêts par le Tems, 2°. Multipliez le Quotient par 100, & 3°. Diviſez le produit par le Capital.

PROBLEME XVI. Sur la Queſtion XIX.

La Somme du Capital & des Intérêts joints au Capital étant connue, de même

même que le Tems & le Prix des Intérêts, trouver le Capital & les Intérêts séparément.

1°. Multipliez le Tems par le Prix de l'Intérêt, 2°. Ajoûtez 100 au produit, & 3°. Par cette Somme divisez la Somme donnée du Capital & des Intérêts ensemble, & 4°. Multipliez le Quotient par 100, & vous trouverez le Capital. *Ou* après avoir fait les trois premieres operations, multipliez en 4e. lieu le Quotient par le produit qui a resulté de la 1ere. opération, & vous trouverez les Intérêts.

§. 100. Les Interêts dont il a été question sont purs & simples, la Pratique ordinaire n'en admet pas d'autres, parce que les Loix defendent de se faire payer les Intérêts des Intérêts. Cependant, comme il y a des cas particuliers où il est nécessaire de les calculer, j'en donnerai la Méthode dans un autre Article de cet Ouvrage. Je vais montrer présentement une autre manière en usage à *Paris*, &c. de calculer les Rentes ou Intérêts purs & simples. Observation & avis.

REGLE D'INTERET

Calculé par le Denier de la Rente.

§. 101. ON croit que l'usage de la *Livre de Monnoie* a commencé sous „ le regne de Charlemagne; mais ce Compte étoit alors en „ même tems réel & numéraire; c'est-à-dire, que ce qui s'apelloit *une* „ *Livre* pesoit une Livre. Elle étoit divisée, comme à present, en vingt „ piéces apellées des *Sols*, & chaque *Sol* étoit divisé en 12 *Deniers* réels, „ le tout d'argent (*). Origine de la Livre de monnoie, & du nom de *Deniers* qu'on donne à l'argent comptant.

Supposé que cette Livre fut au Titre de 11 Deniers de fin & qu'elle fut de 12 onces Poids de Marc, sa valeur en Monnoie courante de Genève, sur le pié Actuel, seroit de L. 45, qui font environ L. 75. Argent de France; Chaque Piéce *d'un Sol* vaudroit L. 2. 5 du même argent courant, & chaque Piece *d'un Denier* vaudroit 3. s. 9. d. courant.

Aussi les Comptes ne se tenoient point communément en *Livres*, mais en *Deniers*; Et quand on parloit d'une Somme d'argent, on parloit bien plutôt d'une Somme de *Deniers* que d'une Somme de *Livres*.

Voilà l'origine de la coutume que nous avons encore d'apeller *Deniers* l'Argent comptant: Ainsi l'on dit qu'on a payé de ses *propres Deniers*, que les *Deniers* sont deposés en Justice. C'est aussi delà qu'est venue la manière dont on s'exprime, particulièrement à Paris, pour marquer le

(*) Essai politique sur le Commerce de Mr. Melon.

Prix d'une Rente; Ainſi l'on dit que la Rente eſt conſtituée au Denier 20; lorſque ſur 20 Deniers de Capital on a 1 Denier de Rente; Au Denier 18, lorſque ſur 18 Deniers de Capital on a 1 Denier de Rente, &c. La Rente au Denier 20 eſt donc la vingtiéme partie du Capital; au Denier 18, la la dix-huitiéme partie, &c.

Depuis le changement ſurvenu à la Livre de Monnoie, qui ſucceſſivement, a ſi fort diminué de valeur, & eſt même devenue une Monnoie imaginaire, on a ceſſé le compte en Deniers, & l'on ne compte plus qu'en Livres, Sols & Deniers imaginaires. On auroit donc auſſi dû changer l'expreſſion, & au lieu de dire *au Denier* 20, on devroit dire *à la Livre* 20; Mais l'uſage, qui eſt le Tyran des Langues, a voulu qu'on continuât de dire, au Denier 20, au Denier 17, quoi qu'on ne compte plus en Deniers mais en Livres.

Définition du *Denier de la Rente.*

§. 102. Voilà qui doit ſuffire pour faire entendre cette manière d'exprimer le prix de la Rente, qu'on nomme le *Denier de la Rente*; On voit qu'il exprime quelle partie la Rente eſt du Capital. Au Denier 20, la Rente eſt la 20e. partie du Capital; Au Denier 24, elle en eſt la 24e. partie, &c.

1e. Conſéquence.

Il ſuit delà, 1°. Que plus le Denier de la Rente eſt bas, plus la Rente eſt haute; & plus il eſt haut, plus elle eſt baſſe: Ainſi au Denier 24, la Rente eſt plus haute qu'au Denier 25, & plus baſſe qu'au Denier 23.

2e. Conſéquence.

2°. Que le Denier de la Rente exprime en même tems quel eſt le nombre d'années dont les Rentes raſſemblées égalent le Capital: Ainſi au Denier 20, les Rentes de 20 ans egalent le Capital; Au Denier 21, il faut les Rentes de 21 ans pour avoir le Capital, &c.

Probleme I.

§. 103. *A Tel Denier que ſoit la Rente, trouver à combien elle revient pour* 100 ? La Méthode eſt de diviſer 100 par le Denier de la Rente. Ainſi la Rente au Denier 20 eſt à 5 pour $\frac{0}{0}$ car $\frac{100}{20} = 5$.

Au Denier 25, c'eſt $\frac{100}{25} = 4$ pour $\frac{0}{0}$

Au Denier 22, c'eſt $\frac{100}{22} = 4\frac{12}{100}$ ou $4\frac{3}{25}$ pour $\frac{0}{0}$, &c.

La Raiſon de cette Méthode ſe tire de la définition du Denier de la Rente (§. 102.), Car puiſque le Denier 20 marque la 20e. partie du Capital, il faut prendre la 20e. de 100, ou diviſer 100 par 20; & ainſi à tel autre Denier qu'on voudra.

Probleme II.

§. 104. *Quel eſt le Denier de la Rente à tel prix pour cent qu'on voudra ?*

Diviſez

Diviſez 100 par le prix de la Rente.

Ainſi, Au 4 pour $\frac{0}{0}$, c'eſt au Denier 25, car $\frac{100}{4} = 25$

Au 5 pour $\frac{0}{0}$, c'eſt au Denier 20, car $\frac{100}{5} = 20$.

Au 6 pour $\frac{0}{0}$, c'eſt au Denier $16\frac{2}{3}$, car $\frac{100}{6} = 16\frac{2}{3}$.

Au 10 pour $\frac{0}{0}$, c'eſt au Denier 10, car $\frac{100}{10} = 10$.

La Raiſon de cette Méthode ſe tire auſſi de la définition du Denier de la Rénte (§. 102.), car chercher à quel Denier la Rente eſt le 4 pour $\frac{0}{0}$, c'eſt chercher quelle partie L. 4 de Rente eſt de L. 100 de Capital, & ainſi de tel autre prix qu'on voudra. En voici un autre Exemple.

Au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ c'eſt au Denier $22\frac{2}{9}$, car $\frac{100}{4\frac{1}{2}} = \frac{200}{9} = 22\frac{2}{9}$.

PROBLEME III.

§. 105. *A tel Denier de Rente l'année, quel Denier eſt-ce par mois?* Multipliez le Denier de la Rente d'une année par 12.

Ainſi la Rente au Denier 24 l'année,

12

Revient au Denier 288 le mois, c'eſt-à-dire, que ſi la Rente eſt la 24e. partie du Capital dans une année, elle en eſt la 288e. partie par mois.

Pour comprendre la raiſon pourquoi l'on multiplie par 12, faites attention que la Rente d'une année étant $\frac{1}{24}$ du Capital, celle d'un mois doit être la $\frac{1}{12}$ de $\frac{1}{24}$, qui eſt $\frac{1}{288}$, où l'on voit qu'il ſuffit de multiplier le Dénominateur par 12.

PROBLEME IV.

§. 106. *A Tel Denier de Rente par mois, quel Denier eſt-ce pour l'année?* Diviſez par 12 le Denier de la Rente pour un mois.

Ainſi la Rente au Denier 288 le mois

Se trouve au Denier 24 l'année.

Pour entendre la raiſon qui fait que l'on diviſe par 12, conſidérez que la Rente d'un mois étant $\frac{1}{288}$ du Capital, celle d'une annee doit étre 12 fois $\frac{1}{288}$, ſavoir $\frac{12}{288} = \frac{1}{24}$, où l'on voit qu'il ſuffit de diviſer le Dénominateur par 12.

PROBLEME V.

§. 107. *A Tel Denier de Rente l'année, quel Denier eſt-ce pour tant de mois & de jours qu'on voudra?*

Multipliez le Denier de la Rente d'une année par 12, & diviſez le produit par les mois & les jours donnés.

Ainſi au Denier 24. l'année, quel Denier eſt-ce par 7 mois $\frac{1}{2}$.

Je multiplie par 12

Et je diviſe le produit 288 par 7|m $\frac{1}{2}$

2 2

576 15

126 *Rep.* Le Denier 38 $\frac{2}{5}$.

$\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

Pour démontrer cette Méthode, il faut remarquer la Méthode du Problême III. où pour trouver le Denier de la Rente pour 1 mois, on a multiplié celui d'une année par 12; ce qui n'eſt autre choſe que cette Régle de Proportion:

1|m. 12|m. 24 Denier ſont au Denier que l'on cherche.

Donc pour avoir le Denier de la Rente pour 7|m $\frac{1}{2}$ au Denier 24 l'année, il faut faire cette Régle de Proportion:

7|m $\frac{1}{2}$. 12|m. 24 Denier ſont au Denier qu'on cherche.

Or pour l'opération de cette Régle, il faut multiplier le Denier de la Rente d'une année, 24; par 12, & diviſer le produit par 7|m $\frac{1}{2}$.

PROBLEME VI.

§. 108. *A Tel Denier de Rente pour tant de mois & de jours qu'on voudra, quel Denier eſt-l'année?*

Multipliez, par les mois & les jours, leur Denier de Rente, & diviſez le produit par 12.

Ainſi au Deniet 38 $\frac{2}{5}$ pour 7 mois $\frac{1}{2}$, quel Denier eſt ce l'année?

Je multiplie le Denier 38 $\frac{2}{5}$

par 7|m $\frac{1}{2}$

268 $\frac{4}{5}$

p^{r}. $\frac{1}{2}$ · 19 $\frac{1}{5}$

Diviſez le produit 288 par 12

Il vient le Denier 24 l'année.

Cette Queſtion étant l'Inverſe de la précédente, la Régle de Proportion doit être diſpoſée de cette manière; 12|m. 7|m $\frac{1}{2}$: : 38 $\frac{2}{5}$ Denier & qu'ainſi il faut multiplier 38 $\frac{2}{5}$ par 7|m $\frac{1}{2}$, & diviſer le produit par 12|m.

PROBLEME VII.

§. 109. *A Tel Denier de Rente l'année, quel Denier eſt-ce pour un ou pluſieurs jours?*

Mul-

Multipliez le Denier de la Rente par 360 jours compris dans l'année, & diviſez le produit par le nombre des jours donné. Ainſi au Denier 24 l'année, quel Denier eſt-ce pour 1 jour ? Je multiplie le Denier 24

par 360 jours,

1440
72

Et je diviſe le produit 8640 par 1 jour, ce qui donne le Denier 8640 par jour, parce que 1 ne diviſe pas.

Cette Méthode eſt la même que celle des Problêmes III. & V. Dans l'un & dans l'autre, on a multiplié le Denier de la Rente par l'année reduite en mois, & diviſez le produit par le nombre des mois donné : Et ici nous multiplions le Denier de la Rente par l'année réduite en jours, & diviſez le produit par le nombre des jours donné, parce qu'il s'agit de cette Régle de Proportion ; *Comme 1 jour eſt à 360 jours, ainſi le Denier 24 eſt au Denier qu'on cherche.*

Si l'on demande encore quel eſt le Den. de la Rente pour 12 jours au Den. 25 pour l'année ? On fera cette Régle de Trois ; 12 j. 360 j. :: Den. 25.
1 30 30

Et l'on aura le Denier 750 pour 12 jours. C'eſt-à-dire, que lorſque la Rente eſt, pour un an, la 25e. partie du Capital, elle en eſt la 750e partie pour 12 jours.

PROBLEME VIII.

§. 110. *Trouver la Rente d'une année d'un Capital quelconque à Tel Denier l'année ?*

Diviſez le Capital par le Denier de la Rente.

QUESTION PREMIERE.

Soit le Capital de L. 4387. 10 ſ. dont on demande la Rente au Denier 16 ?

Il eſt évident, par la Définition (§. 102.) qu'il ne faut que diviſer par 16. Puiſqu'il s'agit de cette Régle de Trois ;

Si L. 16. donnent L. 1, combien L. 4387. 10 ſ.?

Rép. L. 274. 4. ſ. 4. d. $\frac{1}{2}$.

118
67
3
20
70
6
12
72
8
16 $= \frac{1}{2}$

PROBLEME IX.

§. 111. *Trouver ce qu'il en coûtera de Capital pour une conſtitution de Rente à Tel Denier qu'on voudra?*

Multipliez la ſomme donnée de la Rente par le Denier auquel elle eſt conſtituée.

QUESTION SECONDE.

Combien en coûtera-t-il de Capital à fonds perdu pour une conſtitution de Rente viagère & annuelle de L. 274. 4. ſ. 4. d $\frac{1}{2}$. au Denier 16?

Puiſqu'au Denier 16, la Rente eſt la 16e. du Capital, le Capital vaut 16 fois la Rente; Donc:

Si L. 1. de Rente coûte L. 16. de capital, combien L. 274. 4. ſ. 4 d $\frac{1}{2}$?

	16
	1644
	274
pour 4. ſ. . .	3. 4.
pour 4. d. . .	5. 4. d.
pour $\frac{1}{2}$ d. . .	8.
Réponſe .	L. 4387. 10. —

PROBLEME X.

§. 112. *La ſomme de la Rente & celle du Capital étant données, trouver à quel Denier la Rente eſt conſtituée?*

Diviſez le Capital par la Rente.

Soit

QUESTION TROISIEME.

Soit la Rente L. 274. 4. ſ. 4. d. $\frac{1}{2}$. & le Capital L. 4387. 10. ſ. on demande à quel Denier cette Rente eſt conſtituée?

Il ne s'agit que de trouver qu'elle partie la Rente eſt du Capital, & l'on aura le Denier de la conſtitution, §. 102. Donc:

Si L.274. 4. ſ.4. d $\frac{1}{2}$. de Rente font L.4387.10. ſ. de capital, comb. L.1. de Rente?

2	2
549. 8. 9.	8775
4	4
2195. 15. —	35100
4	4
8775	140400
Rép. Au Denier 16.	52650
	0000

PROBLEME XI.

§. 113. *Etant donnée la ſomme du Capital & de l'Intérêt joints enſemble, de même que le Denier de la Rente auquel l'Intérêt a été calculé, trouver le Capital & l'Intérêt ſeparés?*

Diviſez la Somme donnée par le Denier de la Rente plus 1 & vous aurez l'Intérêt, qui deduit de la dite Somme, donnera le Capital en reſte.

QUESTION QUATRIEME.

On a reçû L. 4661. 14. ſ. 4. d $\frac{1}{2}$ pour le Principal avec l'Intérêt au Denier 16, on demande quel étoit le Capital & quel eſt l'Intérêt?

Comme l'Intérêt, au Denier 16, eſt $\frac{1}{16}$ du Capital, qui, par conſéquent, eſt égal à $\frac{16}{16}$ de lui-même, il ſuit que la Somme donnée comprend $\frac{17}{16}$, puis qu'elle comprend le Capital, qui eſt $\frac{16}{16}$, & l'Intérêt, qui eſt $\frac{1}{16}$: En diviſant donc cette Somme par 17, (qui eſt le Denier 16. plus 1.) On aura l'Intérêt, lequel étant déduit de la Somme donnera le Capital en reſte. Donc

Si L. 17. prin. & int. donnent L. 1 d'interêt, combien L. 4661. 14. ſ. 4. d $\frac{1}{2}$?

Rép. L. 274 4. ſ. 4. d $\frac{1}{2}$ d'intérêt.

De L. 4661. 14. ſ. 4. d $\frac{1}{2}$ principal & intérêt,
Otez 274. 4. 4. d $\frac{1}{2}$ intérêt,

Reſte L. 4387. 10 — de principal.

126
71
3
20
74
6
12
76 d $\frac{1}{2}$
8 d $\frac{1}{2}$
$= \frac{1}{2}$.
17

PROBLEME XII.

§ 114. *Trouver les Rentes ou Intérêts d'un Capital, pour un certain tems & à un tel Denier l'année ?*

Multipliez le Capital par le Tems, & diviſez le produit par le Denier de la Rente de l'année.

QUESTION CINQUIEME.

A quoi montent les Rentes ou Intérêts de L. 5793. 15 ſ. de Capital dès le 5e X^bre^. 1746 juſqu'au 29 Août 1762 au Denier 25 l'année ?

1°. Cherchons le tems écoulé d'une Datte à l'autre.

De 1761 ans 7 mois 29 jours, *Datte poſtérieure.*
Otez 1745 ans 11 mois 5 jours, *Datte antérieure.*

Reſte 15 ans 8 mois 24 jours, pour le tems.

2°. Comme au Denier 25 l'année les Intérêts de 25 ans égalent le Capital, (§. 102. 2de. Conſéquence,) dites ;

Si 25 ans donnent L. 5793. 15 ſ., combien 15 ans 8|m. 24 jours?

15 ans 8|m. 24 j.

Rép. L. 3646. 4 ſ.

28965
5793

p^{r}. 10 ſ.	.	7.	10 —
p^{r}. 5 ſ.	.	3.	15 —
p^{r}. 6|m	2896.	17.	6. d.
p^{r}. 2|m.	965.	12.	6.
p^{r}. 20 j.	-321.	17.	6.
p^{r}. 4 j.	64.	7.	6.

91155 — —
161
115
155
5
20
100
00

PROBLEME. XIII.

§. 115. *Les Intérêts, le Tems, & le Denier de la Rente d'une année étant donnés, trouver le Capital?*

Multipliez les Intérêts par le Denier de la Rente de l'année, & diviſez le produit par le Tems.

QUESTION SIXIEME.

Quel eſt le Capital dont les Rentes de 15 ans 8|m. 24 jours donnent L. 3646. 4 ſ. au Denier 25 l'année?

Il faut chercher les Rentes de 25 ans qui égalent le Capital. Donc, ites ;

Si 15 ans 8|m 24 j. donnent L. 3646. 4. f. combien 25 ans?

5	5
78 ans 8|m	18231
3	3
236	54693
	25
Rép. L. 5793. 15. f.	273465
	109386
	1367325
	1873
	2212
	885
	177
	20
	3540
	1180
	000

PROBLEME XIV.

§. 116. *Le Capital, les Intérêts, & le Denier de la Rente de l'année, trouver le Tems?*

Multipliez les Intérêts par le Denier de la Rente, & diviſez le produit par le Capital.

QUESTION SEPTIEME.

Dans combien de-tems le Capital de Liv. 5793. 15. f. donnera-t-il L. 3646. 4. f. d'Intérêts au Denier 25 l'année?

Comme les Intérêts de 25 ans égalent le Capital, dites;

Si L. 5793. 15. ſ. font 25 ans, combien L. 3646. 4. ſ. ?

4	25
23175	18230
	7292
	5
	91155
	4
	364620
	132870
	16995
	12
	203940
	18540
	30
	556200
	92700
	00000

Rép. 15 ans 8 mois 24 jours.

PROBLEME XV.

§. 117. *Le Capital, les Intérêts & le Tems étant donnés, trouver le Denier de la Rente l'année ?*

Multipliez le Capital par le Tems, & diviſez le produit par les Rentes ou Interêts.

QUESTION HUITIEME.

A quel Denier de Rente l'année le Capital de L. 5793. 15 ſ. donnera-t-il L. 3646. 4 ſ. de Rentes dans 15 ans 8 mois 24 jours ?

Comme le Denier de la Rente de l'année eſt toujours égal au nombre d'années dont les Rentes égalent le Capital, il faut raiſonner de cette manière ;

Si L. 3646. 4 ſ. font 15 ans 8|m. 24 j. combien L. 5793. 15 ſ. ?

5	5	
		L. 1931. 5 ſ.
18231	78 ans 8|m.	78 ans 8|m.
6077		15448
		13517

Rép. 25 ans, ce qui marque le Denier 25 l'année,

pour 5 ſ.	. .	19. 10
pour 4|m.	.	643. 15
pour 4|m.	.	643. 15
		151925 —
		30385
		0000

PROBLEME XVI.

§. 118. *Connoiſſant la Somme du Capital joint avec les Rentes, le Tems & le Denier de la Rente l'année, trouver le Capital & les Rentes ſéparément ?*

Multipliez par le tems la Somme qui comprend le Capital & les Rentes, & diviſez le produit par la Somme du Denier de la Rente joint au tems, & vous aurez les Rentes ; Ou, multipliez la ſuſdite Somme par le Denier de la Rente, & diviſez le produit par la Somme du Denier de la Rente joint au tems, & vous aurez le Capital.

QUESTION NEUVIEME.

On a reçû L. 9439. 19 ſ. pour le Capital & pour les Rentes ou Intérêts de 15 ans 8 mois 24 jours au Denier 25 l'année, on demande quel étoit le Capital, & quels ſont les Rentes ou Intérêts ?

Comme, au Denier 25 l'année, les Intérêts de 25 ans égalent le Capital, on peut dire que la Somme donnée eſt l'aſſemblage des Intérêts de 25 ans & de ceux de 15 ans 8 mois 24 jours, c'eſt-à-dire, que cette Somme eſt égale aux Intérêts de 40 ans 8 mois 24 jours. Ainſi on réſoudra la Queſtion en faiſant l'une des Opérations ſuivantes.

Iere. *Opération qui fait trouver les Intérêts.*

Si 40 ans 8|m. 24 jours font L. 9439. 19 ſ. combien 15 ans 8|m. 24 jours ?

5 — 203 ans 8|m. — 3 — 611

236 — 56634 — 28317 — 18878

5 — 78 ans 8|m. — 3 — 234

Rép. L. 3646. 4 ſ. Intérêts.

p^r. 18 ſ. . 212. 8.
p^r. 1 ſ. . 11. 16.
2227020. 4.
3948
2822
3788
122
20
2444
000

De L. 9439. 19 ſ. princ. & int.
Otez 3646. 4 ſ. d'intérêts,
Reſte L. 5793. 15 ſ. de Capital.

II^de. *Opération qui fait trouver le Capital.*

Si 40 ans 8|m. 24 j. font L. 9439. 19 ſ. — combien 25 ans ?

5 — 203 ans 8|m. — 3 — 611

5 — 47199. 15 ſ. — 3 — 141599. 5 ſ. — 25

Rép. L. 5793. 15 ſ. — Capital.

707995
283198
p^r. 5 ſ. . . 6. 5.
3539981. 5.
4849
5728
2291
458
20
9165
3055
000

De L. 9439. 19 ſ. Princ. & int.
Otez 5793. 15 de Capital
Reſte L. 3646. 4 ſ. d'intérêts.

NB. On voit bien que l'une de ces deux Operations ſuffit pour reſoudre la Queſtion propoſee.

QUES-

QUESTION DIXIEME.

§. 119. A quoi monte la Rente ou l'Intérêt de L. 4150 pour 7 mois 15 jours au Denier 18 l'année ?

Si 18 ans donnent L. 4150. Combien donneront 7 mois 15 jours ?

Rép. L. 144. 1 ſ. 11. d.

p^r. 6|m. 2075
p^r. 1|m ½ 518. 15

L'on compte L. 144. 2 ſ. d'intérêt.

2593. 15
79
73
1
20
35
17
12
204
24
Reſte 6. d. qu'on néglige.

NB. Comme le 3e. terme n'a point d'année ainſi que le premier, l'on a multiplié le 2^d. terme par le 3e. en prenant les parties aliquotes de l'Annee.

QUESTION ONZIEME.

§. 120. Quel eſt l'Intérêt de L. 3815. 10 ſ. de Capital, pour 12 jours, au Denier 16 l'année ?

Si 16 ans donnent L. 3815. 10 ſ., combien 12 jours ?

Rép. L. 7. 18. ſ. 11. d.

p^r. 2|m ſup. 635. 18. 4. d.
p^r. 12 jours 127. 3. 8.

L'on comptera L. 7. 19. ſ. d'intérêt.

15
20
303
143
15
12
188
28
eſte 12 qu'on néglige.

§. 121.

§. 121. Le 3e. terme n'ayant point d'année ni de mois, l'on a, comme on voit, fait 1°. le produit de 2 mois, dont on a pris la 5e. pour 12 jours, pour avoir le Nombre à diviſer.

L'on pourroit auſſi réduire le 1er. terme en jours pour le rendre ſemblable au 3e. & de cette manière ils ſe trouveroient reductibles, comme on voit par l'operation ſuivante.

Si 16 ans donnent L. 3815. 10 ſ., combien 12 jours?

360 j.	455	
	20	1 j.
960	9110	
48	4310	
	470	
5760 jours	12	
	5640	
480 j.	840	
	360	

Rép. L. 7. 18. ſ. 11. d, comme ci deſſus.

NB. Vous voyez qu'ayant réduit le 1er. terme en jours, j'ai pû le reduire, de même que le 3e. en prenant la 12e. & il n'a été queſtion que de diviſer L. 3815. 10 ſ., ſecond terme, par 480, reduction du 1er.

Il eſt utile de faire quelquefois la même opération par diverſes Methodes, car outre que l'une ſert de preuve à l'autre, cela fournit l'occaſion de faire des remarques inſtructives.

REGLE D'ESCOMPTE.

§. 122. C'Eſt un uſage généralement établi parmi les Marchands que, dans les Ventes que les uns font aux autres, le Terme du payement eſt de 3 mois, 6 mois, ou autre Terme plus ou moins long, ſuivant la Pratique de chaque Place & ſelon l'eſpéce de Marchandiſe.

Uſage des Marchands de vendre à terme.

§123. C'eſt encore un uſage entr'eux que l'Acheteur a l'*option d'eſcompter* s'il paye avant que le Terme ſoit échû, & que le Vendeur reçoit ſon payement avant l'échéance du terme. Si l'Acheteur veut *payer ſous Eſcompte*: C'eſt là une convention qui, quoique tacite, ne forme jamais de difficulté.

Autre Uſage, l'option d'Eſcompter.

§. 124. *L'Eſcompte* dont il s'agit eſt un rabais que le Vendeur accorde à l'Acheteur, en proportionnant ce rabais au tems qui reſte à courir du Terme fixé.

Sur quoi eſt fondé l'uſage d'Eſcompter.

Ce Rabais, qu'on nomme *Eſcompte*, eſt fondé ſur ce que tout Marchand qui vend ſa Marchandiſe pour payer dans un certain Terme convenu ou

ſous-entendu, la paſſe à un plus haut prix que s'il la vendoit Comptant. Cette difference entre le prix pour le Comptant & celui pour le Terme, n'eſt autre choſe que l'évaluation de l'Intérêt de l'argent & du riſque. Quand on vend comptant, on peut faire valoir ſon argent & en tirer 5 pour $\frac{0}{0}$ ou d'avantage de bénéfice; & d'ailleurs on ne court pas le riſque de perdre avec l'Acheteur qui paye comptant.

Celui-ci, d'un autre côté, qui paye avant l'échéance du Terme, le fait pour faire valoir l'argent comptant qu'il ſe trouve, en profitant du bon marché qu'on a en payant Comptant ou dans un Terme court.

La différence du *Comptant* au *Terme* eſt un *Intérêt* ou *Agio*.

§. 125. Il ſuit de-là 1°. Que la difference qu'il il y a entre deux Prix de la même Marchandiſe, dont l'un eſt pour *le Comptant*, & l'autre pour un Terme quelconque, doit être conçuë comme l'Intérêt ou l'*Agio* du plus bas prix que le Vendeur y ajoûte; *Intérêt* ou *Agio* qu'il proportionne à la longueur du Terme & aux riſques.

L'Eſcompte eſt la déduction de cet Intérêt ou Agio.

2°. Que l'*Eſcompte* doit être conçuë comme la déduction de cet Intérêt ou Agio, enſorte que l'Acheteur, qui paye ſous eſcompte, obtienne par ce moyen, la Marchandiſe au même prix que s'il l'eût d'abord marchandée pour comptant, ou pour un terme plus court que celui de l'uſage.

Définition de l'Eſcompte.

§. 126. On definira donc l'Eſcompte; *Un Rabais accordé à un Débiteur qui paye avant le Terme convenu, lequel Rabais conſiſte dans la déduction de l'Intérêt ou Agio qui eſt compris dans une même Somme avec le Principal.*

Si donc le Prix d'une Marchandiſe eſt L. 100 pour payer comptant, & L. 108 pour payer dans un Terme quelconque, on voit qu'il y a augmentation de 8 pour $\frac{0}{0}$ d'Intérêt & qu'il s'agit d'eſcompter ce 8 pour $\frac{0}{0}$, il faudra retrancher L. 8 de L. 108, & non de L. 100, ſuivant un uſage abuſif qui s'eſt introduit en pluſieurs Places. Il en eſt de même de tout autre Prix.

L'Eſcompte eſt également avantageux au Vendeur & à l'Acheteur.

Cette eſpéce de Rabais eſt également utile & avantageux au Vendeur & à l'Acheteur. Celui-ci trouve par-là le moyen de faire valoir ſon argent qui entre plûtôt qu'il ne comptoit. Le vendeur y trouve auſſi ſon avantage de plus d'une maniére: 1°. Un Marchand en gros, qui chaque année, fait beaucoup d'affaires, ſeroit obligé d'avoir de gros fonds ſi toutes ſes ventes étoient à terme & qu'aucune ne fut pour comptant; car il faudroit qu'il eût les fonds pour ſe procurer les Marchandiſes qu'il vend à terme, & qu'il en eût encore autant pour s'en procurer de nouvelles pour la vente prochaine. 2°. Les Marchands en détail, qui d'ordinaire on de petits fonds, ne pourroient comme on dit, ſe tirer d'affaire, ſi la plûpart de leurs ventes n'étoient pas comptant, car c'eſt le ſeul moyen qu'ils ayent pour faire circuler leurs petits fonds plus d'une fois l'année, & en tirer ainſi pluſieurs fois du bénéfice. 3°. Enfin le Vendeur courroit de trop gros riſques ſi toutes ſes ventes étoient à terme, parce que parmi tant de débiteurs, il y en a toûjours qui ſont mauvais.

§. 128.

§. 128. Au reſte, quoique l'Eſcompte ſoit principalement en uſage pour les Dettes qui ſe contractent dans les ventes & achats de Marchandiſes, cela n'empêche point qu'il n'ait quelquefois lieu pour des Dettes d'une autre nature, & en géneral dans tous les cas où il s'agit d'anticiper un Payement. Après ces éclairciſſemens, Je paſſe à des Exemples.

Que l'uſage d'eſcompter à auſſi lieu quelquefois pour toute autre Dette à terme, dont on veut anticiper le payement.

QUESTION PREMIERE.

§. 129. On doit payer L. 3139. 15 ſ. dans un certain tems, mais on payera preſentement ſous l'eſcompte du 9 pour $\frac{0}{0}$; on demande combien il faut rabattre; & combien il faut payer comptant?

Selon la definition ci-deſſus §. 126. il faut dire par la Régle de Trois;

Si L. 109 donnent L. 9. d'Eſcompte, combien L. 3139. 15. ſ.?

9

Rép. L. 259. 4. ſ. 10. d. d'Eſcompte. 28257. 15.

645

Mais on ne met que 9 d. dans la Pratique. 1007

Ainſi de L. 3139. 15. ſ. à payer à terme, 26

Retranchez 259. 4. ſ. 9. d d'Eſcompte, 20

Il reſte L. 2880. 10. ſ. 3. d. à payer préſentement. 535

99

12

1188

98

§. 130. Pour prouver cette Régle, il faut faire voir que le Débiteur gagne réellement les 9 p $\frac{0}{0}$ qu'il lui en auroit coûté s'il n'eut pû payer qu'à l'expiration du terme, & que le Créancier ne rabat préciſément que le 9 p $\frac{0}{0}$ qu'il avoit ajoûté au prix pour comptant. Preuve.

Pour cet effet, il ſuffit de faire voir que le 9 p $\frac{0}{0}$ de la ſomme que paye le Débiteur eſt préciſément égal au rabais qu'on lui fait, ce qu'on trouve par cette Régle;

Si L. 100 donnent L. 9, combien L. 2880. 10. ſ. 3. d.?

9

Rép. L. 259. 4. ſ. 11. d. comme ci-deſſus. 259|24. 12. ſ. 3. d.

| 20

4|92

|12

11|07

NB. La différence d'un denier provient de ce qu'on a négligé le reſte de la diviſion, & qu'on n'a poſé que 9 d. au lieu de 10 qui venoient.

Uſage abuſif.

§. 131. Quoi-que partout ce que j'ai dit, il ſoit évident que la Régle d'Eſcompte doit ſe faire de la manière que jé viens de donner, il y a cependant là-deſſus un uſage abuſif à Genève & en quelques autres Places, où pour eſcompter le 9 p. %, par exemple, on retranche L. 9 ſur chaque L. 100. Ainſi pour répondre à la Queſtion précédente, par cette Méthode abuſive, on fait cette Régle de Trois,

Si L. 100 donnent L. 9 d'Eſcompte, combien L. 3139. 15. ſ. ?

Rép L. 282. 11. ſ. 6. d. d'Eſcompte

9
282 | 57. 15.
20
11 | 55
| 12
6 | 60

Ainſi des L. 3139. 15. ſ. 6. d.
On rabatroit . 282. 11. ſ.

Et il reſteroit L. 2857. 3. ſ. 6. d. à payer préſentement, au lieu de L. 2880. 10. ſ. 3. d., ce qui fait ici une différence de L. 23. 6. ſ. 9. d. à l'avantage du Debiteur.

D'où vient cet Uſage abuſif.

§. 132. Cette Méthode abuſive vient d'une équivoque dans l'expreſſion, *Eſcompter le 9 pour %*, qu'on a entendu comme un Rabais de 9 ſur chaque 100, au lieu de l'entendre d'une déduction de 9 p. %. compris dans une même ſomme avec le Principal, comme je l'ai fait voir. Mais il eſt clair que ce rabais de tant ſur 100 n'eſt pas un Eſcompte, car ce terme *eſcompter* ſignifie *ôter d'une ſomme ce qui s'y trouve joint*, au lieu que, par la maniére abuſive dont je parle, on fait un rabais tout différent de celui de l'Agio ou Intérêt compris dans la même ſomme avec le Principal.

Qu'il faut néanmoins ſe conformer à cet uſage abuſif dans les Places où il a lieu.

§. 133. Comme il eſt difficile d'ôter les abus quand ils ſont une fois introduits, & ſur-tout celui ci, qui eſt à l'avantage de l'Acheteur, il faut ſe conformer à l'uſage établi dans la Place où l'on eſt; permis au Créancier de tâcher de s'indemniſer en n'accordant le rabais qu'à un prix un peu plus bas. Ainſi, dans notre Exemple, ce rabais ne devroit être que d'environ 8 ½ ſur cent, comme on peut le trouver par cette Régle;

Si

Si L. 3139. 15. ſ. ne doivent rabattre que L. 259. 4. ſ. 9. d. combien L. 100 ?

4

12559

Rép. L. 8. 5. ſ. 1. d.

4

1036. 19
100

103600
pour 19 ſ. . . . 95

103695
3223
20

64460
1665
12

19980
7421

§. 134. Je reviens à la vraie manière d'exécuter la Régle d'Eſcompte, pour m'en ſervir dans les Exemples que j'en vais encore donner, laquelle eſt en uſage dans pluſieurs bonnes Villes de Commerce: Elle conſiſte *à multiplier la Somme par le prix de l'Eſcompte, & à diviſer le produit par* 100 *plus le prix de l'Eſcompte, pour avoir l'Eſcompte à déduire de la Somme, & le reſte eſt à payer comptant.*

Que dans les Exemples ſuivans on pratiquera la vraie Méthode.

QUESTION SECONDE.

§. 135. Quelle eſt la Somme dont l'Eſcompte au 9 pour $\frac{0}{0}$ monte à L. 259. 4 ſ. 9. d. ?

Si L. 9 s'eſcomptent ſur L. 109, combien L. 259. 4. ſ. 9. d. ?

Régle de cette Méthode.

109

2331
259

pour 4 ſ. . . . 21. 16 —
pour 6 d. . . . 2. 14. 6. d.
pour 3. d. . . . 1. 7. 3.

28256. 17. 9. d.

Rép. L. 3139. 13. 1. d.

QUESTION TROISIEME.

§. 136. A combien pour $\frac{0}{0}$ a été calculé l'Escompte sur L. 3139. 15 s. qui monte à L. 259. 4. s. 9. d.?

1°. De L. 3139. 15 ——
Otez 259. 4. 9. d. d'escompte

Reste L. 2880. 10. 3. d.

2°. Si L. 2880. 10. s. 3. d. donnent L. 259. 4. s. 9. d. combien L. 100?

20
57610. — s. 3. d.
4
230441

Rép. L. 8. 19. s. 11. d.

Ce qui marque le 9 pour $\frac{0}{0}$, qui n'est pas venu parfaitement juste, à cause du reste de la division qu'on néglige, & parce qu'on n'a mis que L. 259. 4. s. 9. d., au lieu de L. 259. 4. s. 10. d.

20
5184. — s. 9. d.
4
20739
100
2073900
230372
20
4607440
2303030
229061
12
2748732
444322
213881

Remarque générale.

§. 137. On voit ici ce qu'on a déja pû remarquer ci-devant, & qu'on observera encore dans la suite, que la Solution d'une Question ne se peut pas toûjours faire par une seule Régle de Trois. Ainsi dans cet Exemple, il a premiérement fallu ôter l'Escompte de la Somme donnée, parce que cet Escompte est l'agio compris dans cette Somme avec le Principal, de sorte que le Reste de la Soustraction a donné ce Principal sur lequel le 9 pour $\frac{0}{0}$ est censé avoir été pris. En général, il faut que le Jugement préside toûjours à toutes les opérations, pour chiffrer en raisonnant, & non machinalement.

QUESTION QUATRIEME.

§. 138. On doit payer L. 4230. 10 ſ. dans 17 mois 20 jours, mais on payera préſentement ſous l'Eſcompte de 4 pour ℅ l'année; on demande combien il faut déduire & combien on payera?

1°. Si 12 mois donnent 4 pour ℅ d'eſcompte, combien 17 mois 20 j.?

3	1		3
36 mois			53 mois
9		*Rép.*	5. $\frac{8}{9}$ p ℅.

J'ai multiplié par 3, le 1er. & le 3e. terme pour faire évanouïr les 20 jours du dernier: Enſuite le 1er. & le 2d. terme ſe trouvant être 36 & 4, j'ai pris le quart de l'un & de l'autre, ce qui m'a donné 9 & 1 pour les deux premiers Termes. La Multiplication par le ſecond, qui eſt 1, devenant inutile, il n'a été néceſſaire que de diviſer le 3e: terme, 53, par le 1er terme, 9, en prenant la 9eme. Ce qui a donné 5 $\frac{8}{9}$ pour ℅ d'agio, à déduire de la Somme de L. 4230. 10 ſ., dans laquelle cet Agio eſt cenſé compris avec le Principal. Il faut donc 2°. faire cette autre Régle de Trois;

Si L. 105 $\frac{8}{9}$ eſcompte L. 5 $\frac{8}{9}$, combien L. 4230. 10 ſ.?

9	9	53
953	53	12690
		21150
Rép. L. 235. 5. ſ. 5. d. d'Eſcompte		pr. 10 ſ. , 26. 10 —

Donc de L. 4230. 10 ſ. à payer dans 17 m. 20 j. 224216. 10 —
Otez 235. 5. 6. d. d'Eſc. pr. ce tems-là 3361
5026
Il reſte L. 3995. 4. ſ. 6. d. à payer préſentement. 261
20
5230
465
12
5580
815

Pour preuve, il faut chercher l'Agio ou l'Intérêt de L. 3995. 4. ſ. 6. d. pour 17 mois 20 jours, à 4 p ℅ l'année, qui doivent être egaux à L. 235. 5. ſ. 6. d. eſcompte qu'on a trouvé.

1°.

1°. Si L. 100 donnent L. 4. combien L. 3995. 4. f. 6. d. ?

4

Rép. L. 159. 16. f. 2. d. p^r l'année. 159|80. 18. f. —

2°. p^r 4|m	53. 5.	$4\frac{8}{3} = \frac{12}{18}$	| 20
p^r 1|m	13. 6.	$4\frac{1}{6} = \frac{3}{18}$	16|18
p^r 20 j	8. 17.	$6\frac{7}{9} = \frac{14}{18}$	|12
	L. 235. 5.	5 d. $\frac{11}{18}$.	2|16

NB. On voit bien qu'il ne vient pas exactement 6 d., parce que j'ai négligé le reſte dans la Régle précédente. J'avertis, une fois pour toutes, que je ne calculerai pas exactement les fractions de d^r, parce qu'on les néglige dans la Pratique, à moins que je ne ſois amené à le faire pour montrer rigoureuſement la juſteſſe de quelque opération.

QUESTION CINQUIEME.

§. 139. Quelle eſt la ſomme dont l'Eſcompte, pour 17|m 20 j., au 4 p$\frac{0}{0}$ l'année, donne L. 235. 5. f. 6. d. ?

1°. Comme dans la Queſtion précédente;

Si 12|m donnent 4 p$\frac{0}{0}$, combien 17|m 20 j. ?

Et l'on trouve 5$\frac{8}{9}$ p$\frac{0}{0}$.

2°. Si L. 5$\frac{8}{9}$ ſont l'Eſcompte de L. 105$\frac{8}{9}$, de combien L. 235. 5. f. 6. d. ?

9 | 9

53 | 953

L. 235. 5. f. 6. d.

Rép. L. 4230. 10. f. 4765

2859

1906

p^r 5 f. . . . 238. 5. f. —

p^r 6 d. . . . 23. 16. f. 6. d.

224217. 1. 6. d.

122

161

27

20

541

11

QUES

QUESTION SIXIEME.

§. 140. A combien p $\frac{0}{0}$ l'année la somme de L. 4230. 10. ſ. donne-t-elle L. 235. 5. ſ. 6. d. d'Eſcompte pour 17|m 20 j. ?

1°. De L. 4230. 10. ſ. — payable dans 17|m 20 j.
Otez 235. 5. ſ. 6. d. Eſcompte de 17|m 20 j.

Reſte L. 3995. 4. ſ. 6. d. payé comptant.

2°. Si L. 3995. 4. ſ. 6. d. donnent L. 235. 5. ſ. 6. d. combien L. 100 ?

20		20
79904. ſ. 6. d.		4705. ſ. 6. d.
2		2
159809		941100
Rép. L. 5. 17. ſ. 9. d. p $\frac{0}{0}$		142055
dans 17|m 20 j.		20
		2841100
		1243010
		124347
		12
		1492164
		53883

3°. Si 17|m 20 j. donnent L. 5. 17. ſ. 9. d., combien 12 mois.

3	3	L. 17. 13. 3. d.
53	17. 13. 3.	211. 19.
		52
		20
		1059
		529
		52
		12
		624
		94
		41

Rép. L. 3. 19. ſ. 11. d. p $\frac{0}{0}$ ou plutôt 4 p $\frac{0}{0}$ l'année, la différence de moins d'un denier provenant des Reſtes négligés à la diviſion.

QUESTION SEPTIEME.

§. 141. Pour combien de tems eſt-ce que Liv. 4230. 10. ſ. donnent L. 235. 5. ſ. 6. d. d'Eſcompte au 4 p ℅ l'année?

1°. Comme ci-deſſus, des L. 4230. 10. ſ.
Otez 235. 5. ſ. 6

Reſte L. 3995. 4 ſ. 6

2°. Si L. 100 donnent L. 4, combien Liv. 3995. 4. ſ. 6. d.?

Rép. L. 159. 16. ſ. 3. d. Eſcompte d'un an.

4
159|80. 18. 1.
| 20
16|18
|12
2|16

3°. Si L. 159. 16. ſ. 3. d. font 12|m, combien L. 235. 5. ſ. 6. d.?

4
639. 5.
4
2557

Rép. 17 mois 19 j.

On comptera 17|m 20 j. non-ſeulement à cauſe du Reſte, mais auſſi parce que j'ai mis 3 d. au 1er. terme, quoiqu'il n'en vînt que 2 & un Reſte à la 2de. Régle.

4
941. 2. —
4
3764. 8.
12
45172. 16.
19602
1703
30
51090
pr. 16 ſ. 24
51114
25544
2531

QUESTION HUITIEME.

§. 142. On a payé comptant Liv. 3995. 4. ſ. 6. d. ſous l'Eſcompte de 17|m 20 j. au 4 p ℅ l'année, on demande quelle ſomme formoit la Dette?

1°. Si

1°. Si L. 100 donnent L. 4, combien L. 3995. 4. ſ. 6. d.?

Rép. L. 159. 16. ſ. 3. d. agio d'un an.

2°. p^r 4|m. 53. 5. 5.
p^r 1|m. 13. 6. 4 1/4
p^r 20 j. 8. 17. 6 5/6.

L. 235. 5. 6 d. agio de 17|m 20 j.

Ajoûté à 3995. 4. 6

On a L. 4230. 10. — pour Réponſe.

QUESTION NEUVIEME.

§. 143. On doit payer L. 2135. 17. ſ. 6. d. dans 9 mois 24 jours, mais on payera préſentement ſous l'Eſcompte du 5 p 0/0 l'année, on demande combien il faut eſcompter & combien on payera préſentement?

Cette Queſtion eſt ſemblable à la IV. Opérons donc de même.

1°. Si 12|m donnent 5 p 0/0, combien 9 mois 24 j.

Rép. 4 1/12 p 0/0.

2°. Si L. 104 1/12 eſcomptent L. 4 1/12, combien L. 2135. 17. ſ. 6. d.?

Rép. L. 83. 15. ſ. 10. d.

3°. De L. 2135. 17. ſ. 6. d. à payer dans 9|m. 24 j. 104657. 17. 6
Otez 83. 15. 10 Eſcompte de 9|m. 24 j. 4737
990
20
19817
7327
1082
12
12990
500

Reſte L. 2052. 1. ſ. 8. d. à payer préſentement.

Régle pour trouver d'abord la Somme à payer.

§. 144. Par cette Régle on trouve l'Escompte à soustraire, pour trouver dans le Reste la Somme à payer; mais on peut abréger de la manière suivante:

Si p^r. L. $104\frac{1}{12}$ on ne paye que L. 100, comb. p^r. L. 2135. 17. s. 6. d.?

12	12
1249	25630. 10.
	100
	2563050
	6505
	2600
	102
	20
	2040
	791
	12
	9492
	749

Rép. L. 2052. 1. s. 7. d. à payer préſentement à 1. d. près à cauſe des Reſtes négligés.

QUESTION DIXIEME.

§. 145. On doit payer dans 12 jours un Billet ou une Lettre de Change de L. 4830. 10 s., mais on payera préſentement ſous l'Eſcompte à $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois; combien faut-il eſcompter & combien faut-il payer préſentement?

1°. Si 30 jours eſcomptent $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$, combien 12 jours?

$$\frac{6}{30} = \frac{1}{5} \text{ pour } \frac{0}{0}.$$

J'ai multiplié 12 par $\frac{1}{2}$, le produit eſt 6, qui, diviſé par 30, donne $\frac{6}{30}$ ou $\frac{1}{5}$.

2°. Si

2°. Si L. 100 $\frac{1}{5}$ eſcomptent $\frac{1}{5}$ de L., combien L. 4830. 10 ſ.?

5	5	321
		20
501	1	
		6430
		1420
		418
		12
		5016
		0006

Rép. L. 9. 12. ſ. 10. d.

3°. De L. 4830. 10 ſ. à payer dans 12 j.
Otez 9. 12. 10. d. Eſcompte de 12 j.

Reſte L. 4820. 17. 2. d. à payer préſentement.

Pour Preuve, cherchons l'Intérêt de L. 4820. 17. ſ. 2. d. pour 12 jours à $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois.

1°. Si L. 100 donnent $\frac{1}{2}$ L. combien L. 4820. 17 ſ. 2. d.?

	24	10. 8. 7.
		20
L. 24. 2. ſ. 1. d. Intérêt de 30 j.	2	08
2°. p^{r}. 6 j. 4. 16. 5		12
p^{r}. 6 j. 4. 16. 5	1	03

Rép. L. 9. 12. 10. d. Intérêt de 12 j. égal à l'Eſcompte de 12 j.

REGLE D'ESGOMPTE

Par le Denier de la Rente.

QUESTION PREMIERE.

§. 146. ON doit payer L. 4250 dans un certain tems, mais on payera préſentement ſous l'Eſcompte au Denier 20; on demande combien il faut eſcompter, & combien on payera comptant?

Diviſez la Somme par le Denier de la Rente, auquel on eſcompte, augmenté d'une unité.

Régle générale lorſque le tems n'eſt pas déterminé.

DÉMONSTRATION. La Somme de L. 4250. contient le Principal & l'Intérêt ou Agio, lequel agio eſt l'Eſcompte à déduire, §. 125. Or, au Denier 20, le Principal contient 20 Rentes ou 20 vingtiémes; Donc la Somme de L. 4250 contient 21 Rentes ou 21 vingtiémes. Ainſi pour trouver une de ces Rentes, qui eſt l'eſcompte que nous cherchons, il faut diviſer la

Somme donnée par 21, ce qui eſt le Denier de la Rente augmenté d'une unité. Il eſt évident qu'il en ſera de même pour tout autre Denier de la Rente quand le tems ne ſera pas déterminé, puis qu'alors le Denier de la Rente qu'il faut eſcompter, ne peut qu'être pour tout le tems indéterminé. L'opération revient donc à cette Régle de Trois;

Si L. 21 eſcomptent L. 1, combien L. 4250. ?

Rép. L. 202. 7. ſ. 7. d.

0050
8
20
160
13
12
156
9

Donc de L. 4250 à payer à terme,
Otez 202. 7. ſ. 6. d. d'Eſcompte,

Il reſte L. 4047. 12. ſ. 6. d. à payer compt.

Pour Preuve, cherchons l'Intérêt ou l'Agio de L. 4047. 12 ſ. 6. d. au Denier 20.

Si L. 20 donnent L. 1, combien L. 4047. 12. ſ. 6. d.

Rép. L. 202. 7. ſ. 7. d. égal à l'Eſcompte.

47
7
20
152
12
12
150
10

QUESTION SECONDE.

§. 147. Quelle eſt la Somme dont l'Eſcompte, au Denier 20. eſt L. 202. 7. ſ. 7. d.

Si L. 1 eſt l'Eſcompte de L. 21, de combien L. 202. 7. ſ. 7. d.?

21

202

404

pour 5 ſ.	.	5.	5	—
pour 2 ſ. 6. d.	.	2.	12.	6. d.
pour — 1. d.	.	—	1.	9.
	L.	4249.	19.	3. d.
Ajoûtez le reſte négligé de la Régle p. la Queſtion I.		—	—	9.
Et vous aurez les . . .	L.	4250	—	—

QUESTION TROISIEME.

§. 148. A quel Denier de la Rente eſt-ce que L. 4250. donnent L. 202. 7. ſ. 7. d. d'Eſcompte?

Si L. 202. 7. ſ. 7. d. ſont l'eſcompte de L. 4250, de comb. L. 1 eſt-elle l'eſc.?

20		20	
4047		85000	
12		12	
48571		1020000	
		48580	
Rép. L. 21.		00009	

Puiſque l'on a eſcompté L. 1. de L. 21, il s'enſuit que l'Eſcompte avoit été calculé au Denier 20, §. 146. Ainſi il faut déduire 1. du Quotient 21.

§. 149. La 1ere Queſtion, & tout autre ſemblable, peut auſſi ſe reſoudre en trouvant d'abord la Somme qui eſt à payer comptant, & non l'Eſcompte comme on l'a fait ci-deſſus §. 146. Pour cet effet il faut 1°. multiplier la Somme donnée par le Denier de la Rente, & diviſer le produit par le même Denier augmenté de l'Unité, ce qui fait cette Régle de Trois;

Comment on trouve d'abord la Somme à payer comptant.

Si

Si L. 21 à terme ſont L. 20 comptant, combien L. 4850 ?

Rép. L. 4047. 12. ſ. 4. d. à payer comptant.

20

85000
100
160
13
20
260
50
8
12
96
12

QUESTION QUATRIEME.

§. 150. On doit payer L. 4893. 15. dans 16 mois 18 jours, mais on payera actuellement ſous l'eſcompte au Denier 25. l'année; on demande combien il faut eſcompter, & combien on payera comptant ?

Recherche de la Méthode.

§. 151. Pour découvrir la Methode, il faut concevoir la Somme donnée comme étant compoſée du Principal & de l'intérêt ou agio pour 16|m. 18 j. au Denier 25. l'année, §. 125. Or les intérêts de 25 ans égalent le Capital, §. 102, 2de. Conſéquence ; Dont 16 mois 18 j. ſont 1 an 4|m 18 j.

Donc la Somme donnée eſt égale aux Intérêts de 26 ans 4|m. 18 j. L'Eſcompte conſiſte donc ici à rabattre les intérêts de 1 an 4|m. 18 j. en diſant par une Régle de Trois ;

Si 26 ans 4|m. 18 j. ſont L. 4893. 15 ſ., combien 1 ans 4|m. 18 j.

Régle.

§. 152. Il eſt facile de déduire de là cette Régle générale, *qu'il faut multiplier la Somme donnée par le tems pour lequel il s'agit d'eſcompter, & diviſer le produit par le Denier de la Rente augmenté de ce même tems* ce qui donnera l'Eſcompte à déduire, Ou bien *ſi, ſans Changer le diviſeur on multiplie la Somme donnée par le Denier qu'on eſcompte on aura au Quotient la Somme à payer comptant.* Et comme c'eſt là une Régle de Trois, on peut en abréger & faciliter l'opération en réduiſant les termes comme on l'a enſeigné ci-devant, & comme on va voir ſur cette Régle en particulier.

1°. Si 26 ans 4|m. 18 j. font L. 4893. 15 ſ. combien 1 an 4|m. 18 jours?

5	83	5
131 ans 11|m.	14679	6 ans 11|m.
12	39144	12
1583	p^r. 10 ſ. . 41. 10 —	83
	p^r. 5 ſ. . 20. 15 —	

Rép. L. 256. 11. ſ. 9. d. 406181. 5 —

8958
10431
933
20

18665
2835
1252
12

15024
777

(16|m. 18 j.
De L. 4893. 15 — à payer dans
Otez 256. 11. 9. Eſc. de 16m|18j.

Reſte L. 4637. 3. 3. d. à payer compt.

Ou 2°. Si 26 ans 4|m. 18 jours font L. 4893. 15 ſ. combien 25 ans?

5	5
131 ans 11|m.	24458. 15
12	12
1583	293625
	25
	1468125
	587250
	7340625

Rép. L. 4637. 3. ſ. 2. d. à payer comptant comme ci-deſſus; La petite différence ſe trouve dans les Reſtes négligés.

10086
5882
11335
254
20

5080
331
12

3972
806

Pour Preuve cherchons l'agio de L. 4637. 3. ſ. 3. d. pour 16|m. 18 jours au Denier 25. l'années, qui doit monter l'eſcompte ci-devant L. 256. 11. ſ. 9. d.

Si 25 ans donnent L. 4637. 3. ſ. 3. d.; combien 1 an 4|m. 18 j.?

L. 256. 11. ſ. 9. d.

p^r. 4|m. 1545. 14. 5
p^r. 12 j. 154. 11. 5 $\frac{3}{10} = \frac{6}{20}$
p^r. 6 j. 77. 5. 8 $\frac{13}{20}$

6414. 14. 9. d $\frac{19}{20}$
141
164
14
20
294
44
19
12
237
12

QUESTION CINQUIEME.

§. 153. Quelle eſt la Somme dont l'Eſcompte pour 16|m. 18 jours monte L. 256. 11. ſ. 9. d. au Denier 25 l'année?

Si 1 an 4|m. 18 j. font L. 256. 11. ſ. 9. d., combien 26 ans 4|m. 18 j.?

5
6 ans 11|m.
12
83

Rép. L. 4893. 14. ſ. 2. d.

5
131 ans 11|m.
12
1583
L. 256. 11. 9. d.

9498
7915
3166
p^r. 10 ſ. . 791. 10 ——
p^r. 1 ſ. . 79. 3 ——
p^r. 6 d. . 39. 11. 6 d.
p^r. 3 d. . 19. 15. 9.

406178 — 3 d.
741
777
308
59
20
1180
350
18
12
219
53

On comptera L. 4893. 15 ſ. — parce que ce qui manque provient de ce qu'on a négligé près de ½ d. qui venoit par le Reſte de la Régle à la Queſtion IV.

NB. La Somme demandée comprenant le Principal & l'agio de 1 an 4|m. 18j & le Princ. étant égal à l'agio de 25 ans au Den. 25 l'année, il ſuit que p^r. trouver cette Somme il faut chercher l'Agio de 26 ans 4|m. 18 jours comme on l'a fait dans l'Opération ci-deſſus.

QUESTION SIXIEME.

§. 154 A quel Denier l'année a été calculé l'Eſcompte ſur L. 4893. 15 ſ. qui monte L. 256. 11 ſ. 9. d. pour 16|m. 18 jours.

1°. De L. 4893. 15 — Somme qui étoit à payer dans 16|m. 18 j.
Otez 256. 11. 9. d. Eſcompte de 16|m. 18 j.

Reſte L. 4637. 3. 3. d. payé comptant.

2°. Si L. 256. 11. ſ. 9. d ſont 1 an 4|m. 18 j. combien L. 4637. 3. ſ. 3. d.?

20	20
5131. ſ. 9. d.	92743. ſ. 3. d.
4	4
20527	370973
	p^r. 4|m. 123657. 13. 4. d.
	p^r. 12 j. . 12365. 15. 4
	p^r. 6 j. . 6182. 17. 8
	513179. 6. 4. d.
	102639
	00004.

Rép. 25 ans, ce qui marque le Denier 25 l'année.

QUESTION SEPTIEME.

§. 155. Pour combien de tems l'Eſcompte ſur L. 4893. 15 ſ. monte-t-il L. 256. 11 ſ. 9. d. au Denier 25 l'année.

1°. De L. 4893. 15 ſ. Somme à payer dans un certain tems,
Otez 256. 11. 9. d. Eſcompte pour ce tems,

Reſte L. 4637. 3. 3. d. Somme payée comptant.

2°. Si L. 4637. 3. ſ. 3. d. ſont 25 ans, combien L. 256. 11. ſ. 9. d.?

20	20
92743 ſ. 3. d.	5131. ſ. 9. d.
4	4
370973	20527
	25
	102635
	41054
	513175
	142202
	12
	1706424
	222532
	30
	6675960
	2966230
	369419

Rép. 1 an 4|m. 17 j. Mais l'on comptera 1 an 4|m. 18 j. vû que le reſte fait preſque 1 j.

QUES-

QUESTION HUITIEME.

§. 156. On doit payer L. 3156. 10. ſ. dans 5 mois 15 jours mais on payera preſentement ſous l'eſcompte au Denier 20. l'année ; on demande combien il faut eſcompter, & combien on payera comptant ?

Si 20 ans 5|m $\frac{1}{2}$ font L. 3156. 10 ſ. combien 5 mois $\frac{1}{2}$?

2	11	2
40 ans 11|m.	34721. 10	11 mois
12	351	
491	20	
	7030	
Rép. L. 70. 14. ſ. 3. d.	2120	
	156	
	12	
	1872	
	399	

Ainſi de L. 3156. 10 — à payer dans 5|m $\frac{1}{2}$
Il faut eſcompter 70. 14. 3. d.

Reſte L. 3085. 15. 9. d. à payer préſentement.

Pour Preuve cherchons l'agio de L. 3085. 15. ſ. 9. d. pour 5 mois $\frac{1}{2}$ au Denier 20 l'année, & nous trouverons les L. 70. 14. ſ. 3. d. d'eſcompte.

Si 20 ans donnent L. 3085. 15. ſ. 9. d. combien 5|m $\frac{1}{2}$?

R. L. 70. 14. 3. d.

p^r. 4|m.	1028. 11. 11
p^r. 1|m $\frac{1}{2}$	385. 14. 5
	1414. 6. 4
	14
	20
	286
	86
	6
	12
	76
	16

QUESTION NEUVIEME.

§. 157. On doit payer un Billet ou une Lettre de Change de L. 4000. dans 18 jours, mais on payera préſentement ſous l'eſcompte au Denier 16 l'année; on demande combien il faut eſcompter & combien il faut payer comptant ?

Si 16 ans — |m. 18 j. font L. 4000, combien 18 jours

12		790	3
192|m. 18 j.		148	1
30		20	
5778 j.		2960	
		71	
963		12	
		852	
321		210	

NB. Remarquez que le 3e. terme étant des jours, j'ai réduit le 1er. en jours; qu'enſuite j'ai réduit le 1er. & le 3e. terme, 1°. en prenant la 6e. & 2°. le $\frac{1}{3}$ de cette 6e. Ce qui ayant réduit le 3e. terme à l'Unité, il n'y a eu qu'à diviſer le ſecond par 321.

Rép. L. 12. 9. ſ. 2. d.

Donc de L. 4000 à payer dans 18 j.

Otez 12. 9. ſ. 3. d. Eſcompte de 18 j.

Reſte L. 3987. 10. ſ. 9. d. à payer comptant.

Pour preuve, cherchons l'agio pour 18 jours de L. 3987. 10 ſ. au Denier 16 l'année, qui viendra comme l'Eſcompte.

Si 16 ans donnent L. 3987. 10. ſ. 9. d. combien 18 jours ?

Rép. L. 12. 9. ſ. 2. d. p. 3|m. ſupoſ. s. 996. 17. 8. $\frac{1}{4}$

pour 18 j. . 199. 7. 6 $\frac{9}{20}$

39
7
20
147
3
12
42
10

REGLE

REGLE DE SOCIETÉ

Ou de Compagnie.

§. 158. IL s'agit ici de partager un Nombre en plusieurs Portions inégales, dont les raports sont exprimés par des Nombres donnés. En quoi elle consiste en général.

Pour découvrir la Méthode, nous allons résoudre le Probléme suivant.

PROBLEME GÉNÉRAL.

§. 159. *Partager un Nombre quelconque en autant de parties inégales qu'on voudra, selon certains raports donnés.*

SOLUTION.

Soit le nombre 100. à partager en deux portions inégales qui soient entr'elles comme les nombres 2 & 3 sont entr'eux.

Il est clair qu'afin que les deux portions inégales qu'on demande soient entr'elles comme 2 à 3. il faut nécessairement dans ce cas particulier, que la plus grande portion soit égale à la moindre plus sa moitié, ou que la moindre portion soit les $\frac{2}{3}$ de la plus grande; ce qui est de même: Or cela revient à partager dabord le nombre proposé, 100. en 5 parties égales Somme des deux nombres, dont il doit en revenir 2 pour la moindre des deux portions inégales & 3 pour la plus grande.

Donc Si 5 parties égales font 100, combien feront 2 parties, & ensuite 3 parties égales?

Des 2 parties égales résultera la moindre des deux portions demandées, & des 3 parties égales résultera la plus grande.

§. 160. De la suit la Méthode générale de partager un Nombre quelconque en plusieurs portions inégales dont les raports sont donnés. On voit qu'*il s'agit de faire une Régle de Trois pour trouver chaque Portion; le premier terme de chaque Régle de Trois doit être la Somme des Nombres qui expriment les raports des portions demandées; le second terme doit être le Nombre à partager; & le troisiéme terme doit être, tour a tour, chacun des nombres donnés pour exprimer les raports, dont, la Somme est le premier terme: De cette maniére le Résultât de chaque Régle de Trois sera la portion qui répond à celui des nombres des raports qui aura été employé.* Régle générale.

QUES-

QUESTION PREMIERE.

§. 161. Trois Marchands aſſociés ont gagné L. 5286. 17. ſ. 6. d. on demande combien il en revient à chacun à proportion de ſa Miſe ou Fonds particulier ?

La Miſe ou le Fonds du premier eſt L. 8500.
——— du ſecond . . . 6800.
——— du troiſiéme . . 4200.

Fonds total . L. 19500.

Il s'agit, comme on voit de partager L. 5286. 17 ſ. 6 d. en trois portions inégales qui ſoient entr'elles comme ces trois nombres ; 8500, 6800, 4200, ou leurs moindres termes ; 85, 68, 42, ſont entr'eux. Il s'agit donc de faire ces trois Régles de Trois, dont le premier terme eſt 195 qui eſt la Somme des trois nombres, 85, 68 & 42.

Si L. 195 gagnent L. 5286. 17. ſ. 6. d., combien L. 85 ?

85

Rép. L. 2304. 10. ſ. 8. d. 26430
42288

pour 10 ſ. . . 42. 10 —
pour 5 ſ. . . 21. 5 —
pour 2. ſ. 6. d. . 10. 12. 6. d.

449384. 7. 6. d.
593
884
104
20
2087
137
12
1650

Reſte 90 qui font $\frac{90}{195}$ de d.

Pour la ſeconde;

Si L. 195 gagnent L. 5286. 17. ſ. 6. d., combien L. 68?

68

Rép. L. 1843. 12. ſ. 6. d. 42280

31716

pour 10 ſ. . . . 34

pour 5 ſ. . . . 17

pour 2 ſ. 6. d. . . 8. 10 —

359507. 10 —

1645

850

707

122

20

2450

500

110

12

1320

Reſte 150 ou $\frac{150}{195}$ de d.

Pour la troiſiéme;

Si L. 195. gagnent L. 5286. 17. ſ. 6. d., combien L. 42?

42

Rép. L. 1138. 14. ſ. 2. d. 10572

21144

pour 10 ſ. . . . 21

pour 5 ſ. . . . 10. 10.

pour 2 ſ. 6. d. . . 5. 5.

222048. 15.

270

754

1698

138

20

2775

825

45

12

540

Reſte 150 qui ſont $\frac{150}{195}$ de d.

Voici donc les Portions demandées, dont l'addition fait la Preuve.

Le premier aura	L. 2304. 10. f. 8. d	$\frac{20}{195}$
Le ſecond	1843. 12. 6	$\frac{150}{195}$
Le troiſiéme	1138. 14. 2	$\frac{150}{195}$
Somme qui étoit à partager. . .	L. 5286. 17. 6. d	($\frac{300}{195}$ = 2 d.)

NB. il eſt aiſé de comprendre que la perte ſe partage comme le profit.

QUESTION SECONDE.

§. 162. Trois Marchands aſſociés ont gagné ou perdu L. 3257. 18 f. d. on demande combien il en revient à chacun à proportion de ſa Miſe & du Tems qu'elle a été dans le Commerce de la Societé ?

La Miſe ou le Fonds du premier eſt L. 2000 pour 30 mois,
. . . . . du ſecond . . 3500 pour 20 mois,
. . . . . du troiſiéme . 4000 pour 15 mois.

Remarquez que ſi l'on ne faiſoit le partage qu'à proportion des Miſes ſans égard aux Tems, le premier, ayant mis le moins, il auroit auſſi le moins des L. 3257. 18 f. 4 d. & le troiſiéme, ayant mis le plus, il lui en reviendroit auſſi le plus. Et ſi l'on ne faiſoit le partage qu'à proportion des Tems ſans égard aux Miſes, le Tems du premier étant le plus long, il auroit auſſi le plus des L. 3257. 18. f. 4. d. & le Tems du troiſiéme étant le plus court, il lui en reviendroit auſſi le moins. De ſorte qu'on voit que le premier par ſa Miſe, doit avoir le moins des L. 3257. 18. 4. d. & par le Tems, il doit en avoir le plus. Il faut donc avoir égard en même-tems aux Miſes & aux Tems, c'eſt-à-dire que les Portions doivent être en raiſon compoſées des Miſes & des Tems. Pour cet effet, il faut multiplier d'abord chaque Miſe par ſon Tems.

Ainſi L. 2000 par 30 mois donnent 60000.
3500 par 20 mois ——— 70000.
4000 par 15 mois ——— 60000.

Il s'agit donc de faire trois portions de L. 3257. 18. f. 4. d. qui ſoient entr'elles comme ces trois Nombres 60000, 70000, & 60000; ou leurs moindres termes, 6, 7, 6, (dont la Somme eſt 19) ſont entr'eux.

On voit que la Portion du troiſiéme ſera égale à celle du premier, qui aura moins que le ſecond. Ainſi ce que la Miſe du premier a de moins que celle du troiſiéme, eſt exactement compenſé par le plus long tems qu'elle a été dans le Commerce. Lon n'a donc ici que deux Régles de Trois à faire en ſuivant la Régle générale. §. 160.

1°. Si 19 gagnent ou perdent L. 3257. 18. ſ. 4. d., combien 6?

6

Rép. L. 1028. 16. ſ. 3. d. 19547. 10 —
54
167
15
20
310
120
6
12
72
Reſte 15 qui ſont $\frac{15}{19}$ de d.

2°. Si 19 gagnent ou perdent L. 3257. 18. ſ. 4. d., combien ?

7

Rép. L. 1200. 5. ſ. 8. d. 22805. 8. 4
38
05
20
108
13
12
160
Reſte 8 qui ſont $\frac{8}{19}$ de d.

Voici donc la Solution de la Queſtion propoſée, en même tems que la Preuve.

Des L. 3257. 18 ſ. 4. d. de profit ou de perte, il en revient

Au premier	L.	1028. 16. ſ. 3. d $\frac{15}{19}$
Au ſecond		1200. 5. ſ. 8. d $\frac{8}{19}$
Au troiſiéme		1028. 16. ſ. 3. d $\frac{15}{19}$
Preuve . . . . . :	L.	3257. 18. ſ. 4. d ($\frac{38}{19}$ = 2 d)

NB. Comme le 3e. terme de la 2de. Régle étoit 7, qui eſt la 6e. de plus que 6, 3e. terme de la 1ere. Régle, on peut trouver la 2de. portion, en ajoûtant à la 1ere. . . . . L. 1028. 16. ſ. 3. d $\frac{15}{19}$

Sa ſixiéme Partie qui eſt . . . . . 171. 9. 4 $\frac{12}{19}$

Et l'on trouve cette ſeconde Portion L. . 1200. 5. 8 $\frac{8}{19}$

Par là on évite la 2de. Régle de Trois.

QUESTION TROISIEME.

§. 163. Six Négocians ſe ſont engagés de fournir la Somme de L. 300000, on demande combien chacun fournira pour ſa Portion ſuivant qu'il s'y eſt intéreſſé par chaque Livre?

Le premier s'eſt intéreſſé . . .	pour	6. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{3}$ de L.
Le ſecond	pour	5. ſ. — ou $\frac{1}{4}$
Le troiſiéme.	pour	3. ſ. 9. d. ou $\frac{3}{16}$
Le quatriéme	pour	2. ſ. 6. d. ou $\frac{1}{8}$
Le cinquiéme	pour	1. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{12}$
Le ſixiéme	pour	— 5. d. ou $\frac{1}{48}$
Somme des fractions	pour	20 ſols ou L 1.

Il s'agit donc de partager les L. 300000 proportionnellement aux parties données de la L. Et par conſéquent de faire ſix Régles de Trois; qui ſont.

Si L. 1. donne { 6. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{3}$; 5. ſ. — ou $\frac{1}{4}$; 3. ſ. 9. d. ou $\frac{3}{16}$; 2. ſ. 6. d. ou $\frac{1}{8}$; 1. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{12}$; — 5. d. ou $\frac{1}{48}$ } combien L. 300000? (*)

Comme, dans chacune de ces ſix Régles de Trois, il n'y a pas de diviſion à faire, le premier terme étant l'unité, il ſuit qu'il ne faut que multiplier le 3e. terme, L. 300000, par le 2d. ſavoir 1° par 6. ſ. 8. d. en prenant le $\frac{1}{3}$ pour avoir la prémiere portion; 2°. par 5 ſ., en prenant le $\frac{1}{4}$, pour avoir la ſeconde portion, &c. comme on voit ici.

1°. L. 300000. multipliées par 6. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{3}$ de L.
produit L. 100000. 1ere. Portion

2°. L. 300000. par 5 ſ. ou $\frac{1}{4}$ de L.
produit L. 75000. 2de. Portion

3°. L. 300000. par 3. ſ. 9. d. ou $\frac{3}{16}$ de L.
p. 2. ſ. 6. d. ou $\frac{2}{16}$ 37500.
p. 1. ſ. 3. d. ou $\frac{1}{16}$ 18750.
produit L. 56250.

4°. L. 300000. par 2. ſ. 6. d. ou $\frac{1}{8}$ de L.
produit L. 37500. 4e. Portion.

5°. L. 300000. par 1. ſ. 8. d. ou $\frac{1}{12}$ de L.
p. L. 25000. 5e. Portion.

6°. L. 300000. par 5 d. ou $\frac{1}{48}$ de L.
p. 2. ſ. 6. d. ſupoſés L. 37500.
p. 5. d. . . L. 6250. 6e. Portion.

Voici donc la réponſe à la Queſtion propoſée

Le premier fournira	L. 100000.
Le ſecond	75000.
Le troiſiéme	56250.
Le quatriéme	37500.
Le cinquiéme	25000.
Le ſixiéme	6250.
Preuve.	L. 300000.

(*) *Remarque.* Dans la maniére dont les termes ſont diſpoſés, les nombres des raports ſont les 2ds termes, & le Nombre à partager eſt le 3e. terme, aulieu que la Régle §. 100 dit qu'il doit être le 2d. terme & chaque nombre des raports au 3e. terme: mais l'on doit ſe ſouvenir que, dans toute Régle de Trois, le 2d. & le 3e. terme peuvent être ſubſtitués à la place l'un de l'autre; c'eſt le changement apelé *Alternando*, §. 174. de la 1ere Partie de cet Ouvrage. Au reſte le 1er. terme, L 1, eſt toujours la Somme des Nombres des raports. Revenons à nos ſix Régles de Trois.

QUESTION QUATRIEME.

§. 164. Six particuliers doivent ſe repartir L. 15000. qu'ils retirent d'une Compagnie, on demande ce qu'il en revient à chacun ſuivant qu'il y eſt intéreſſé?

L'Intérêt du premier eſt exprimé par $\frac{1}{2} = \frac{60}{120}$
. . . . du ſecond . . . par $\frac{1}{3} = \frac{40}{120}$
. . . . du troiſieme . . par $\frac{1}{4} = \frac{30}{120}$
. . . . du quatrieme . . par $\frac{1}{5} = \frac{24}{120}$
. . . . du cinquiéme . . par $\frac{1}{6} = \frac{20}{120}$
. . . . du ſixiéme . . . par $\frac{1}{8} = \frac{15}{120}$

Somme des Portions d'Intérêts. . . $\frac{189}{120}$.

Remarque générale.

§. 165. Lors que (comme dans cette Queſtion & dans la précédente) les Portions ſont indiquées par des Parties uſuelles ou des Fractions, il faut toûjours concevoir que les Portions demandées doivent être entr'elles comme ces Parties uſuelles ou les Fractions ſont entr'elles. Ainſi dans la Queſtion précédente la 4e Portion eſt la moitié de la ſeconde, parce que la ſeconde portion eſt exprimée par 5 ſ. ou $\frac{1}{4}$ de L. & la 4eme. par 2. ſ. 6. d. ou $\frac{1}{8}$ de L, qui eſt la moitié de 5 ſ. ou de $\frac{1}{4}$ de L. Il en eſt de même des autres Portions qui ſont entr'elles comme les Fractions qui les indiquent. Il faut, comme on voit, que les Fractions ſoient réduites à une dénomination commune, & alors les Portions demandées doivent être entr'elles comme les Numérateurs ſont entr'eux. Ainſi, dans cette Queſtion la premiere Portion doit être à la 2de. comme 60 eſt à 40, la 2de. Portion à la 3e. comme 40 à 30, &c. Il ſuit de là que, ſelon la Régle générale §. 160, la Somme des Numérateurs, qui eſt 189, doit être le 1er. terme de chaque Régle de Trois; les L. 15000, qui ſont à repartir, ſeront le 2d. terme; & chacun des ſix Numérateurs ſera, tour à tour, le 3e. terme de ſix Régles de Trois. Ainſi la 1e. Régle ſera;

Si 189 donnent L. 15000, combien 60?

60

900000

Rép. L. 4761. 18. ſ. 1. d $\frac{1}{7}$ 1440
1170
360
171
20
3420
1530
18
12
216
27
$= \frac{9}{63} = \frac{1}{7}$ de d.
189

La 2de. Régle ſera Si 189 donnent L. 15000, combien 40?
La 3e. Si 189 donnent L. 15000, combien 30? & ainſi des autres.
Mais pour éviter cinq Régles de Trois, il ſuffit d'avoir fait la 1ere. qui donne, pour 60, ... L. 4761. 18. ſ. 1. d $\frac{1}{7}$, 1ere. Port.

Comme la 2de. 40, eſt les $\frac{2}{3}$ de la premiére indiquée par 60, je prens les $\frac{2}{3}$ de la 1ere. Portion, qui ſont . . . . . { 1587. 6. ſ— d $\frac{8}{21}$ / 1587. 6. ſ— d $\frac{8}{21}$

Et j'ai L. 3174. 12. ſ— d $\frac{16}{21}$, 2de. Port.

La 3e. indiquée par 30, qui eſt la $\frac{1}{2}$ de 60, qui indique la 1ere. Portion, je prens la $\frac{1}{2}$ de la 1ere. Portion, & j'ai . . . . L. 2380. 10. ſ— d $\frac{4}{7}$, 3e. Port.

La 4e. étant indiquée par 24, je prens 1°. pr. 20, la moitié de la 2de. 40, ... 1587. 6. ſ— d $\frac{8}{21}$
2°. pour 4, la 5e. du produit de 20. . . . 317. 9 2. d $\frac{10}{21}$

Et j'ai L. 1904. 15. ſ. 2. d $\frac{18}{21}$, 4e. Port.

La 5e. indiquée par 20, eſt la moitié de la 2de. indiquée par 40, Savoir . . L. 1587. 6 ſ-- d $\frac{8}{21}$, 5e. Port.

Enfin, la 6e. indiquée par 15, eſt la moitié de la 3e. indiquée par 30, & j'ai . . L. 1190. 9. 6. d $\frac{2}{7}$, 6e. Port.

L'addition

L'addition de ces ſix Portions donne L. 15000. ce qui fait la Preuve.

Ainſi le premier aura . . .	L.	4761.	18.	ſ. 1. d $\frac{1}{7}$	$= \frac{3}{21}$
le ſecond		3174.	12.	——	$\frac{16}{21}$
le 3e.		2380.	19.	—— $\frac{4}{7}$	$= \frac{12}{21}$
le 4e.		1904.	15.	2. d	$\frac{18}{21}$
le 5e.		1587.	6.	——	$\frac{8}{21}$
& le 6e.		1190.	9.	6. d $\frac{2}{7}$	$= \frac{6}{21}$
	L.	15000	—	—	$(\frac{63}{21} = 3$ d.)

Ou bien on peut par une Regle de Trois trouver la moindre Portion indiquée par $\frac{15}{126}$ en diſant;

Si 189 donnent L. 15000, combien 15?

63	5000	5
21	5	
	25000	
	40	
Rép. L. 1190. 9. ſ. 6. d $\frac{2}{7}$	190	
	10	
	20	
	200	
	11	
	12	
	132.	
	6	
	—— $= \frac{2}{7}$.	
	21	

La

La 6e. Portion indiquée par 15 eſt . .		L, 1190. 9. ſ. 6. d $\frac{3}{7}$, $= \frac{6}{21}$
Ajoûtant le $\frac{1}{3}$	5	396. 16. 6. d $\frac{2}{21}$
On a la 5e. Port. indiquée par 20 . . .		L. 1587. 6 — d $\frac{8}{21}$
Ajoûtant le $\frac{1}{5}$	4	317. 9. 2. d $\frac{10}{21}$
On a la 4e. Port. indiquée par 24		L. 1904. 15. 2. d $\frac{18}{21} = \frac{6}{7}$
Ajoûtant le $\frac{1}{4}$	6	476. 3. 9. d $\frac{15}{21}$
On a la 3e. Port. indiquée par 30		L. 2380. 19. — d $\frac{12}{21} = \frac{4}{7}$
Ajoûtant le $\frac{1}{3}$	10	793. 13. — d $\frac{4}{21}$
On a la 2de. Port. indiquée par 40		L. 3174. 12. — d $\frac{16}{21}$
Ajoûtant la $\frac{1}{2}$	20	1587. 6. — d $\frac{8}{21}$
On a la 1ere. Port. indiquée par 60		L. 4761. 18. 1. d $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$

Cela revient au même: On peut remarquer qu'il s'eſt trouvé ici plus commode de chercher, par la Régle de Trois, la moindre portion, pour trouver les autres par ſon moyen.

§. 166. Il y a dans cette Queſtion IV. une choſe qui ſurprend ceux qui ne ſont pas bien au fait des calculs. Ils ſont étonnés de voir que chaque Intéreſſé n'ait pas exactement la portion qu'indique la fraction qui énonce ſon Intérêt dans la Compagnie; Par exemple, que le premier n'ait pas exactement la $\frac{1}{2}$ de L. 15000. qui eſt L. 7500, que le ſecond n'ait pas préciſement le $\frac{1}{3}$ de L. 15000. qui eſt L. 5000. & ainſi des autres; aulieu que dans la Queſtion III. chaque portion s'eſt trouvée être exactement celle qu'enonçoit la fraction. La raiſon en eſt que dans la Queſtion III. la Somme des fractions égale préciſément l'Entier; Mais dans la IVe. la Somme des fractions va au delà de l'Entier. Si donc dans cette derniere Queſtion, l'on donnoit au 1er. préciſement L. 7500. pour ſa $\frac{1}{2}$, au ſecond preciſement L. 5000. pour ſon $\frac{1}{3}$ Il ne reſteroit pas aſſez pour payer au troiſiéme L. 3750. pour ſon $\frac{1}{4}$, & les autres n'auroient rien. Obſervations ſur cette Queſtion IV.

D'où il ſuit manifeſtement que ces fractions ne ſervent qu'à marquer, par les raports qui ſont entr'elles, ceux qui doivent être entre les portions demandées.

En général dans toutes les Queſtions où il s'agit de partager une Somme en pluſieurs portions inégales, & dont les portions ſont indiquées par des fractions, il faut toûjours qu'il y ait entre les portions les mêmes raports qu'entre les fractions, comme on le voit dans la ſolution de la Queſtion III. & dans celle de la Queſtion IV. Si la ſomme des fractions égale préciſément l'entier, chaque fraction indique alors préciſément la portion de chacun: Mais ſi la ſomme des fractions eſt inférieure ou ſupérieure à l'entier, alors chaque fraction n'indique pas préciſément la portion de chacun. Ainſi dans la Queſtion IV. où la ſomme des fractions va au delà de l'entier, le premier doit avoir moins que la $\frac{1}{2}$, à proportion que le ſecond a

moins que le $\frac{1}{2}$; le ſecond doit avoir moins que le $\frac{1}{3}$, à proportion que le 3e. a moins que le $\frac{1}{4}$, &c.

Et ſi la ſomme des fractions eſt inférieure à l'entier, alors le 1er. aura plus que ce que ſa fraction indique, à proportion que le 2^d^. aura plus que ce qu'indique la ſienne; & celui-ci aura auſſi plus que ce que ſa fraction indique, à proportion que le 3e. aura plus que ce qu'énonce la ſienne, &c.

J'avoue que, dans le cas où les Fractions n'égalent pas préciſément l'Entier, cette maniere d'indiquer les portions à faire peut-être équivoque; Mais après les éclairciſſemens que j'ai donnés, il ne doit plus y en avoir. Au reſte cette Méthode eſt en uſage dans les Affaires, & fort commode en différens cas. Je n'en citerai qu'un Exemple: Qu'un Particulier, qui entend les fractions, veuille faire ſon Teſtament, & diſpoſer de ſes Biens à ſes Héritiers en diverſes Portions inégales. Il eſt certain qu'il lui ſuffit, pour remplir ſon but d'indiquer des fractions pour marquer les raports & proportions qu'il veut mettre entre ſes Héritiers, & qu'il ſeroit pénible & très-difficile pour lui, ſurtout s'il eſt malade, de chercher des fractions dont la Somme égalât préciſément l'Entier; Au lieu qu'on voit qu'il peut indiquer par des fractions, telles proportions qu'il voudra, ſans ſe mettre en peine que la Somme de ces fractions égale ou n'égale pas l'Entier.

QUESTION CINQUIEME.

§. 167. On ſupoſe un Banqueroutier dont les Effets, ſaiſis par les Créanciers, produiſent la Somme de L. 15896. qu'ils doivent ſe répartir entr'eux proportionnellement à la Créance de chacun dont voici la Liſte.

Il eſt dû

à *Ami.*	L. 3456. 15. ſ	—
à *Bénédict.*	13078. 17. ſ. 6. d.	
à *Charles.*	10000.	———
à *David*	12000.	———
à *Elie*	2450.	———
à *François*	1256. 16. 2. d.	
Somme totale.	L. 42242. 8. ſ. 8. d.	

Il s'agit de partager la ſomme de L. 15896. en autant de Portions qu'il y a de Créanciers proportionellement à ce qui eſt dû à chacun. (On ſupoſe que ces Créanciers ſont tous du même ordre & ont le même Droit aux Biens du Failli).

Il faut donc, ſuivant la Régle générale §. 160. faire Six Régles de Trois, dont le 1er. terme ſera la Somme des Créances, le ſecond terme ſera le produit des Effets, & le 3eme. ſera; dans la 1er. Régle la premiere Créance; dans la 2de. Régle, la 2de. Créance, &c.

Si

Si L. 42242. 8. ſ. 8. d. ne ſont que L. 15896, comb ?

L. 3456. 15 — ?
L. 13078. 17. 6. d.
L. 10000. ———
L. 12000. ———
L. 2450. ———
L. 1256. 16. 2. d.

Mais comme chacune de ces Régles de Trois exige d'aſſez longues opérations, qui dans le réel, ſeroient d'autant plus pénibles qu'il y a ordinairement un beaucoup plus grand nombre de Créanciers que je n'en ai ſupoſés, on abrége en cherchant d'abord, par une ſeule Régle de Trois, combien il revient de ſols par Livre à chaque Créancier, en diſant?

Si L. 42242. 8. ſ. 8. d. ſe réduiſent à L. 15896, à combien ſe réduit L. 1. ?

3	30
126727. 6	476830
10	20
1267273	9537600
	666689
Rép. L. — 7. ſ. 6. d. par L.	12
	8000268
	396630

Il revient donc 7 ſ. 6 d. par L. à chaque Créancier au lieu de 20 ſ. par L. qu'il auroit s'il n'étoit pas obligé de perdre. On néglige le reſte qui fait un peu plus de $\frac{1}{4}$ de d., ce qui laiſſera une petite Somme pour les fraix indiſpenſables en pareil cas. Ainſi, Si L. 1. donne 7 ſ. 6 d. combien chaque Créance ?

Il ſuffit donc de multiplier chaque Créance par 7 ſ. 6 d. pour avoir ce qui revient à chaque Créancier.

Opérations.

Créance d'*Ami*.	L. 3456. 15. f. —.	Créance de *Bénédict*.	L. 13078. 17. f. 6. d.
pour 5. f. .	864. 3. f. 9. d.	pour 5. f. . . .	3269. 14. 4. d $\frac{1}{2}$
pour 2. f. 6. d.	432. 1. 10 $\frac{1}{2}$	pour 2. f. 6. d. . .	1634. 17. 2. d $\frac{1}{4}$
Il lui revient	L. 1296. 5. f. 7. d $\frac{1}{2}$	Il lui revient . .	L. 4904. 11. 6. d $\frac{3}{4}$

Créance de *Charles*.	L. 10000 —	Créance de *David*.	L. 12000 — —
pour 5. f.	2500 —	pour 5. f. . . .	3000 — —
pour 2. f. 6. d. . .	1250 —	pour 2. f. 6. d. . .	1500 — —
Il lui revient . . .	L. 3750 —	Il lui revient . . .	L. 4500 — —

Créance d'*Elie*.	L. 2450 —	Créance de *François*.	L. 1256. 16. f. 2. d.
pour 5. f. . .	612. 10 —	pour 5. f.	314. 4 — $\frac{1}{2}$
pour 2. f. 6. d. .	306. 5 —	pour 2. f. 6. d. . . .	157. 2 — $\frac{1}{4}$
Il lui revient .	L. 918. 15 —	Il lui revient. . .	L. 471. 6 — d $\frac{3}{4}$

Ami aura donc	L. 1296. 5. f. 7. d.
Bénédict.	4904. 11. 6
Charles.	3750 — —
David.	4500 — —
Elie.	918. 15 —
François.	471. 6 —
	L. 15840. 18. 1. d.
Il reſtera.	55. 1. 11. d. p^{r}. les fraix.
	L. 15896 — —

NB. On néglige les Fractions de d.

Partager au ſol la Livre.

§. 168 Cette Méthode de faire les répartitions ſe nomme *au ſol la Livre*; parce qu'elle conſiſte à voir premierement combien il revient de ſols par L. à chaque Intéreſſé; Et elle eſt beaucoup plus abrégée que s'il faloit avoir recours à autant de Régles de Trois qu'il y a de Portions à faire.

Méthode du Tarif.

§. 169. Quelque commode & uſitée que ſoit cette Méthode, j'en vai néanmoins donner une autre qui a ſon utilité, principalement dans de nombreuſes Répartitions, qu'on eſt obligé de répéter ſouvent ſur le même pied. Elle conſiſte à faire un *Tarif* commençant par 1 Denier, que l'on pouſſe auſſi loin que l'on veut & qu'on le croit néceſſaire. En voici le modèle apliqué à l'Exemple précédent.

1°. Si L. 42242. 8. ſ. 8. d. ſont L. 15896. Combien 1. d?

20		20	
844848	ſ.	317920	ſ.
12		12	
10138184	d.	3815040	d.
		8	
L. —. — ſ. — d	$\frac{3}{8}$	30520320	huitiémes de d.
		105768	

J'ai réduit le 1er. terme en d. pour le rendre ſemblable au 3e. qui eſt 1 d. Enſuite, ne pouvant diviſer les L. 15896. par le Diviſeur 10138184 d, il ne peut venir des L. au Quotient; Ainſi je multiplie le Dividende, L. 15896, par 20 pour avoir des Sols, mais le produit 317920, étant auſſi inferieur au Diviſeur, ne peut donner des Sols au Quotient. Je multiplie donc ces 317920 ſ. par 12 pour avoir des Deniers; le produit, 3815040 d. étant encore plus petit que le Diviſeur, ne peut non plus donner des d. au Quotient. Il reſteroit donc à former une Fraction, dont ce produit ſeroit le Numérateur & le Diviſeur ſeroit le Numérateur, ſavoir $\frac{3815040}{10138184}$ de d. qui ſe réduit à $\frac{476880}{1267273}$ de d. pour les moindres termes, en diviſant par 8 qui eſt le plus grand Diviſeur commun. Mais cette fraction de d. étant trop embaraſſante, & n'étant pas néceſſaire de calculer avec une juſteſſe rigoureuſe, je me ſuis contenté de faire venir au Quotient des huitiémes de d. en multipliant le Dividende, 3815040 d. par 8 & diviſant le produit, j'ai trouvé $\frac{3}{8}$ de d. pour 1 d. & négligé le reſte.

Il eſt préſentement bien facile de compoſer le Tarif ſuivant.

TARIF.

1	Denier donne	$\frac{3}{8}$ de d.
2	Deniers donnent	$\frac{3}{4}$ de d.
3	. . . ——	1 d $\frac{1}{8}$
4	. . . . ——	1 d $\frac{1}{2}$
5	. . . . ——	1 d $\frac{7}{8}$
6	. . . . ——	2 d $\frac{1}{4}$
1	Sol	4 d $\frac{1}{2}$
2	. . . . .	9 d
3	. . . . .	1. f. 1 d $\frac{1}{2}$
4	. . ——	1. f. 6 d
5	. . ——	1. f. 10 d $\frac{1}{2}$
6	. . ——	2. f. 3 d
7	. . ——	2. f. 7 d $\frac{1}{2}$
8	. . ——	3. f. —
9	. . ——	3. f. 4 d $\frac{1}{2}$
10	. . ——	3. f. 9 d
1	Livre donne	7. f. 6 d
2	. . . . .	15. f. —
3	——	L. 1. 2. f. 6 d
4	. . ——	1. 10 ——
5	. . ——	1. 17. 6 d
6	. . ——	2. 5 ——
7	. . ——	2. 12. 6 d
8	. . ——	3 — ——
9	. . ——	3. 7. 6 d
10	. . ——	3. 15 ——
20	. . ——	7. 10 ——
30	. . ——	11. 5 ——
40	. . ——	15 — —
50	. . ——	18. 15 —
100	. . ——	37. 10 —
200	. . ——	75 — —
300	. . ——	112. 10 —
400	. . ——	150 — —
500	. . ——	187. 10 —
1000	. . ——	375 — —
2000	. . ——	750 — —
3000	. ——	1125 — —
4000	. ——	1500 — —
5000	. ——	1875 — —
10000	. ——	3750 — —

Il eſt bien aiſé de voir qu'on peut faire ce Tarif plus en détail & plus étendu ; Mais il ſuffit pour Exemple. J'en vais montrer l'uſage ſur la Queſtion précédente.

Je cherche combien doit avoir *Bénédict* dont la Créance eſt de L. 13078. 17. ſ. 6. d. Je prens dans le Tarif,

1°. p^r.	L. 10000 . . .	L. 3750 — —	
2°. p^r.	. 3000	1125 — —	
3°. p^r.	. . 50	18. 15 —	
4°. p^r.	. . 20	7. 10 —	
5°. p^r.	. . . 8	3 — —	
6e. p^r.	—— 10. ſ. . .	——	3. 9 d
7°. p^r.	—— 7. ſ. . .	——	2. 7 $\frac{1}{2}$
8°. p^r.	—— . 6. d.	——	—2 $\frac{1}{4}$
Et pr.	L. 13078. 17. ſ. 6. d.	j'ai L.	4904. 11. 6. d $\frac{3}{4}$

Ce qui eſt comme on l'a déja trouvé ci-devant.

On trouvera de même ce qui revient aux autres Créanciers.

Je conviendrai ſans peine que, ce Tarif, n'etant pas autant détaillé qu'il pourroit l'être, ne fait pas trouver ſi briévement que par la Méthode qu'on a d'abord ſuivie ce qui revient à chaque Créancier. Mais on avouera auſſi que la Méthode du Tarif, quand il eſt bien détaillé, eſt plus commode lorſqu'il eſt queſtion de Répartitions à pluſieurs Centaines ou même de Milliers de Perſonnnes, comme cela arrive quand on s'en ſert pour la répartition des Taxes & Impôts ſur tout un Pays.

DE LA REDUCTION

DES POIDS ET DES MESURES.

§. 170. LA connoiſſance du Raport & de la Correſpondance des Poids & des Meſures des differens Lieux eſt des plus importante pour le Commerce: Mais il eſt très-difficile d'endonner des Tables bien exactes. Vû leur varieté d'un lieu à l'autre, même dans un Pays ſoumis au même Souverain. Cette multitude prodigieuſes de Poids & de Meſures fait qu'il eſt moralement impoſſible de ſe procurer tous les *Etalons*, *Modeles*, *Poids Matrices*, & en général tous les Originaux des Poids & des Meſures pour les réduire à une Meſure commune afin de les comparer exactement entr'eux. On va donner néanmoins tout ce qu'on a récueilli là-deſſus de plus juſte.

Importance & difficulté de cette Matière.

I°. DES POIDS.

§. 171. La Table des Poids eſt dreſſée, en grande partie, ſur une Table des Raports exacts des Poids d'un grand nombre de Lieux ſur celui de Leipzich, que le Magiſtrat de cette Ville là a fait dreſſer en faiſant examiner combien une Livre de chaque Lieu peſe au Poids de Leipzich juſqu'à un grain. Je diſtingue le raport des Poids trouvé ſelon cette exactitude en l'exprimant de deux manières.

Dans la premiere je marque le Raport de ℔. 100 Poids de Genève juſqu'à $\frac{1}{10}$ de ℔. négligeant tout ce qui eſt au deſſous: Mais dans la ſeconde manière, que je mets à côté, j'ai calculé le Raport dans toute l'exactitude de l'Ouvrage du Magiſtrat de Leipzich, en l'exprimant dans ſes moindres nombres entiers, ainſi ce Raport eſt encore plus juſte.

TABLE

TABLE I.

℔. 100. *Poids de* GENEVE *font aux lieux ſous-nommés, ſavoir ;*

A AIX-LA-CHAPELLE . . . ℔. 117 $\frac{11}{16}$ ou ℔. 514. p^{r}. ℔. 605.
ALEP, pour les groſſes marchandiſes, 24 $\frac{3}{4}$ Rottes de 720 Dragmes.
pour les Soyes de Perſe . 26 $\frac{1}{8}$ Rottes de 780 Dragmes.
pour les Soyes blanches . 25 $\frac{9}{16}$ Rottes de 700 Dragmes.
ALEXANDRIE . . . . . 5 $\frac{1}{4}$ Rottoli.
ALICANTE . . . . . ℔. 160. ou 98 Rotoli.
AMSTERDAM, dont la ℔. à 16 onc. ℔. 111 $\frac{11}{16}$ ou ℔. 325. p^{r}. ℔. 363.

NB. L'Or & l'Argent ſe pêſent au *Marc* de 8 onces égal à celui de *Paris* ou de *Genève*. *L'Once* à 20 *Engels l'Engel* diviſé en $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{8}$

ANVERS . . . . . ℔. 117 $\frac{11}{16}$ ou ℔. 514. p^{r}. ℔. 605.
ANCONE . . . . . ℔. 157 $\frac{3}{4}$
AQUILA . . . . . ℔. 163.
ARAU . . . . . ℔. 115 $\frac{1}{2}$
ARKANGEL . . . . . ℔. 135 $\frac{5}{8}$. ou ℔. 447 p^{r}. ℔. 605.

NB. Le *Poed* eſt à *Arckangel* de ℔. 40. faiſant ℔. 29 à 30 à Genève

ARCHIPEL (aux Isles de) . . . . ℔. 140.
ARSCHOT . . . . . ℔. 118 $\frac{1}{8}$.
AUGSBOURG ou AUGUSTE } Grand Poids. . ℔. 112 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 2696. p^{r}. ℔. 3025.
AUGSBOURG ou AUGUSTE } Petit Poids. . ℔. 116 $\frac{11}{16}$ ou ℔. 2592. p^{r}. ℔. 3025.

NB. Le Poids pr. l'Or & l'argent eſt le *Marc*. Le *Marc* a 16 lots, le *Lot* 4 *Quarts*, *& le Quart* 4 *Deniers*.

AVIGNON . . . . . ℔. 135.
BALE . . . . . ℔. 110 $\frac{1}{4}$ à ℔. 112 $\frac{1}{2}$.
BANTZEN en *Luſace*. . . . . ℔. 127 $\frac{1}{4}$. ou ℔. 1426. p^{r}. ℔. 1815.
BARCELONNE . . . . . ℔. 130 à ℔. 132.
BAYONNE . . . . . ℔. 112 $\frac{1}{2}$.
BERGAME, Poids léger ou Subtil, ℔. 191.
Gros Poids. . . . ℔. 76 $\frac{1}{4}$.
BERG-OP-ZOOM . . . . . ℔. 109 $\frac{1}{8}$.
BERGEN en *Nordwegen* . . . . ℔. 107 $\frac{1}{8}$.
BERLIN . . . . . ℔. 117 $\frac{7}{8}$. ou ℔. 7697. p^{r}. ℔. 9075.

℔. 100. Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A BERNE, dont la ℔. eſt de 16 onces.	℔. 106 $\frac{2}{3}$.	
BESANÇON	℔. 112 $\frac{1}{2}$.	
BIENNE	℔. 116 $\frac{3}{4}$.	
BILBAO	℔. 112 $\frac{1}{2}$.	
BOIS-LE-DUC	℔. 118.	
BOLOGNE	℔. 152 $\frac{5}{18}$.	ou ℔. 1986. p^{r}. ℔. 3025.
BOLZANO	℔. 110 $\frac{1}{8}$	ou ℔. 2747. p^{r}. ℔. 3025.
BOURG EN BRESSE	℔. 117.	
BOURGOGNE (dans la) . . .	℔. 112 $\frac{1}{2}$.	
BOURDEAUX	℔. 112 $\frac{1}{4}$.	ou ℔. 539. p^{r}. ℔. 605.
BREMEN	℔. 112 $\frac{1}{18}$.	ou ℔. 108. p^{r}. ℔. 121.
BRESLAU	℔. 136 $\frac{1}{6}$.	ou ℔. 6667. p^{r}. ℔. 5075.
BROUG	℔. 112 $\frac{1}{2}$.	
BRUGES	℔. 117.	
BRUNSWICK	℔. 118 $\frac{3}{16}$.	ou ℔ 512. p^{r}. ℔. 605.
BRUXELLES	℔ 117 $\frac{11}{16}$.	ou ℔. 514. p^{r} ℔. 605.
BUONA en Eſpagne . . .	107 Rotoli.	
CADIX, dont la ℔. eſt de 16 Onces.	℔. 120 $\frac{1}{16}$.	ou ℔. 504. p^{r}. ℔. 605.

NB. L'Arobe eſt ℔. 25. Eſpagnoles.

Le Poids de l'Or, nommé *Caſtillan*, eſt diviſé en 8 *Tomins* de 12 grains.

Le Titre de la vente de l'Or eſt fixé à 22 $\frac{1}{2}$ Karats, & le Caſtillan à ce Titre eſt fixé à 26 $\frac{1}{2}$ Réaux deplate.

Le *Marc* eſt de 8 *Onces*, l'*Once* de 16 *Adragmes* ou *Dragmes*.

La ℔. ayant 2 Marcs, & ℔. 605 faiſant ℔. 504. du Poids de Genève qui eſt de 18 Onces Poids de marc, il s'enſuit que 100 Marcs d'Eſpagne font à *Genève* comme à *Paris* ou *Lion*, 93 Marcs 5. onces 18. d. 1 grain $\frac{25}{121}$.

Cependant pour la Dorure, l'uſage eſt de compter 106 Onces $\frac{1}{2}$ d'Eſpagne pour 100 Onces du Poids de marc de *Paris*, *Lion* ou *Genève*. Et ſur ce pié 100 Marcs d'Eſpagne font 93 Marcs 7 Onces 4 d. 4 grain $\frac{7}{11}$ Poids de Marc de France ou de Genève. Ces deux Raports, comme on voit, différent de très-peu.

L'On compte 50 Caſtillans, Poids de l'Or, pour Un marc d'Eſpagne, ainſi le Caſtillan revient à environ 3 d. 14 grain $\frac{1}{2}$ du Poids de Marc de France.

CANDIE (Dans l'Isle). . . .	℔. 163.
CARTAGENE	℔. 113 $\frac{1}{2}$.
CASTILLE (dans le Royaume de).	℔. 117. Le *Rub* y eſt de ℔. 25.
CHAMBÉRI, dont la ℔. eſt de 14 onc.	℔. 128 $\frac{4}{7}$.

NB. La ℔. de *Turin*, qui eſt de 12 onces ſert à *Chambéri* pour la Gabelle du Sel & du Tabac.

℔. 100. Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A COIRE	℔. 116 $\frac{1}{4}$.	
COLOGNE	℔. 118 $\frac{3}{16}$.	ou ℔. 512. p^{r}. ℔. 605.

NB. 100 Marcs Poids de *France* ſont 104 $\frac{1}{2}$ Marcs Poids de *Cologne*.

COME Poids Subtil	℔. 163.	
CONSTANTINOPLE	℔. 43 $\frac{1}{2}$.	ou ℔. 1391. p^{r}. ℔. 605.
	ou 98 $\frac{5}{8}$ Rottes ou Rottoles.	
COPENHAGUE	℔. 117 $\frac{5}{8}$.	ou ℔. 2572. p^{r}. ℔. 3025.

NB. La ℔. a 16 *Onces* ou 32 *Loots*; Le *Loot* 4 *Quintins*, Le *Quintin* 4 *Orts*.

CORSE (dans Lisle de) . . .	℔. 161.	
CRACOVIE	℔. 136 $\frac{3}{4}$.	ou ℔. 444. p^{r}. ℔. 605.
DANTZICK	℔. 126. $\frac{11}{16}$	ou ℔. 7163. p^{r}. ℔. 9075.

NB. Les amendes, le Ris, la Cire, & autres ſemblables Marchandiſes, ſe péſent au *Stein* ou à la *Pierre* de ℔. 34, dont 10 font le *Schippondt* de ℔. 340. Le Cuivre, le Plomb, l'Etaim, &c. ſe péſent au *Cent*, qui eſt ℔. 120 de Dantzick.

DORDRECHT	℔. 112 $\frac{1}{2}$.	
DUNKERQUE	℔. 130.	
DUBLIN	℔. 109 $\frac{1}{8}$.	
EDIMBOURG	℔. 122.	
FERRARE	℔. 161.	
FLORENCE, Poids Subtil . . .	℔. 162 $\frac{5}{8}$.	ou ℔. 5581. p^{r}. ℔. 9075.
Gros Poids. . . .	℔. 106 $\frac{13}{16}$.	
FRANCFORT en Mein, où la ℔ a 32 lots.	℔. 118 $\frac{1}{8}$.	ou ℔. 2561. p^{r}. ℔. 3025.
FRANCFORT ſur l'Oder. . . .	℔. 119 $\frac{1}{4}$.	
GAND	℔. 118 $\frac{1}{8}$.	
GENES, *Gros Poids* dont on ſe ſert à la Douane p^{r}. les Marchandiſ. qui ſortent.	103 $\frac{1}{2}$ Rottoli.	
Poids de Caiſſe, p^{r}. peſer les Ptres &c.	113 $\frac{7}{8}$ Rottoli.	
Cantaro comm. p. les Marc. groſſières.	116 $\frac{1}{6}$ Rottoli.	
Groſſe Balance p^{r}. les Marchandiſes non fabriquées.	℔. 164.	
Balance légère ou *Subtile* pour les Marchandiſes fines, . . .	℔. 174 $\frac{1}{4}$ de 12 onc. ou ℔. 1736. p^{r}. ℔. 3025.	

NB. Le *Cantaro commun*, qui eſt de 100. Rottoli, péſe ℔. 150 ſubtiles.
Chaque *Rottolo* eſt 18 *Onces*.
L'*Once* a 24 d. le *Denier* 24 *Grains*, & le *Grain* 24 *Primes*.

℔. 100.

℔. 100 Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

℔. 100. Subtiles de 12 Onces ſont environ 130 Marcs de *France* ou *Genève*.

L'Or & l'Argent ſe vendent à *Genes* au Poids de *Conſigne*, dont ℔. 79 ſont ℔. 72 ſubtiles de 12 Onces.

A HALL	℔. 118.	
HAMBOURG	℔. 113 $\frac{3}{4}$,	ou ℔. 532. p^{r}. ℔. 605.

NB. Le *Schippondt* eſt de 20 *Liſpondts* de ℔. 14 faiſant ℔. 280. ou 2 $\frac{1}{2}$ Quintaux de ℔. 112. Le *Schippondt* pour le Chanvre eſt de 14 *Steins* ou *Pierres* de ℔. 20, faiſant auſſi ℔. 280. La *Stein* ou *Pierre*, pour la Laine & pour la Plume, n'eſt que de ℔. 10.

Le *Schippondt* pour les voitures eſt de ℔. 320 ou 20 *Liſpondts* de ℔. 16

Le *Marc* pour l'Or & l'Argent eſt de 8 *Onces*, *l'Once* de 2 *Lots*, le *Lot* de 6 gros, le Gros de 3 d. 100. Marcs de Hambourg ſont 93 Marcs 10. d. $\frac{1}{2}$ de France.

A KŒNIGSBERG, Nouveau Poids,	℔. 117 $\frac{1}{4}$.	ou ℔. 516. p^{r}. ℔. 605.
Vieux Poids.	℔. 114 $\frac{1}{16}$.	ou ℔. 84. p^{r}. ℔. 121.

NB. Le *Schippondt* eſt de ℔ 400 ou de 100 *Steins* ou *Pierres*.

La ROCHELLE	℔. 111 $\frac{1}{2}$.	
LEIPZICH	℔. 118 $\frac{3}{16}$.	ou ℔. 512. p^{r}. ℔. 605.

NB. Le *Quintal* eſt de ℔. 110, la ℔. à 32 *lots*, le *Lot* 16 *Pfennings*, & le *Pfenning* 15 *Grains*. Les Laines ſe vendent par *Stein* ou *Pierres* de ℔. 22.

LENTZBOURG	℔. 105.	
LIBAU	℔. 133.	
LIÉGE	℔. 118 $\frac{3}{4}$.	
LILLE, où la ℔. a 14 onces, . .	℔. 128 $\frac{1}{4}$.	
LINDAU	℔. 120 $\frac{1}{8}$.	ou ℔. 1511. p^{r}. ℔. 1815.
LION, Poids de Ville de 14 onces.	℔. 131 $\frac{13}{16}$.	ou ℔. 459. p^{r}. ℔. 605.

NB. On pèſe les Soies au Poids de 15 onces Poids de marc égal à celui de Genève.

LISBONNE	℔. 120 $\frac{3}{16}$.	ou ℔. 7552. p^{r}. ℔. 9075.

NB. L'*Arobe* eſt de ℔. 32. Le Quintal de 4 Arobes ou ℔. 128. 100. Marcs de Portugal ſont environ 93 $\frac{1}{2}$ Marcs de France.

℔. 100 Poids de GENEVE font aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A LONDRES, Poids d'avoir du Poids ℔. 122. ou ℔. 2478. p^r. ℔. 3025.
Poids de Troyes. . . ℔. 148 $\frac{1}{7}$.

NB. La ℔. d'Avoir du Poids a 16 Onces, celle du Poids de Troyes a 12 Onces. 51 Onces Poids de Troyes ſont 56 Onces d'avoir du Poids. ℔. 100 d'avoir du Poids ſont ℔. 121 $\frac{3}{7}$ de Troyes. ℔. 100. de Troyes ſont ℔. 82. 5 Onces $\frac{11}{17}$ d'avoir du Poids.

La ℔. du Poids de Troyes ſert pour peſer l'Or & l'Argent.

L'*Once* de Troyes ſe diviſe en 20 d. ou *Penyweight*.

Le *Denier* a 24 *grains*, le *Grain* a 20 *Mittes*, La *Mitte* 24 *Droits*,
Le *Droit* 20 *Pericots*, le *Pericot* 20 *Blancs*.

100. Onces Poids de Troyes ſont 101 Onces un peu plus Poids de marc de Paris. ℔. 100 de ce Poids ſont 151 Marc 6 Onces $\frac{1}{4}$ un peu plus du même Poids de Marc.

LIVORNE . . . . . ℔. 161 $\frac{15}{16}$. ou ℔. 1121. p^r. ℔. 1815.

NB. La ℔. a 12 Onces, l'*Once* a 24 d., le *Denier* a 24 Grains.
100. de ces ℔. ſont 138 Marcs 7 Onces 17 d. $\frac{1}{2}$ Poids de Marc de Paris.
L'on vend à *Livorne* par *Cantaro* de ℔. 150. 151 & 160.
La Laine & la Morue ſe vendent au Cantaro de ℔. 160.

LOUVAIN . . . . . ℔. 114 $\frac{1}{8}$.
LUBECK . . . . . ℔. 114 $\frac{1}{8}$. ou ℔. 106. p^r. ℔. 121.
LUNEBOURG . . . . . ℔. 113 $\frac{7}{16}$. ou ℔. 320. p^r. ℔. 363.
LUQUES . . . . . ℔. 165 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 5488. p^r. ℔. 9075.
ou ℔. 107 $\frac{1}{2}$ Gros Poids.
MADRID . . . . . ℔. 128 $\frac{1}{4}$.
MAGDEBOURG . . . . . ℔. 117 $\frac{1}{2}$. ou ℔. 103. p^r. ℔. 121.
MAJORQUE . . . . . ℔. 130 à ℔. 132.
MALAGA . . . . . ℔. 120 $\frac{1}{16}$. ou ℔. 504. p^r. ℔. 605.
MALINES . . . . . ℔. 118 $\frac{1}{8}$.
MALTE (Isle de) . . . . ℔. 70.
MANTOUE . . . . . ℔. 194 $\frac{5}{8}$.
MARSEILLE . . . . . ℔. 133 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 6803. p^r. ℔. 9075.
MASSA . . . . . ℔. 165 $\frac{3}{8}$.
MESSINE, *Poids léger* . . ℔. 175.
Gros Cantaro. . . 69 $\frac{7}{16}$ Rottoli.
MÉXIQUE (Au) . . . ℔. 120 $\frac{3}{8}$ ou 4 $\frac{1}{2}$ Arobes de la *Vera Crux*
L'*Arobe* du *Méxique* y eſt de ℔. 25.
MILAN, *Poids Subtil* . . ℔. 169.
Gros Poids . . . ℔. 72. $\frac{5}{8}$

℔. 100.

℔. 100. Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

NB. Le *Marc* a Milan eſt ſubdiviſé comme à *Paris*.

100. Marcs ſont environ 95 Marcs 3 Onces de Paris.

100. Deniers Poids de Marc de Paris ſont 104 Deniers 22 grains Poids de Marc de Milan.

A MODENE	℔. 162.
MONTPELLIER	℔. 135.
MOSCOU	135 à 140 Bercheroots.
MURCIE (au Royaume de) . .	℔. 126.
MUNICH	℔. 98 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 123. p^{r}. ℔. 121.
NANCI	℔. 119 $\frac{1}{4}$.
NANTES	℔. 111 $\frac{1}{2}$.
NAPLES	℔. 129 $\frac{15}{16}$. ou ℔. 6983. p^{r}. ℔. 9075.
NAUMBOURG	℔. 118 $\frac{1}{8}$.
NEUCHATEL	℔. 105 $\frac{7}{8}$.
NICE	℔. 178. Le *Rub* peſe ℔. 25.
NUREMBERG	℔. 109. ou ℔. 111. p^{r}. ℔. 121.
PADOUE	℔. 163.
PALERME, *Poids léger* . .	℔. 175.
PARME	℔. 166 $\frac{1}{2}$.
PARIS, où la ℔. a 16 onces. . .	℔. 112 $\frac{1}{2}$. ou ℔. 1613. p^{r}. ℔. 1815.
PERRUGIA	℔. 165 $\frac{3}{4}$.
PETERSBOURG	℔. 135. ou ℔. 2241. p^{r}. ℔. 3025.

NB. Le Poids ſe nomme *Poet* ou *Pondt* faiſant ℔. 40 revenant à ℔. 29. 11 onces $\frac{1}{2}$ du Poids de Genève.

PLAISANCE	℔. 171.
PISE	Comme *Florence*.
PRAGUE	℔. 107 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 338. p^{r}. ℔. 363.
RACONI	℔. 162.
RÉGEMBOURG, ...	℔. 98 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 123. p^{r}. ℔. 121.
REGGIO	℔. 170.
RÉVEL	℔. 126 $\frac{1}{2}$. Le *Schippondt* eſt de ℔. 400.
RIGA	℔. 131 $\frac{15}{16}$. ou ℔. 6878. p^{r}. ℔. 9075.

NB. Le *Schippondt* eſt de ℔. 400. ou 20 *Liſpondts*.

ROME, Poids Subtil . . .	℔. 163 $\frac{7}{8}$. ou ℔. 5536. p^{r}. ℔. 9075.
Gros Poids . . .	64 $\frac{1}{2}$ Rottoli.
Petit Cantaro . .	100 Rottoli.
ROTERDAM	℔. 112 $\frac{1}{2}$.
ROUEN, *Poids de Viconté*, . .	℔. 109.
Poids de Marc . .	℔. 112 $\frac{1}{2}$.

℔. 100. Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A SICILE (Dans l'Isle de) . .	70 *Rottoli* Poids commun.
ST. GALL, *Grand Poids* . .	℔. 94 $\frac{3}{8}$. ou ℔. 641. p^{r}. ℔. 605.
Petit Poids . . .	℔. 118 $\frac{5}{8}$. ou ℔. 102. p^{r}. ℔. 121.
ST. MALO	℔. 112 $\frac{1}{2}$.
ST SÉBASTIEN	℔. 112 $\frac{1}{2}$.
SALTZBOURG	℔. 98 $\frac{9}{16}$. ou ℔. 614. p^{r}. ℔. 605.
SARAGOSSE	℔. 178.
SARDAIGNE (dans l'Isle de) .	℔. 139.
SCHAFFOUSE	℔. 120 $\frac{3}{16}$. ou ℔. 504. p^{r}. ℔. 605.
SEVILLE	℔. 119. (*Dragmes*.
SEYDE p^{r}. *les Soies & Cotons*, .	29 $\frac{9}{16}$ *Rottes* ou *Damaſquines* de 600
p^{r}. *les Galles & Cotons en Laine*.	23 $\frac{1}{4}$ *Rottes* ou *Acres*.
SIENNE	Comme *Florence*.
SMIRNE	98 $\frac{5}{8}$ Rottes.
SOLEURE	℔. 107 $\frac{5}{8}$.
STETTIN	℔. 123 $\frac{3}{4}$.

NB. La petite *Pierre* eſt de ℔. 10. La groſſe eſt de 21.
Les ℔. 112. ſont le *Centner* ou Quintal.

STOCKHOLM . . . . ℔. 131 $\frac{5}{8}$.

NB. Le *Schippondt* pour le Cuivre fin eſt de ℔. 310.
Et pour les Marchandiſes de proviſion de ℔. 400.

STRASBOURG . . . . ℔. 117. ou ℔. 517. p^{r}. ℔. 605.

NB. Le *Quintal* eſt de ℔. 104 qui ſont ℔. 88 $\frac{3}{4}$ à *Geneve*.
La ℔. eſt de 16 onces.

TOULOUSE & le haut Languedoc	℔. 128.
TORTOSE	℔. 130. à 132.
TRIPOLI de Sirie, p. la Cire & le Caffé	5 $\frac{1}{4}$ Rottoli.
p^{r}. la Soie .	6 $\frac{3}{4}$ Rottoli.
TRIESTE	℔. 98 $\frac{3}{16}$.
TURIN, dont la ℔. a 12 onces .	℔. 150. On compte par *Rub* de ℔. 25.

NB. Il y a un autre Poids de 7 pour $\frac{0}{0}$ plus peſant pour les chanvres.
Le *Marc* eſt comme à *Paris*, mais le grain eſt encore diviſé en 24 *Granotins*. 100 Marcs de *Turin* ſont 100 Marcs 3 Onces 7 deniers 4 Grains de Paris.

℔. 100. Poids de GENEVE ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A VALENCE en Eſpagne . . ℔. 178. Poids Subtil.

NB. Le *Cantaro ſubtil* de *Valence* eſt compoſé de 4 Rubs chacun de ℔. 30 qui ſont ℔. 120.

Le *Cantaro gros* de *Valence* eſt compoſé de 4 Rubs chacun de ℔. 36 qui ſont ℔. 144.

VARSOVIE, *Petit Poids* . .	℔. 146.	ou ℔. 1243. p^{r}. ℔. 1815.
VENISE, *Grand Poids* . .	℔. 115 $\frac{11}{16}$.	ou ℔. 523. p^{r}. ℔. 605.
Petit Poids ou *Poids Subtil*	℔. 183.	ou ℔. 1653. p^{r}. ℔. 3025.
VERONNE, *Grand Poids* . .	℔. 110 $\frac{45}{100}$.	ou ℔. 1636. p^{r}. ℔. 1815.
Petit Poids . .	℔. 166 $\frac{9}{10}$.	ou ℔. 1816. p^{r}. ℔. 3025.
VEVAI, où la ℔. a 18 Onces .	℔. 100.	
VIENNE, en *Autriche* . .	℔. 98 $\frac{3}{16}$.	ou ℔. 616. p^{r}. ℔. 605.
VINTRETHOUR	℔. 105.	
ULM	℔. 117 $\frac{11}{16}$.	ou ℔. 514. p^{r}. ℔. 605.
ZITTAU	℔. 117 $\frac{85}{100}$.	ou ℔. 513. p^{r}. ℔. 605.
ZOFFINGUE	℔. 115 $\frac{1}{2}$.	
ZURICH, & ZURZACH . .	℔. 104 $\frac{3}{8}$.	ou ℔. 8693. p^{r}. ℔. 9075.

Le Poids de SIAME nommé *Pick* rend à *Paris* ℔. 125. qui font ℔. 111 $\frac{1}{9}$ de Genève.

§. 172. Remarquons ici qu'on ſe ſert à GENEVE de trois ſortes de Poids, ſavoir; 1°. du Poids dit *de Genève*, dont la ℔. a 18 Onces Poids de Marc. C'eſt de ce Poids de 18 Onces dont jai donné le Raport à un grand nombre de Poids de différens Lieux dans la Table précédente: Remarques ſur les Poids en uſage à Genève.

2°. Du Poids dont la ℔. a 16 Onces, Poids de Marc.

3°. Du Poids dont la ℔. a 15 Onces, Poids de Marc.

Le premier Poids eſt en uſage aux Halles & dans les Boutiques.

Le ſecond ſert pour certaines Marchandiſes de *Hollande* & de quelques autres Païs, pour le Thé, le Tabac fin, &c. Le troiſiéme eſt en uſage pour la ſoie comme à *Lion*.

L'on ſe ſert pour la Dorure, pour l'Argenterie, & pour les Matiéres d'Or & d'Argent, du Poids de Marc égal à celui de Paris.

Le Marc contient 8 Onces, L'Once 24 Deniers ou 8 Gros;

Le Gros 3 d. & le Denier 24 Grains.

℔. 100 Poids de 18 Onces font ℔. 112 $\frac{1}{2}$ Poids de 16 Onces,
& ℔. 120. Poids de 15 Onces.
ou 225 Marcs.

℔. 100 Poids de 16 Onces font 200 Marcs.

℔. 100 Poids de 15 Onces font 187 Marcs. 4 Onces

Enfin, l'on ſe ſert à GENEVE, pour les Diamans & Pierres fines, d'un Poids nommé *Karat* ou *Carat*, qui pèſe 4 Grains, & qui ſe diviſe en 2, 4, 8, 16, 32, 64 parties.

§. 173.

Uſage de la Table première.

§. 173. Il n'eſt pas difficile de comprendre que cette Table ne ſert pas ſeulement à donner le Raport du Poids de Genève avec ceux des Villes qui y ſont nommées ; mais qu'on peut encore, par ſon moyen, trouver le Raport des Poids de toutes ces Villes, les uns aux autres. Ainſi, on voit bien que ℔. 100 Poids de *Genève* faiſant ℔. 111 $\frac{11}{16}$ du Poids *d'Amſterdam*, & ℔. 133 $\frac{3}{8}$ du Poids de *Marſeille* ; il faut que ℔. 111 $\frac{11}{16}$ du Poids d'*Amſterdam* faſſent ℔. 133 $\frac{3}{8}$ de celui de *Marſeille* : Et que ſi l'on demande combien ℔. 100 Poids d'*Amſterdam* font du Poids de *Marſeille*, on le trouvera par cette Régle de Trois.

Si ℔. 111 $\frac{11}{16}$ d'Amſterdam font ℔. 133 $\frac{3}{8}$ de Marſeille, comb. ℔. 100 d'Amſt.

16		16
666		798
111		133
11	pour $\frac{3}{8}$	6
1787		2134
		100
		213400
		3470
		16830
		747
		16 onces.
		4482
		747
		11952
		1230.

Rép. ℔. 119. 6 Onces.

ou environ ℔. 119 $\frac{1}{2}$ de *Marſeille* p^{r}. ℔. 100. d'*Amſterdam*.

Qu'on peut ſouvent abréger les Calculs des Réductions des Poids.

§. 174. Il faut d'abord remarquer que l'on ne pourroit que très difficilement donner le Raport des Poids, non plus que celui des Meſures, ſelon toute la rigueur géométrique, vû la multitude des Poids & des Meſures differentes comme on l'a remarqué ci-deſſus. §. 170. Heureuſement cela n'eſt pas néceſſaire dans la Pratique. Ainſi, quoique, par la Table ci-devant, ℔. 100 du Poids de *Genève* faſſent ℔. 131 $\frac{13}{16}$ du Poids de Ville de Lion, l'uſage eſt cependant de ne compter que ℔. 130 de ce Poids de Lion pour ℔. 100 du Poids de Genève. Et il y a des Poids à l'égard deſquels l'uſage s'éloigne bien davantage de leur vrai Raport. Ce defaut de juſteſſe n'eſt pas un inconvénient dans le Commerce, parce que l'Acheteur, qui doit revendre en détail, tire parti de ces differences & du *bon poids* qu'on lui a corde, pour compenſer la perte qu'il feroit, ſans cela, des petites peſées, du dechet, &

& de certains faux-fraix qui ne ſauroient être évalués pour les joindre au prix de la Marchandiſe.

Cela étant, on peut fort ſouvent abréger le calcul de la Réduction d'un Poids ou d'une Meſure à une autre. Ainſi prenant ℔. 100. de Genève pour ℔. 130 de Lion, on réduira, par exemple, ℔. 2385. Poids de Genève en ℔. du Poids de Lion, en prenant 1°. le quart de ℔. 2385 de Lion,

qui eſt . $596\frac{1}{4}$

2°. la 5e. du quart . $119\frac{1}{4}$

Et l'on a ℔. $3100\frac{1}{2}$ Poids de Lion.

De même pour trouver combien ℔. 100 du Poids d'Amſterdam font du Poids de Marſeille ſur le pié de ℔. $111\frac{11}{18}$ d'Amſterdam pour ℔. $133\frac{1}{3}$ de Marſeille, Ajoûtez à ℔. 100 d'Amſterdam.

la 6e. . $16\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

& la 6e. de la 6e. . $2\frac{14}{18} = \frac{7}{9}$

vous aurez ℔. $119\frac{4}{9}$ de Marſeille, ce qui eſt, à très-peu de choſe près, égal à ce qu'on a trouvé par la Régle de Trois qui précéde.

IIde. DES MESURES

POUR LES ETOFFES ET LES TOILES.

§. 175. Dans la Table ſuivante, je donne le Raport de 100. Aunes de Paris avec les Meſures d'un grand Nombre de Lieux. J'ai tâché de découvrir le vrai Raport, au moins le plus aprochant du véritable.

TABLE II.

100 *Aunes de* PARIS *font aux Lieux & Païs ci-après nommés, ſavoir:*

A AGEN, Ville de la Haute Guienne, ALBI, dans le Haut Languedoc,	66 $\frac{2}{3}$ Cannes.	ou 3 p^{r}. 2.
AMSTERDAM	173 $\frac{1}{2}$ Aunes	ou 4 p^{r}. 7.
ANDUZE	60 Cannes.	ou 5 p^{r}. 3.
ANVERS	171 $\frac{1}{4}$ Aunes.	ou 7 p^{r}. 12.
AVIGNON	100 Aunes. / 61 Cannes.	ou 5 p^{r}. 3.
ARRAGON, Royaume en Eſpagne	150 Vares.	ou 2 p^{r}. 3.
ARAU en ſuiſſe	100 Aunes. / 200 Braſſes.	ou 1 p^{r}. 2.
AUGUSTE	205 Aunes.	ou 20 p^{r}. 41.
BALE	216 $\frac{2}{3}$ Braches.	ou 6 p^{r}. 13.
BARCELONNE	72 Cannes.	ou 25 p^{r}. 18.
BATAVIA, aux Indes Orientales	258 Cavidos ou Cobidos	ou 5 p^{r}. 13.
BERGAME	175 Braſſes.	ou 4 p^{r}. 7.
BERGEN en Nordwegen	190 Aunes.	ou 10 pr. 19.
BERLIN	177 Aunes.	
BERNE	216 $\frac{2}{3}$ Braches.	ou 6 p^{r}. 13.
BIENNE	209 $\frac{2}{3}$ Braches.	ou 10 p^{r}. 21.
BOLOGNE. p^{r}. les Etamines	186 Braſſes.	ou 8 p^{r}. 15.
p^{r}. les Crêpes	226 Braſſes.	ou 4 p^{r}. 9.
BOLZANO	150 Aunes.	ou 2 p^{r}. 3.
BORDAUX	101 $\frac{1}{2}$ Aunes.	
BOURGOGNE, (dans la)	150. Aunes.	ou 2 p^{r}. 3.
BRABANT, (dans le)	171 $\frac{1}{4}$ Aunes.	ou 7 pr. 12.
BREMEN	206 Aunes.	
BRESLAU	215 Aunes.	ou 20 pr. 43.
BRESSE, (dans la)	256 $\frac{5}{6}$ Braſſes.	
BRETAGNE, (dans la)	86 Aunes.	ou 20 pr. 17.
BROUG, en Suiſſe	100 Aunes. / 209 $\frac{1}{2}$ Braches.	
BRUGES	176 $\frac{1}{4}$ Aunes.	ou 4 pr. 7.
BRUXELLES	175 Aunes.	ou 4 pr. 7.
CAIRE (Le Grand) Egypte	213 Derubs.	

100

100 Aunes de PARIS ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A CASTRES	66 $\frac{2}{3}$ Cannes. .	ou 3 pr. 2.
CADIX	140 Vares. .	ou 5 pr. 7.
CAMBRAI	159 $\frac{1}{2}$ Aunes .	ou 5 pr. 8.
CHAMBERI, pour les Toiles. .	81 Aunes.	
COLOGNE	206 Aunes.	
CONSTANTINOPLE . . .	179 Pics. . .	ou 5 pr. 9.
COPENHAGUE	190 Aunes. . .	ou 10 pr. 19.
DANTZICK	195 Aunes. . .	ou 20 pr. 39.
DRESDEN	206 Aunes.	
DORT en Hollande . . .	173 $\frac{1}{2}$ Aunes.	
DRONTHEIM en Nordwegen .	190 Aunes. . . .	ou 10 pr. 19.
DUBLIN } . . .	130 Verges. . .	ou 10 pr. 13.
EDIMBOURG } . . .		
FLORENCE	{ 199 Braſſes. { 49 $\frac{3}{4}$ Cannes de 8 Palmes.	
FRANCFORT en Mein . .	208 Aunes.	
FRANCFORT ſur l'Oder .	177 Aunes.	
GAND	163 Aunes.	
GENES, pr. les Etoffes de Soie .	204 $\frac{1}{2}$ Braſſes de 2 $\frac{1}{2}$ Palmes environ.	
pr. les Etoffes de Laine . .	53 Cannes de 9 Palmes.	
pr. les Toiles	47 $\frac{7}{11}$ Cannes de 10 Palmes. (de 110 lig.	
pr. idem	59 $\frac{1}{2}$ Cannes de 8 Palm., ou 476 $\frac{4}{11}$ P.	
pr. les Etoffes de Soie & le Velours	545 $\frac{5}{6}$ Palmes de 8 Pouces.	

NB. La Palme moderne de Genes eſt de 9 Pouces 2 Lignes ou 110 Lignes.

GENEVE, pr. les Toiles en détail,	104 Aunes. . .	ou 20 pr. 21.
pr. les Etoffes de Soie & de Laine	100 Aunes de Roi.	
HAMBOURG	206 Aunes.	
HAERLEM	173 $\frac{1}{2}$ Aunes. . .	ou 4 pr. 7.
INDES ORIENTALES . . .	260 Cavidos. .	ou 5 pr. 13.
KOENIGSBERG	195 Aunes.	

NB. L'aune eſt un peu plus longue qu'à *Dantzick*.

LA HAYE	173 $\frac{1}{2}$ Aunes. . .	ou 4 pr. 7.
LANGUEDOC (Dans le Bas) .	60 Cannes de 8 Pans.	ou 5 pr. 3.
LAUSANNE	110 $\frac{1}{2}$ Aunes.	
LANGUEDOC (Dans le Haut .	66 $\frac{2}{3}$ Cannes de 8 Pans.	ou 3 pr. 2.
La ROCHELLE	100 Aunes.	

100 Aunes de PARIS font aux Lieux ſous-nommés, ſavoir ;

A LEIPZICH	214 Aunes.	
LENTZBOURG	100 Aunes.	
	ou 190 ½ Braches.	
LEYDE	173 ½ Aunes	ou 4 pr. 7.
LIÉGE	218 Aunes.	
LILLE en Flandres	172 Aunes.	
LION	102 Aunes. Dans l'uſage on n'en compte que 101.	
LISBONNE	106 Baras ou Vares.	
	ou 173 ½ Cavidos	ou 4 pr. 7.
LIVORNE	199 Braſſes.	
	ou 50 Cannes de 8 Palmes.	
LONDRES, pr. les Etoffes de Laine,	128 Verges.	
pr. les Toiles	100 Aunes Angloiſes.	
LUBECK	208 Aunes.	
LUQUES	200 Braſſes.	ou 1 pr. 2.
MADRID	138 à 140 Vares.	ou 5 pr. 7.
MALINES	175 Aunes.	ou 4 pr. 7.
MANTOUE	198 Braſſes.	
MARSEILLE	60 Cannes de 8 Pans,	ou 5 pr. 3.
	ou 100 Aunes.	
MEYDEN	285 Aunes.	
MESSINE	56 ¼ Cannes de 8 Pans.	
MILAN, pr. les Etoffes de Laine,	175 Braſſes.	ou 4 pr. 7.
pr. les Etoffes de Soie,	228 Braſſes.	
MODÉNE	180 Braſſes.	ou 5 pr. 9.
MONTAUBAN	66 ⅔ Cannes.	ou 3 pr. 2.
MONTPELLIER	60 Cannes	ou 5 pr. 3.
	ou 100 Aunes.	
MORGES	105 Aunes.	
NANCI	187 Aunes.	
NANTES	85 ¾ Aunes.	
NAPLES	56 ¼ Cannes de 8 Pans.	
NEUFCHATEL	106 ¼ Aunes.	
NICE	450 Pans.	
NIMES	61 Cannes.	
NUREMBERG	175 Aunes.	ou 4 pr. 7.
OSNABRUK	100 Aunes.	
	ou 173 ½ Aunes plus courtes.	
PALERME	56 ¼ Cannes.	
PETERSBOURG	164 ½ Archines.	

100 Aunes de PARIS font aux Lieux ſous-nommés, ſavoir ;

A PARME	215 Braſſes.	
PICARDIE (Dans la) . .	150 Aunes. . .	ou 2 pr. 3.
PIÉDMONT (Dans le) . . .	200 Ras. . .	ou 1 pr. 2.
PRAGUE	198 Aunes.	
PROVENCE (Dans la) . .	60 Cannes de 8 Pans.	ou 5 pr. 3.
REVEL & RIGA . . .	192 Aunes.	
ROME, p^r. les Etoffes de Laine .	173 ½ Cannes.	
p^r. les Toiles . .	57 Cannes.	
ROTERDAM	173 ½ Aunes.	
ROUEN	100 Aunes.	

NB. L'Uſage eſt de donner à *Rouen* 120 Aunes pour 100 ſur certaines Toiles à cauſe du Pouce par aune, & 125 Aunes pour 100 à la Meſure du Crochet.

St. GALL. p^r. les Toiles . .	150 Aunes. . .	ou 2 pr. 3.
p^r. les Etoffes de Laine.	195 Aunes. . .	ou 20 pr. 39.
SCHWITZ en Suiſſe . . .	208 Aunes.	
St. MARTIN	182 Braſſes.	
SARRAGOCE	150 Vares. . .	ou 2 pr. 3.
SMIRNE	175 Pics. . .	ou 4 pr. 7.
SOLEURE	215 Braſſes.	
SOMMIÉRES	60 Cannes. . .	ou 5 pr. 3.
STOCKHOLM	199 Aunes.	
TROYES en Champagne . .	150 Aunes. . .	ou 2 pr. 3.
TOULOUZE	66 ⅔ Cannes. .	ou 3 pr. 2.
TURIN	200 Ras. . .	ou 1 pr. 2.
VALENCE (Dans le Royaume de)	130 Bares ou Vares. .	ou 10 pr. 13.
VENISE p^r. les Draps . .	179 Braſſes.	
p^r les Etoffes d'Or & d'Argent.	190 Braſſes . .	ou 10 pr. 19.
VEVAI, p^r. les Toiles . .	106 ⅖ Aunes.	
p^r. les Draps . .	100 Aunes.	
VIENNE en Autriche . .	149 Aunes.	
VINTRETHOUR	100 Aunes.	
ou	195 ½ Braches	
UNDERWALD (Dans le Canton d')	208 Aunes.	
VOIRON en Dauphiné.	86 Aunes.	
USEZ	60 Cannes. . .	ou 5 pr. 3.
IVERDON en Suiſſe . . .	108 Aunes.	

100 Aunes de PARIS font aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;

A ZOFFINGUE . . . . 100 Aunes,
ou 209 ½ Braches.
ZURICH . . . . . 199 Aunes, ou 66 pr. 131. Cette Aune ayant 22 pouces de Roi.
ou 100 Aunes de France.
ou 190 ½ Braches pour le détail.

Uſage de la IIe. Table.

§. 176. On voit, dans cette Table que 100 Aunes de *Paris* ſont 173 Aunes ½ d'Amſterdam, & 128 Verges à *Londres*, & par conſéquent que 173 aunes ½ d'*Amſterdam* ſont 128 Verges de *Londres*: Si donc l'on vouloit ſavoir combien 100 Aunes d'*Amſterdam* ſont de Verges à *Londres*, on n'a qu'à faire la Régle ſuivante.

Si 173 aunes ½ d'*Amſterdam* ſont 128 Verges, combien 100 Aunes d'*Amſt*?

2	2
347	25600
	1310
Rép. 73 Verges $\frac{18}{34}$ ou $\frac{9}{17}$	269
	24
	1076
	538
	6456
	2986
	210.

Manière d'abréger la Réduction des Mesures.

§. 177. Il en eſt de même pour les autres Lieux mentionnés dans la Table. L'on a marqué, à un grand nombre, le raport des Meſures avec de moindres nombres, parce que cela ſert à abréger le Calcul. Par exemple, l'on a marqué que 100 Aunes font 66 ⅔ Cannes dans le *Haut-Languedoc*, ou 3 Aunes pour 2 Cannes. En ſe ſervant de ce dernier Raport, on voit plus aiſément que, pour réduire les *Aunes* en *Cannes*, il ne faut que ſouſtraire le tiers du nombre des Aunes, & le reſte ſera des Cannes: Au contraire, pour reduire les *Cannes* en *Aunes*, il ne faut qu'ajoûter au nombre des Cannes ſa moitié.

Exemple pour les Cannes du Haut-Languedoc.

Ainſi de 1736 Aunes,	A 1157 ⅓ Cannes,
Otez le tiers, 578 ⅔	ajoût. la ½, 578 ⅔
Reſte 1157 ⅓ Cannes.	Il vient 1736 Aunes.

S'il

§. 178. S'il s'agit des Cannes du *Bas Languedoc*, dont 60 font 100 Aunes de Paris, ou 5 Aunes pour 3 Cannes, on voit, par ce Raport exprimé en ſes moindres termes, que pour réduire les Aunes en Cannes, il faut retrancher les $\frac{2}{5}$ du nombre des Aunes, & le reſte ſera des Cannes; Et que, pour réduire les Cannes en Aunes, il faut ajoûter au nombre des Cannes ſes deux tiers. Ex.pr. les Cannes du Bas Languedoc.

Ainſi de	2799 Aunes,	A	$1679\frac{3}{5}$ Cannes,
Otez les $\frac{2}{5}$ qui ſont	$1119\frac{3}{5}$	ajoûtez les $\frac{2}{3}$ qui ſont	$1119\frac{3}{5}$
Il reſte	$1679\frac{3}{5}$ Cannes.	Il vient	2799 Aunes.

§. 179. Remarquez qu'il y a de ces Raports exprimés en moindres nombres, qui ne ſont pas exactement les mêmes que ceux exprimés avec de plus grands; mais je les ai mis parce que l'uſage les autoriſe, qu'ils facilitent & abrégent le Calcul, & que la différence eſt peu importante en certains cas. Ainſi l'on trouve à la Table que 100 Aunes de Paris font $173\frac{1}{2}$ Aunes d'Amſterdam, ou que 4 Aunes font 7 Aunes. Remarques ſur quelques différences dans les Raports énoncés dans la 2de. Table.

Si l'on ſe ſert du premier de ces Raports pour réduire 3850 Aunes de Paris en Aunes d'Amſterdam, on fera cette Régle de Trois:

Si 100 Aunes de Paris font 173 aunes $\frac{1}{2}$ à Amſt. comb. 3850 Aunes de Paris?

$173\frac{1}{2}$

11550
26950
3850
1925

6679|75

$\frac{\quad}{100} = \frac{3}{4}$

On trouve pour réponſe 6679 Aunes $\frac{3}{4}$.

Si l'on ſe ſert du ſecond Raport, on fera cette autre Régle;

Si

Si 4 aunes de Paris font 7 Aunes d'Amſterdam, comb. 3850 aunes de Paris?

7

26950

Ou bien, comme $7 = 4 + 2 + 1$, *Réponſe.* 6737 aunes $\frac{1}{2}$ d'Amſt.
& que 2 eſt la moitié de 4, & 1 la moitié de 2.

Aux 3850 Aunes de Paris,

J'ajoûte leur moitié . . 1925
& la moitié de la moitié . 962 $\frac{1}{2}$

On trouve auſſi . . 6737 $\frac{1}{2}$ Aunes d'Amſterdam.

On voit que par ce ſecond Raport il vient 57 Aunes $\frac{3}{4}$ d'Amſterdam de plus que par le premier, ce qui eſt une différence de 1 Aune $\frac{1}{2}$ d'Amſterdam ſur chaque 100 Aunes de Paris, puis qu'en comptant 4 pour 7, cela fait 100 pour 175.

III. DES MESURES.

POUR LE BLE.

§. 180. Je donnerai d'abord le nom & la ſubdiviſion de pluſieurs Meſures pour le Blé.

A AMIENS, La Meſure ſe nomme *Setier*; On le diviſe en 4 Piquets. 4 Setiers d'Amiens font 1 Setier de Paris, ou environ deux Coupes de Genève.

A AMSTERDAM, On parle de Laeſt ou *Leſte*, mot qui ſignifie *Charge*, & qui eſt diviſé en 27 *Muddes*, & le *Mudde* ou MUID en 4 *Scheppels*. L'on fait le *Sac* de 3 Scheppels, & par conſéquent le Leſt contient 36 Sacs, qui font environ 37 $\frac{1}{2}$ Coupes de Genève, ou 19 Setiers de Paris.

En ANGLETERRE, Le *Laſt* eſt de 10 $\frac{1}{4}$ *Quarteaux* ou *Bariques*; Le *Quarteau* de 8 Boiſſeaux, & le *Boiſſeau* nommé auſſi *Gallon* eſt de 8 Picotins.

A AUXONNE, L'*Emine* a 25 *Boiſſeaux*.
100 Emines font 222 Anées de Lion ou 555 Coupes de Genève.

En BARBARIE, L'*Emine* rend 9 Boiſſeaux à Paris, qui font environ une Coupe & demi ou 3 Bichets de Genève.

A BEAUNE, le *Bichet* eſt de 16 Meſures qui font 1 $\frac{1}{2}$ Setier de Paris, ou 3 Coupes de Genève.
dans la BRESSE, le *Quartal* fait 14 Boiſſeaux de Paris, qui font environ 2 Coupes $\frac{1}{4}$ de Genève.

A CHALON ſur Saone le Bichet a 8 Meſures, & eſt égal au Quartal de la Breſſe.

A COPENHAGUE, le *Laſt* eſt de 42 Tonnes.
A DANTZICK, le *Laſt* de 16 *Schipponds*.
En ECOSSE & en IRLANDE, le *Laſt* eſt de 10 ½ Quarteaux, ou 38 Boiſſeaux, & le Boiſſeau de 18 *Gallons*.
A EMBDEN, le *Laſt* eſt de 15 ¼ Tonnes.
En ESPAGNE, la *Fanegas* eſt de 4 *Cahys*, le *Cahys* de 12 *Anegras*.
En FRANCHE-COMTÉ, La Meſure, nommée *la Charge*, pese à Marſeille ℔. 243, poids de marc, & fait ainſi environ 2 Coupes de Genève.
A GENES, la Meſure du Blé ſe nomme *Mine*, ou *Emine*, dont 25 font environ 37 ½ Coupes de Genève.
A GENEVE, la *Coupe* a 2 *Bichets* ou 4 *Quarts*,
le *Bichet* a 2 *Quarts*, & le *Quart* a 4 *Quartes*.
A HARLEM, le *Laſt* eſt de 38 *Sacs*, & le *Sac* de 3 *Scheppels*.
A HAMBOURG, le *Laſt* eſt de 50 *Scheppels*.
A HOORN ET ENCHUYSE, le *Laſt* eſt de 22 *Muldes* ou 44 *Sacs*, le *Sac* de 3 *Scheppels*.
A LA ROCHELLE, le *Tonneau* a 42 Boiſſeaux & peſe ℔. 2200.
A LEYDE, le *Laſt* eſt de 44 *Sacs*, le *Sac* de 8 *Scheppels*.
A LIVORNE, 40 *Sacs* font 1. *Laſt* d'Amſterdam, 37 ½ *Coupes* de Genève.
A LYON, l'*Anée* a 6 *Bichets* & rend à Paris 15 *Boiſſeaux*, qui font environ 2 ½ *Coupes* de Genève.
A MACON, l'*Anée* a 20 *Meſures* faiſant 20 *Boiſſeaux* de Paris, ou environ 3 ¼ *Coupes* de Genève.
A NEWCASTLE en Angleterre, le *Laſt* a 10 *Quartiéres*, la *Quartiére* a 10 *Boiſſeaux*.
A PARIS, le *Muid* de Blé & d'Orge a 12 *Setiers* & peſe ℔. 240.
Le *Setier* a 2 *Mines*, ou 4 *Minots*, ou 12 *Boiſſeaux*;
La *Mine* a 2 *Minots*, ou 6 *Boiſſeaux*;
Le *Minot* a 3 *Boiſſeaux*;
Le *Boiſſeau* a 4 *Quarts* ou 16 *Litrons*,
Le *Quart* a 4 *Litrons*.
Le *Litron* eſt 36 Pouces Cubiques.
Pour l'*Avoine*, le *Muid* eſt bien de 12 *Setiers*, mais le *Setier* eſt de 24 *Boiſſeaux*, au lieu que pour le *Blé* il n'en a que 12.
En PORTUGAL, le *Muid* eſt de 15 *Fanegos*, la *Fanego* de 4 *Alquiéres*.
En PROVENCE, la *Charge* eſt environ 2 *Coupes* de Genève.
A ROTERDAM, le *Laſt* eſt de 29 *Sacs* & 2 pour ⅞ plus grand que celui d'*Amſterdam*.
Le *Sac* a 3 *Scheppels*. 10 ½ *Scheppels* font 1 *hoed* ou *Chapeau*.
A UTRECHT, le *Laſt* a 25 *Muddes* ou *Sacs*, dont 10 ½ font l'*hoed* de Roterdam, & 6 *Muddes* font 5 *Mouwers*.
Aux ISLES AÇORES, le *Muid* a 60 *Alquiéres* qui font ¼ du *Laſt* d'Amſterdam.
En POLOGNE, le *Laſt* fait 40 *Boiſſeaux* de ℔. 120 chacun.

TABLE III.

POUR LES MESURES DU BLÉ.

§. 181. Noms des Villes & Païs.	Différentes Mesures de ces VILLES ET PAIS.	Raport en Mesure de PARIS.	Raport en Mesure d'AMST.	Raport en Coupes de GENEVE.
ABBEVILLE	6 Setiers.	5 Setiers	7 Muddes.	9 7/8
AGEN	100 Sacs.	56 1/2	3 Lasts.	111 1/2.
ALICANTE	25 Cahis.	39 3/4	1 Last	37 1/2.
AMSTERDAM	1 Last.	19	27 Muddes. ou 36 Sacs	37 1/2.
ANGLETERRE	10 1/2 Quarteaux.	19	1 Last.	37 1/2.
ANVERS	32 1/2 Viertels.	19	1 Last.	37 1/2.
ARLES	49 Setiers.	19	1 Last.	37 1/2.
BARCELONNE	25 Cartéres.	12	17 Muddes.	23 1/2.
BAYONNE	36 Sacs.	19	1 Last.	37 1/2.
BERLIN	59 Scheffels.	19	1 Last.	37 1/2.
BOURDEAUX	38 Boiſſeaux.	19	1 Last.	37 1/2.
BREMEN	6 Lasts.	109 1/4	5 3/4 Lasts.	212 1/4.
	ou 40 Scheppels.	19	1 Last.	37 1/2.
BRUXELLES	25 Sacs.	19	1 Last.	37 1/2.
BREST	1 Tonneau.	10	14 Muddes.	19 3/4.
CADIX	50 Fanegas.	19	1 Last.	37 1/2.
CETTE en Languedoc.	30 Setiers.	13	18 1/2 Muddes.	25 3/4.
COPPENHAGUE	42 Tonneau	19	1 Last.	37 1/2.
CONSTANTINOPLE	200 Quilots.	47	2 1/2 Lasts.	93 1/2.
DANTZICK	1 Last.	19	1 Last	37 1/2.
DUNKERQUE	18 Raziéres.	19	1 Last.	37 1/2.
GENES	25 Eminés.	19	1 Last.	37 1/2.
GENEVE	37 1/2 Coupes.	19	1 Last.	37 1/2.
HAMBOURG	5 Lasts	10 1/2	5 1/2 Lasts.	206.
KŒNIGSBERG	1 Last	19	1 Last.	37 1/2.
LA ROCHELLE	1 Tonneau.	9	12 3/4 Muddes.	17 3/4.
LILLE en Flandres	38 Raziéres.	19	1 Last.	37 1/2.
LISBONNE	216 Alquiéres.	19	1 Last.	37 1/2.
LIVORNE	40 Sacs.	19	1 Last.	37 1/2.
LONDRES	10 1/2 Quarteaux ou Quartiéres.	19	1 Last.	37 1/2.

SUITE

SUITE DE LA TABLE III.

POUR LES MESURES DU BLÉ.

Noms des Villes & Païs.	*Différentes Meſures de ces Villes & Païs.*	*Raport en Meſure de Paris.*	*Raport en Meſure d'Amſterd.*	*Raport en Coupes de Genève.*
LION	4 Anees.	5 Setiers.	7 Muddes.	10.
MARSEILLE	400 Chargés.	423	22 Laſts. & 7 Muddes	835.
MIDDELBOURG	41 ½ Sacs.	19	1 Laſt.	37 ½.
NANTES	1 Tonneau.	9 ½	13 ½ Muddes.	18 ¾.
NAPLES	100 Tomoli.	35 ¼	50 Muddes.	70.
NICE	100 Setiers.	26 ½	38 Muddes.	52.
PARIS.				
MESSINE / PALERME	100 Salmes générales pr. le Blé	178 ¼	9 Laſts & 7 ½ Muddes	348.
	100 Salmes groſſes pr. l'Orge &c.	211 ½	11 Laſts & 3 ½ Muddes.	417 ½.
RIGA	46 Loopens ou un Laſt.	19	1 Laſt.	37 ½.
ROTERDAM	29 Sacs.	19	1 Laſt.	37 ½.
SALONIQ. dans l'Archip.	160 Quilots.	141	200 Muddes.	278.
SCHAFFOUSE	8 Muids.	4 ½	6 ½ Muddes.	9.
SMIRNE	9 Quilots.	21	29 ¼ Muddes.	41 ½.
STOCKHOLM	23 Tonnes ou un Laſt.	19	1 Laſt.	37 ½.
TOULON	3 Emines.	2	3 Muddes.	4.
TUNIS	1 Caſſis.	2 ¾	3 ½ Muddes.	4 ¾.
TURIN	100 Emines	158 ½	8 Laſts & 9 Muddes.	313.
VENISE	2 Staro.	1	1 ½ Mudde.	2.

§. 182. L'uſage de cette Table eſt comme celui des deux premières; Elle n'indique pas ſeulement le Raport des Meſures du Blé des endroits nommés dans la première Colonne avec celles de *Paris*, *d'Amſterdam* & de *Genève*: Mais elle fournit de plus le moyen de trouver le Raport de ces Meſures entr'elles. Ainſi voyant à la Table que 216 Alquières de Lisbonne ſont 19 Setiers de Paris, & que 25 Emines de Gênes ſont auſſi 19 Setiers Uſage de la Table III.

de Paris, il s'enſuit que 216 Alquières de Lisbonne font 25 Emines de Genes. Dès là on trouvera facilement, par une Régle de Trois, combien tant d'Alquières qu'on voudra font d'Emines, ou combien tant d'Emines font d'Alquières comme on le voit par ces deux Exemples.

Le premier. Si 216 Alquières font 25 Emines, Combien 2000 Alquières.

2000

Rép. 231. $\frac{5}{12}$ Emines. 50000
680
320
104
12
1248
168

Le Second. Si 25 Emines font 216 Alquières, combien 650 Emines?

650

Rép. 5616 Alquières. 10800
1296
140400
154
40
150
00

Autre Aplication. Voyant dans la Table que 216 Alquières de *Lisbonne* font 19 Setiers de *Paris*, & que 5 ſetiers de *Paris* font 4 Anées de *Lion*; Si l'on demande combien 2000 Alquières font d'Anées de *Lion*, Il faudra faire ces deux Régles de Trois :

1°. Si 216 Alquières font 19 Setiers, combien 2000 Alquières?

2000

Rép. 175 Setiers $\frac{25}{27}$ 38000
1640
1280
200
$= \frac{25}{27}$
216

2°. Si

2°. Si 5 Setiers font 4 Anées, combien 175 Setiers $\frac{25}{27}$

1 — 35 Set. $\frac{5}{27}$ — 4

Rép. 140 Anées $\frac{20}{27}$

Nous montrerons dans la ſuite la Régle conjointe qu'on emploie lorſqu'on à comme ici pluſieurs Régles de Trois à faire.

Si, au contraire; on demandoit combien 200 Anées de *Lion* font d'Alquières de *Lisbonne*, on feroit les deux Régles ainſi:

1° Si 4 Anées font 5 Setiers, combien 200 Anées?

50

Rép. 250 Setiers.

2°. Si 19 ſetiers font 216 Alquières, combien 250 Setiers?

250

Rép. 2842 $\frac{2}{19}$ Alquières. — 10800 — 432 — 54000 — 160 — 80 — 40 — 2

IV. DES MESURES POUR LES LIQUIDES.

§. 183. Voici les noms & ſubdiviſions des Meſures des Liquides, les Vins, les Eaux de vie, les Huiles.

A AMSTERDAM, l'*Aem* contient 4 *Ankers*, ou 8 *Stekans*, ou 20 *Verges* nommées *Viertels*, ou 64 *Stops*, ou 128 *Mingles*, ou 256 *Pintes*.

L'*Anker* contient 2 *Stekans*, ou 5 *Verges*, ou 16 *Stops*, ou 32 *Mingles*, ou 64 *Pintes*.

Le *Stekan* a 2 $\frac{1}{2}$ *Verges*, ou 8 *Stops*, ou 16 *Mingles*, ou 32 *Pintes*.

Le *Stop* vaut 2 *Mingles*, ou 4 *Pintes*.

La *Mingle* a 2 *Pintes*.

Pour les Vins du *Rhin* & de la *Moſelle*, la *Verge* eſt de 6 *Mingles*, & pour les Eaux de vie elle eſt de 6 $\frac{1}{2}$ *Mingles*.

A PARIS, le *Muid* eſt compoſé de 36 *Setiers* ou 288 *Pintes*.
Le *Setier* a 4 *Quartes* ou 8 *Pintes*.
La *Quarte* a 2 *Pintes* ou 4 *Chopines*.
La *Pinte* a 2 *Chopines* ou 4 *Demi-Setiers*.
La *Chopine* a 2 *Demi-Setiers* ou 4 *Poiſſons*.
Le *Demi-Setier* a 2 *Poiſſons*.
La *Pinte* eſt eſtimée égale au Pot de *Genève*.

A BORDEAUX, le *Tonneau* eſt compté de 4 *Bariques* ou 2 *Pipes*. La *Barique* contient 100 *Pots* de vin clair, qui rendent environ 250 *Pintes* à *Paris*.

A MONTPELLIER, FRONTIGNAN, LUNEL, le *Muid* eſt compoſé de 18 *Setiers*, & le *Setier* de 32 *Pots*.

On compte 100 *Verges* pour un *Muid*, & par conſéquent, la *Verge* pour environ 5 $\frac{3}{4}$ *Pots*.

A VIENNE dans le *Bas-Dauphiné*, & *Condrieux* dans le *Lionnois*, l'*Aſnée* eſt de 80 *Pots* meſure de *Lion*. Le *Pot* eſt eſtimé égal à la *Pinte* de *Paris*.

A L'HERMITAGE en *Dauphiné*, & ST. PÉRÉ & CORNAT dans le *Vivarais*, le *Muid* a 12 *Barals*, dont 6 font 4 *Setiers* de *Genève*.

A ALICANTE en Eſpagne, le *Tonneau* compoſé de 2 *Bottes* faiſant à *Amſterdam* 36 a 37 *Stekans*.

A CADIX, les *Futailles* où l'on met le vin ſe nomment *Bottes*; Elles ſont irrégulières, mais on vend les vins à l'*Arobe* qui eſt de lb. 25 Poids de *Cadix*.

En SICILE, le *Tonneau* eſt de 12 *Salmes*.

A NAPLES, les vins de Lacrima Criſti s'y vendent par *Baril* qui rendent 20 *Quarterons* à *Genève*.

A LISBONNE, la meſure ſe nomme *Almude* & fait 4 $\frac{1}{2}$ *Gallons* de *Londres*.

A LONDRES, le Tonneau à 252 *Gallons* faiſant 4 *Bariques* de 63 *Gallons*.
La *Barique* fait 110 *Pots* vin & lie, & 100 *Pots* vin clair, meſure de *Bordeaux*, ou 12 $\frac{1}{2}$ *Stekans* d'*Amſterdam*.
Le *Gallon* équivaut a 4 *Pintes* de *Paris*.
Le *Gallon* ſe diviſe en 8 *Pintes* angloiſes; ainſi une *Pinte* angloiſe eſt une *Chopine* de *Paris*.

A HAMBOURG, le *Fœder* eſt compoſé de 6 *Ohms*,
l'*Ohm* de 20 *Veertels*,
le *Veertel* de 2 *Stubjens*,
le *Stubjen* de 4 *Bouteilles*,
la *Bouteille* de 2 *Chopines*.
L'*Anker* eſt de 10 *Stubjens*, & la *Barique* de 6 *Ankers*.

A BERLIN, 200 *Quarts* ou *Bouteilles* font une *Barique* de *Bordeaux*.

A NUREMBERG, l'*Eymer* eſt de 64 *Pots* de *Nuremberg*.

A BALE, le *Setier* eſt de 32 *Muds*, ou 96 *Pots* vieille meſure qui font 120 de la nouvelle.

A TURIN, la *Brinde* a 36 *Pintes*, & elle péſe 6 *Rubs* de ℔. 25 poids de *Turin*.

A MILAN, la *Brente* a 3 *Staras*, le *Stara* 2 *Mines*, la *Mine* a 2 *Quartari*, le *Quartaro* 4 *Pintes*, & la *Pinte* a 8 *Boccali*.

A GENEVE, Le *Char* eſt compoſé de 12 *Setiers*, ou 288 *Quarterons* ou 576 *Pots*.

Le *Setier* de 24 *Quarterons* ou 48 *Pots*, vin clair, où de 25 *Quarterons* ou 50 *Pots*, Vin & Lie,

le *Quarteron* de 2 *Pots* ou 8 *Picholettes*.

A BERNE, le *Char* eſt compoſé de 4 *Saums* ou 400 *Pots*.

Le *Saum* étant de 100 *Pots*.

A LAUSANNE, le *Char* eſt de 12 *Setiers* ou 576 *Pots*, le *Setier* a 24 *Quarterons* ou 48 *Pots*, & le *Quarteron* 2 *Pots*.

A MORGES, le *Char* eſt de 12 *Setiers* faiſant 400 *Pots*.

A VEVAI, le *Char* eſt de 14 *Setiers* faiſant 448 *Pots*, le *Setier* a 32 *Pots*.

A ROLLE, le *Char* eſt de 8 *Setiers* ou 400 *Pots*, le *Setier* de 50 *Pots*.

A NION, le *Char* eſt de 8 *Setiers* ou 480 *Pots*, le *Setier* a 30 *Quarterons* ou 60 *Pots*.

A YVERDUN, le *Char* eſt de 40 *Seilles* ou 400 *Pots*. la *Seille* de 10 *Pots*.

A NEUFCHATEL, le *Muid* ſe diviſe en 12 *Setiers* faiſant 192 *Pots*, le *Setier* a 16 *Pots*.

TABLE IV.

POUR LES MESURES DU VIN.

§. 184. *Noms des Villes & Païs.*	*Meſures de ces Villes & Païs.*	*Raport en Meſures d'Amſt.*	*Raport en Meſures de Paris.*	*Raports en Meſures de Genève.*
AMSTERDAM . .	1 Aem de 4 Ankers *ou* 8 Stekans.	128 Mingles, ou 256 pintes.	161 Pintes.	80½ Quarter.
PARIS	1 Muid de 36 Set.	229 Mingles.	288 Pintes.	6 Setiers.
BORDEAUX . .	1 Tonneau de 4 Bariques. .	768 Mingles.	1000 Pintes.	500 Quarter.
VIENNE dans le Bas-Dauphiné, CONDRIEUX dans le Lionnois. . .	1 Aſnée de 80 Pots.	60 Mingles.	80 Pintes.	40 Quarter.
L'HREMITAGE . en Dauphiné, . ST. PÉRÉ & CORNAT en Vivarais. .	1 Muidde 12 Barals.	295 Mingles.	384 Pintes.	8 Setiers.
ALICANTE en Eſpagne. . .	1 Tonneau de 2 Bottes.	36 à 37 Stekans.	760 Pintes.	380 Quarter.
NAPLES . .	1 Baril. . .	30¾ Mingles.	40 Pintes.	20 Quarter.
LISBONNE . .	1 Almude. .	. 29 Pintes. .	18 Pintes.	9 Quarter.
LONDRES . .	1 Tonneau de 252 Galons	774 Mingles.	1008 Pintes.	21 Setiers.
BERLIN . .	200 Quarts *ou* Bouteilles.	192 Mingles.	250 Pintes.	125 Quarter.

Voilà qui ſuffit pour donner une idée des Meſures pour les Liquides. J'ajoûterai cependant ici la Table du Raport des Pots, meſures de divers Lieux de la Suiſſe, avec le Pot, Meſure de Genève; laquelle j'ai dreſſée pour mettre dans les *Etrennes Hiſtoriques* de l'année 1762, imprimées à Genève chez P. PELLET.

TABLE

TABLE V.

100 *Pots de Vin, Meſure de* GENEVE *ſont aux Lieux ſous-nommés, ſavoir;*

§. 185.

Du Pot de Geneve & des Pots de Suiſſe.

A AIGLE . .	79 Pots	40 centiémes,	ou	5 Pots pour	4.
AVANCHE .	72 Pots	98 centiémes,	ou	4 Pots pour	3.
AUBONNE pr. l'huile	60 Pots	41 centiémes,	ou	5 Pots pour	3.
pr. le vin	75 Pots	51 centiémes,	ou	4 Pots pour	3.
BERNE . .	67 Pots	99 centiemes,	ou	3 Pots pour	2.
COPET . .	73 Pots	70 centiemes,	ou	4 Pots pour	3.
COSSONNAY .	74 Pots	44 centiemes,	ou	4 Pots pour	3.
LAUSANNE .	97 Pots	82 centiemes,	ou	1 Pot pour	1.
LUTRI . .	89 Pots	13 centiemes,	ou	10 Pots pour	9.
MORGES . .	70 Pots	1 centiémes,	ou	10 Pots pour	7.
MOUDON . .	80 Pots	85 centiémes,	ou	5 Pots pour	4.
NEUFCHATEL .	65 Pots		ou	20 Pots pour	13.
NION . .	84 Pots	98 centiémes,	ou	20 Pots pour	17.
ORBE . .	66 Pots & 2 tiers	. .	ou	3 Pots pour	2.
PAYERNE .	72 Pots	98 centiémes,	ou	4 Pots pour	3.
ROLLE . .	73 Pots	40 centiémes,	ou	4 Pots pour	3.
ROMAINMOTIER .	52 Pots	10 centiémes,	ou	25 Pots pour	13.
VEVAY . .	75 Pots	57 centiémes,	ou	4 Pots pour	3.
YVERDUN .	71 Pots	35 centiemes,	ou	10 Pots pour	7.

L'on a auſſi marqué les Raports en petits nombres pour la commodité du Lecteur, quoique la plupart ne ſoient pas exactement les mêmes que ceux de 100 Pots de Genève avec ceux qui ſont marqués dans la Table; qui, au reſte, ſont plus juſtes, étant calculés par la contenance de ces Meſures, priſe géométriquement ſur les Originaux par ordre de LL. EE. de Berne.

1 *Char* d'*Aubonne* fait	1 *Char*	4 *Setiers*	13	*quarterons*	}	à *Genève.*
1 *Char* de *Berne* . .	1 *Char* & . .		6	*quarterons*		
1 *Char* de *Lauſanne* .	1 *Char* & . .		6½	*quarterons*		
1 *Char* de *Morges* .	1 *Char* moins	5 *pots* . . .				
1 *Muid* de *Neufchâtel* . . .	6 *Setiers*	3½	*quarterons*			
1 *Char* de *Nion* . .	1 *Char* moins	11 *pots* . . .				
1 *Char* de *Rolle* . .	1 *Char* moins	31 *pots* . . .				
1 *Char* de *Vevay* .	1 *Char* & . .		8½	*quarterons*		
1 *Char* d'*Yverdun* .	1 *Char* moins .		8	*quarterons*		

Des Mesures pour les Terreins & les Distances.

§. 186. Je finirai ce qui concerne les Mesures en disant quelque chose de celles dont on se sert pour mesurer les Terreins & en général l'étendue.

1°. Le *Pied* qu'on divise en 12 *Pouces*, & le *Pouce* en 12 *Lignes*.

Cette mesure n'est pas exactement égale partout. On compte par exemple que 107 Pieds de *Paris* font 114 Pieds de *Londres*.

L'on compte aussi que 1094 Pieds de *Suède* font 1000 Pieds de *Paris*.

Le *Pied de Paris* se nomme *Pied de Roi*.

2°. La *Toise* qui en *France* est de 6 *Pieds*,
à *Genève* de 8 *Pieds*,
en *Suisse* de 10 *Pieds*,

3°. La *Perche*, qui est de 18 *pieds*, mesure du Chatelet de *Paris*. Il y en a de plus longues.

4°. L'*Arpent*, qui est de 100 *Perches*, & qui varie par l'inégalité des *Perches*.

5°. La *Pause* est à *Genève* de 400 *Toises* de 64 *Pieds quarrés*,
ou de 25600 *Pieds quarrés*.

Dans le *Païs de Vaud* en *Suisse*, la *Pause* est de 500 *Toise* de 100 *Pieds quarrés*,
ou de 50000 *Pieds quarrés*.

Un *Pied quarré* est un quarré d'un pied de long & d'un pied de large.

6°. Les Mesures Itineraires dont la longueur se marque par le nombre de Pas *géométriques* qu'elles contiennent.

Le *Pas géométrique* est de 5 *Pieds de Roi*.

Le *Pas commun* est de 2 *Pieds*.

La *Lieue* commune de *France* est de	2500.	Pas géométriques.
La grande	de 3000.	
Le *Mille* d'*Italie* . . .	de 1000.	
. . . d'*Angleterre* . .	de 1250.	
. . . d'*Ecosse* . . .	de 1500.	
La *Lieue* d'*Espagne* . . .	de 3400.	
. . . de *Suède* . . .	de 5000.	
. . . de *Hongrie* . .	de 6000.	
Le *Mille* d'*Allemagne* . .	de 4000.	
Le *Stade* de *Grèce* . . .	de 125.	
Le *Skerche* des *Egyptiens*. .	de 5000.	
La *Farsangue* des *Perses*. .	de 3750.	

SUITE

SUITE
DE LA
TROISIEME PARTIE.

DES REGLES DE PROPORTION COMPOSÉE.

§. 187. J'Ai déja remarqué (§. 4.) que les Queſtions qui dépendent de la Proportion ſont de deux ſortes; les unes ſe réſolvent par une ſeule *Régle de Trois*, & les autres ne peuvent ſe réſoudre que par pluſieurs.

Il y a deux ſortes de Queſtions qui dépendent de la Proportion.

Dans les Queſtions de la première ſorte, l'on cherche un Terme ou Nombre inconnu ſelon une ſeule Raiſon donnée, comme on l'a vû juſqu'ici; & dans les Queſtions de la ſeconde ſorte, l'on cherche un Terme ou Nombre inconnu ſelon pluſieurs Raiſons données.

§. 188. Les Queſtions de la 2de. Claſſe, dans leſquelles pluſieurs Raiſons ſont données, ne peuvent ſe reſoudre qu'en faiſant autant de Régles de Trois qu'il y a de Raiſons données pour réſoudre la Queſtion. Mais on peut faire toutes ces Régles de Trois ſucceſſivement, ou dans une ſeule & même Régle, qui ſe nomme alors, comme elle l'eſt en effet, *Régle de Proportion compoſée.*

Les Queſtions de la 2e. ſorte ſe réſolvent par une Régle de Proportion compoſée, laquelle eſt de deux ſortes.

La *Régle de Proportion compoſée* eſt de deux ſortes: La première retient ce nom, & l'autre s'apelle *Régle Conjointe.*

Je vai traiter de l'une & de l'autre avec autant de clarté & de préciſion qu'il me ſera poſſible. Il faut ici relire ce qu'on a expliqué ſur les Raiſons & Proportions dans la Ire. Partie §. 154. & ſuivans.

REGLE DE PROPORTION COMPOSÉE.

En quoi elle diffère de la ſimple Régle de Trois ordinaire.

§. 189. POur bien entendre cette Régle, il faut remarquer, I°. Que, comme je l'ai déja dit, elle ne différe de la Régle de Trois ordinaire, qu'en ce qu'elle comprend pluſieurs Raiſons données & connues; au lieu que la Régle de Trois ſimple ne conſiſte que dans une ſeule Raiſon donnée, ſavoir; ou la Raiſon du 1er. au 2^d^. terme, ou celle du 1er. au 3e. terme. Ainſi une Régle de Proportion compoſée ne peut avoir moins de cinq termes connus, ſavoir les quatre termes de deux Raiſons, & l'Antecedent dont on cherche le Conſequent qui eſt l'inconnu: Alors elle comprend deux Régles de Trois. Si elle a ſept termes connus, elle comprend trois Régles de Trois, & ainſi de ſuite: Elle a donc toûjours 5 termes, 7 termes, &c. ſavoir un nombre impair de termes connus.

Qu'elle conſiſte dans la Raiſon compoſée des Raiſons données. Méthode de trouver la raiſon compoſée.

§. 190. II°. La Régle de Proportion compoſée comprenant pluſieurs Raiſons, il s'agit, dans l'opération, de trouver la *Raiſon compoſée* des Raiſons données par la méthode ſuivante, afin de découvrir le nombre que l'on cherche ſelon cette Raiſon compoſée.

Pour avoir la Raiſon compoſée de deux Raiſons, il faut multiplier les deux Antecedens l'un par l'autre, le produit ſera l'Antecedent de la Raiſon compoſée; & ſon Conſéquent ſera le produit de la multiplication, des deux Conſéquens l'un par l'autre.

Soient les Raiſons $\frac{4}{2}$ & $\frac{9}{3}$ dont on cherche la Raiſon compoſée. Je multiplie, l'un par l'autre, 1°. les Antecedens, 4 & 9; le produit, 36, eſt l'Antecedent de la Raiſon compoſée. 2°. Je multiplie auſſi, l'un par l'autre, les Conſéquens, 2 & 3; le produit, 6, eſt le Conſéquent de la Raiſon compoſée. Ainſi $\frac{36}{6}$ eſt la Raiſon compoſée de ces deux Raiſons, $\frac{4}{2}$ & $\frac{9}{3}$.

Je le prouve: $\frac{4}{2} = 2$, & $\frac{9}{3} = 3$. Donc 2 & 3 ſont les Expoſans des Raiſons données. Cela étant, 6 eſt l'Expoſant ou Nombre compoſé de 2 & 3. (1ere Partie §. 136.) Or la Raiſon compoſée qu'on a trouvée eſt $\frac{36}{6} = 6$. Donc la Raiſon de $\frac{36}{6}$ eſt la compoſée des Raiſons, $\frac{4}{2}$ & $\frac{9}{3}$.

Si l'on cherche enſuite la Raiſon compoſée des Raiſons $\frac{36}{6}$ & $\frac{8}{2}$, on trouvera par la même méthode, $\frac{288}{12}$ pour la Raiſon compoſée; car $\frac{288}{12} = 24$, Expoſant qui eſt compoſé des Expoſans, 6 & 4, des Raiſons $\frac{36}{6} = 6$ & $\frac{8}{2} = 4$.

Il ſuit de là 1°. Que la Raiſon, $\frac{288}{12} = 24$, eſt compoſée des trois Raiſons, $\frac{4}{2} = 2$, $\frac{9}{3} = 3$, & $\frac{8}{2} = 4$; car 24, qui eſt ſon Expoſant, eſt un nombre compoſé des Expoſans 2, 3, & 4, des Raiſons compoſantes, puiſque $2 \times 3 \times 4 = 24$.

§. 191.

§. 191. 2°. Il ſuit que, *pour avoir la Raiſon compoſée de tel nombre de Raiſons qu'on voudra, il faut mutiplier ſucceſſivement les Antecedens & les Conſéquens des Raiſons données les uns par les autres, ſavoir le* 1er. *Antecedent par le ſecond, le produit par le* 3e. *Antecedent, ce ſecond produit par le* 4e. *Antecedent, & ainſi de ſuite: Le dernier produit ſera l'Antecedent de la Raiſon compoſée. On ſera de même pour les Conſéquens, & le dernier produit ſera le Conſéquent de la même Raiſon compoſée.* Régle de la compoſition des Raiſons.

§. 192. On comprend ſans peine 1°. qu'il eſt indifférent lequel on préne pour le 1er. le 2^d^. le 3e. Antecedent ou Conſéquent, le dernier produit ſe trouvant toujours le même dans quelque ordre qu'on ait fait les multiplications. Remarque.

2°. Qu'on aura la Raiſon compoſée en ſes moindres termes ſi l'on a employé, dans l'operation, les moindres termes des Raiſons compoſantes. Ainſi, dans le dernier Exemple, les Raiſons compoſantes ſont $\frac{4}{2}$, $\frac{9}{3}$, $\frac{8}{2}$, qui, réduites aux moindres termes, donnent ——————— $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{1}$, $\frac{4}{1}$.

Or la Raiſon compoſée de ſes Raiſons $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{1}$, & $\frac{4}{1}$ eſt, par la même méthode, $\frac{24}{1} = 24$, & par conſéquent la même que $\frac{288}{12}$.

3°. Qu'on abrége l'opération en réduiſant d'abord les Raiſons compoſantes à leurs moindres termes, pour s'en ſervir dans les multiplications qui forment la Raiſon compoſée.

§. 193. Voilà la manière de trouver la Raiſon compoſée de tel nombre de Raiſons que ce ſoit ou qu'on aura à combiner. Mais avant que d'en faire l'aplication à quelques Exemples, il faut indiquer la manière d'ordonner les termes des Raiſons données dans une Queſtion; c'eſt ce qu'il y a de plus difficile dans la Régle de Proportion compoſée. Que ce que l'on trouve ſur la Régle de Proportion compoſée dans les Traités d'Arithmétique, eſt fort confus & embarraſſant.

Dans tous les Traités d'Arithmétique que j'ai vû; l'on donne une méthode particuliére pour le cas où la Régle n'a que cinq termes, une autre Methode lors qu'elle a ſept termes, une autre encore lorſqu'elle a neuf termes, &c. Il faut deplus examiner ſi la Régle de Proportion compoſée ne renferme que des Regles de Trois directes ou indirectes, ou combien elle comprend des unes & des autres, pour varier en conſéquence l'opération. La Méthode que j'ai à propoſer eſt ſimple & générale; Elle s'aplique facilement à toutes les Queſtions qui dépendent de la Proportion, quelque ſoit le nombre de termes connus; ſoit que les Raiſons ſoient toutes majeures, ou toutes mineures, ou que les unes ſoient majeures & les autres mineures, & ſoit qu'il y ait un nombre égal des unes & des autres. La méthode qu'on donnera eſt ſimple & générale

Je vai dabord expoſer la Régle ou Méthode de l'ordonnance des termes connus, que j'apliquerai enſuite à divers Exemples.

§. 194. Comme chaque Raiſon a deux termes, l'*Antecedent* & le *Conſéquent*, il y aura autant d'Antecedens & de Conſéquens qu'il y aura de Raiſons données. On les rangera en deux Colonnes; celle de la gauche comprendra les Antecedens, poſés les uns ſous les autres; & celle de la droite ſera formée des Conſéquens, mis auſſi les uns ſous les autres. Mais Régle générale pour l'ordonnance des ter-

mes de la Régle de Proportion compoſée.

pour découvrir quels ſont les Antecedens & les Conſéquens, il faut 1°. que dans chaque Raiſon, l'Antecedent & le Conſéquent ſoient de même eſpèce, parce qu'il s'agit ici de comparer une certaine quantité de choſes avec une autre quantité des mêmes choſes. 2°. Que, de deux nombres d'une même eſpèce, on prenne, pour l'Antecedent, le moindre terme ſi, ſelon la Queſtion, la Raiſon doit aller du moins au plus; ou le plus grand terme ſi la Raiſon doit aller du plus au moins. On voit par-là que les Raiſons données dans une Queſtion ſont exprimées par les nombres qui y ſont énoncés pris deux à deux & de même eſpèce.

Tous les termes étant ainſi poſés, deux à deux, en deux colonnes, il reſtera à poſer un terme qui eſt ſeul de ſon eſpèce, mais qui eſt de la même eſpèce que l'inconnu que l'on demande. Ce terme, ſeul de ſon eſpèce, ſe poſe dans une troiſiéme colonne, & il eſt l'Antecedent d'une Raiſon égale à la Raiſon compoſée qui réſultera des Raiſons données; l'inconnu qu'on cherche ſera ſon Conſéquent. Ainſi la Queſtion ſera réſolue quand on l'aura trouvé par l'opération qui ſe fait de la manière ſuivante.

Régle pour faire l'opération de la Régle de Proportion compoſée.

§. 195. Tous les termes des Raiſons données étant poſés dans l'ordre qu'on vient de preſcrire, il faut multiplier ſucceſſivement, les uns par les autres, 1°. Tous les Antecedens compris dans la colonne à gauche, 2°. tous les Conſéquens compris dans la colonne à droite: Le dernier produit des Antecedens ſera le nombre compoſé de ces Antecedens, & le dernier produit des Conſéquens ſera le nombre compoſé de ces Conſéquens (Iere. Partie §. 136.)

Qu'elle ſe réduit à une ſimple Régle de Trois.

Le nombre compoſé, réſultant des Antecedens, ſera donc l'Antecedent de la Raiſon compoſée; & le nombre compoſé, réſultant des Conſéquens, ſera le Conſéquent de la même Raiſon compoſée. (§. 191.) La Régle de Proportion compoſée ſe trouvera ainſi réduite à une ſimple Régle de Trois, dont le produit des Antecedens ſera le premier terme, le produit des Conſéquens ſera le ſecond terme, & le terme poſé dans la 3e. colonne, qui étoit ſeul de ſon eſpèce, ſera le 3e. terme. Multipliant donc le 2d. & le 3e. terme l'un par l'autre, & diviſant le produit par le 1er. terme, l'on aura le Conſéquent cherché, le nombre qui étoit inconnu, & qui eſt la réponſe à la Queſtion.

Les Exemples & les Remarques dont on les accompagnera éclairciront cette Méthode de faire la Régle de Proportion compoſée.

EXEMPLE I.

Qui eſt tiré de la Queſtion XV. ci-devant §. 91.

§. 196. A quoi montent les intérêts de L. 7187. 10 ſ. de Capital dans 13 ans 9 mois 10 jours au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année?

EXAMEN.

EXAMEN.

Dans cette Queſtion, il n'y a que deux Raiſons données, & parconſéquent cinq termes connus, qui renferment deux Régles de Trois.

Les termes des Raiſons données ſont L. 7187. 10 ſ. & L. 100, 1ere. Raiſon. Ceux de la ſeconde Raiſon ſont 13 ans 9 mois 10 jours & 1 an.

Le terme qui reſte, ſavoir L. 4 ½, eſt ſeul de ſon eſpèce, mais de la même eſpèce que celui qu'on cherche, puiſqu'on cherche des intérêts, & que ces L. 4 ½, ſont l'interêt de L. 100 de Capital pour 1 an.

Vous le voyez, dans chaque Raiſon, l'Antecedent & le Conſéquent ſont de même eſpèce. §. 194. Ici, dans la premiere Raiſon, les deux termes ſont deux Capitaux; & dans la ſeconde, les deux termes ſont deux tems.

Suivant la Régle (§. 194.) les L. 4 ½ doivent être poſées à la 3e. colonne pour Antecedent de l'inconnu qu'on cherche, qui ſera ſon Conſéquent: Les autres termes doivent être poſés dans les deux premières colonnes.

§. 197. Pour diſtinguer, plus facilement, les Antecedens d'avec les Conſéquens, remarquez que l'Antecedent de la 3e. colonne, qui eſt ſeul de ſon eſpèce, a un raport naturel & immédiat avec l'un des termes de chaque Raiſon, ce qui donne le moyen de faire, pour chacune, le raiſonnement d'une ſimple Régle de Trois, dont le 2^d^. terme eſt cet Antecedent de la 3e. colonne, le 1er. terme eſt celui de la Queſtion avec lequel il a un raport immédiat, & le 3e. eſt un autre nombre de la Queſtion qui eſt de la même eſpèce que le premier: Si, ſelon le ſens de cette Propoſition ou Régle de Trois, la Raiſon va du moins au plus, l'Antecedent doit être le plus petit des deux termes; Mais ſi la Raiſon va du plus au moins, l'Antecedent doit être le plus grand des deux termes, §. 194.)

Méthode pour diſtinguer les Antecedens des conſéquent, pour les ordonner comme il faut.

Apliquons cette Méthode à notre Exemple, & diſons 1°. *Si L. 100 donnent L. 4 ½, combien donneront L. 7187. 10 ſ.?* Selon le ſens de cette Propoſition, la Raiſon va du moins au plus, puiſque L. 7187. 10 ſ. doivent donner plus d'intérêt que L. 100. Donc L. 100 doivent être l'Antecedent, & L. 7187. 10 ſ. doivent être le Conſéquent.

2°. *Si 1 an donne L. 4 ½, combien donneront 13 ans 9 m. 10 j.?* Selon le ſens de cette ſeconde Propoſition, la Raiſon va encore du moins au plus, puiſque 13 ans 9 m. 10 j. doivent donner davantage qu'un an. Donc 1 an doit être l'Antecedent, & 13 ans 9 m. 10 j. doivent être le Conſéquent.

Voici donc l'ordonnance des termes & l'opération de la Régle de Trois compoſée dans ce premier Exemple.

Antecedent.	*Conſéquent.*		*Antecedent*	*Conſéquent.*
L. 100. . .	L. 7187. 10 ſ.	: :	L. $4\frac{1}{2}$ . .	L. 4456. 5 ſ. qui
1 an . .	13 ans 9 m. 10 j.			réſulte de l'opération.

21561
7187

pour 10 ſ. . 6. 10 —
pour 6 m. . 3593. 15 —
pour 3 m. . 1796. 17. 6 d.
pour 10 j. . 199. 13. — $\frac{2}{3}$

L. 99027. 15. 6 d $\frac{2}{3}$

Nous avons donc réduit notre Régle de Proportion compoſée à une ſimple Régle de Trois, qui eſt;

Antecedent. *Conſéquent.* *Antecedent.*
L. 100. ſont à L. 99027. 15. 6. d $\frac{2}{3}$ comme L. $4\frac{1}{2}$ au nombre inconnu.

$4\frac{1}{2}$

396111. 2. 2 d $\frac{2}{3}$

pour $\frac{1}{2}$. 49513. 17. 9 $\frac{1}{3}$

4456 | 25 — —
20
5 | 00

EXEMPLE II.

Qui eſt tiré de la Queſtion XVI. §. 92.

Quel eſt le Capital dont les intérêts montent à L. 4456. 5 ſ. pour 13 ans 9 m. 10 j. au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année ?

EXAMEN.

Les termes des Raiſons données ſont ici, 1°. L. 4456. 5 ſ. & L. $4\frac{1}{2}$: Ces deux nombres ſont l'un & l'autre de même eſpèce, parce qu'ils expriment tous deux des intérêts; 2°. 1 an & 13 ans 9 m. 10 j. ſont les termes de la 2de. Raiſon, tous deux de même eſpèce puiſqu'ils expriment chacun un tems. Il reſte ainſi le nombre L. 100, qui eſt ſeul de ſon eſpèce, mais de la même que le Capital qu'on cherche, car L. 100 eſt le Capital de L. $4\frac{1}{2}$ d'intérêt pour 1 an.

Enſuite

Enſuite, pour trouver les Antecedens & les Conſéquens, diſons ſuivant nôtre methode, 1°. *Si* L. $4\frac{1}{2}$ *d'int. font* L. 100 *de Cap. comb. de Cap. font* L. 4456. 5 *ſ. d'int.* Par ce raiſonnement, on voit que la Raiſon va du moins au plus, puiſque L. 4456. 5 d'int. forment un plus grand capital que L. $4\frac{1}{2}$. Donc L. $4\frac{1}{2}$ doivent être poſées aux Antecedens, & L. 4456. 5 ſ. aux Conſéquens.

2°. Si 13 ans 9 m. 10 j. ſe raportent à L. 100, combien 1 an? *moins.* Ou bien Si 13 ans 9 m. 10 j. font L. 4456. 5 ſ. d'intérêt, comb. 1 an? *moins.* Donc la Raiſon va du plus au moins; Donc 13 ans 9 m. 10 j. doivent être poſés aux Antecedens, & 1 an aux Conſéquens.

Position et Opération.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
L. $4\frac{1}{2}$ . . .	L. 4456. 5 ſ.	: :	L. 100.	L. 7187. 10 ſ. qui réſulte de l'opération.
13 ans 9 m. 10 j.	1 an	:		

55 ans 1 m. 10 j.
Fr. $\frac{1}{2}$ 6. 10. 20

62 produit des Antecedens. L. 4456. 5 produit des Conſéquens, que je multiplie par 100, Antecedent de la 3e. colonne.

L. 7187. 10 ſ—

445625
116
542
465
31
20
620
000

Exemple III.

*Qui eſt tiré de la Queſtion XVII*e. §. (93.)

§. 199. Dans combien de tems le Capital de L. 7187. 10, donnera-t-il L. 4456. 5 ſ. d'intérêts au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année?

EXAMEN.

Les termes des Raiſons ſont ici 1°. L. 7187. 10 ſ. & L. 100, & 2°. L. 4456. 5 ſ. & L. $4\frac{1}{2}$. Il reſte donc 1 an pour le terme de la 3e. colonne, qui eſt le ſeul de ſon eſpèce, mais de la même que celle qu'on demande. Diſons donc ſuivant la méthode ſus §. 197.

1°. *Si L. 7187. 10 ſ. ſe raportent à 1 an, combien L. 100?* La Raiſon va du plus au moins, Donc L. 7187. 10 ſera l'Antecedent, & L. 100 ſera le Conſéquent.

2°. *Si L. $4\frac{1}{2}$ ſont 1 an, combien L. 4456. 5?* La Raiſon va du moins au plus, Donc L. $4\frac{1}{2}$ ſera l'Antecedent, & L. 4456. 5 ſ. ſera le Conſéquent.

POSITION ET OPÉRATION.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
L. 7187. 10 ſ.	L. 100.	: :	1 an.	13 ans 9|m. 10 j. qui
L. $4\frac{1}{2}$.	L. 4456. 5 ſ.			réſultent de l'opération.

28750	445625
pr. $\frac{1}{2}$ 3593. 15 ſ.	4
32343. 15 ſ.	1782500
4	488750
129375 —	100625
	12
13 ans 9|m. 10j.	1207500
	43125
	30
	1293750
	cccccco

EXEMPLE IV.

Qui eſt tiré de la Queſtion XVIII. §. 94.

§. 200. A combien pour $\frac{0}{0}$ l'année le Capital de L. 7187. 10 donne-t-il L. 4456. 5 d'intérêts dans 13 ans 9 m. 10 j.?

EXAMEN.

EXAMEN.

L'on cherche l'intérêt de L. 100 pour 1 an, ainſi L. 4456. 5 ſ. d'intérêts, étant le terme de la même eſpèce que l'inconnu, doit être placé à la 3e. colonne. Les autres termes fourniſſent ces deux Raiſonnemens; 1°. *Si* L. 7187. 10 *donnent* L. 4456. 5 ſ. *combien* L. 100?

La Raiſon va du plus au moins, donc L. 7187. 10 ſeront aux Antecedens & L. 100 aux Conſéquens.

2°. *Si* 13 *ans* 9 *m.* 10 *j. donnent* L. 4456. 5 ſ. *combien* 1 *an*?

La Raiſon va auſſi du plus au moins, Donc les 13 ans 9 m. 10 j. ſeront aux Antecedens, & 1 an ſera aux Conſéquens.

POSITION ET OPÉRATION.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
L. 7187. 10 ſ.	L. 100.	: :	L. 4456. 5 ſ.	L. 4 ½ qui réſultent de l'opérat.
13 ans 9 m. 10 j.	1 an.		100	
21561			445625	
7187			3	
pr. 10 ſ. 6. 10 —			1336875	
pr. 6 m. 3593. 15 —			3	
pr. 3 m. 1796. 17 6			4010625	
pr. 10 j. 199. 13 — ⅔			445625	
99027. 15. 6 d ⅔			20	
3			8912500	
297083. 6. 8 d.			000000	
3				
891250. —. —				
L. 4. 10 ſ.				

EXEMPLE V.

§. 201. Dans une Place aſſiégée il y a 1500 Hommes de Garniſon qui ont du pain pour 4 mois à raiſon de 25 Onces par Ration; on augmente la Garniſon de 1000 hommes, & par ce moyen, on ſe trouve en etat de ſoutenir le Siége pendant 8 mois, on demande de combien d'onces de pain ſeront les Rations préſentement qu'il y a une Garniſon de 2500 hommes qui doivent tenir pendant 8 mois?

Examen.

Le terme qui eſt de la même eſpèce que l'inconnu eſt 25 onces, qui doit être place à la 3e. colonne. Pour les autres termes, faiſons nos raiſonnemens ordinaires.

1°. *Si 1500 hommes ont 25 onces, combien 2500 hommes?* Rép. *moins.* Cette 1ere. Raiſon doit donc aller du plus au moins. Donc 2500 hommes ſeront aux Antecedens, & 1500 hommes aux Conſéquens.

2°. *Si pendant 4 mois on a 25 onces combien pendant 8 mois?* Rép. *moins.* Cette 2de. Raiſon doit aller auſſi du plus au moins. Donc 8 mois ſeront aux antecedens, & 4 mois aux conſéquens.

Position et Opération.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
2500 Hommes.	1500 Hommes	: :	25 onces.	7 onces $\frac{1}{2}$ qui réſulte de l'opération.
8 mois.	4 mois.			
2|0000	6000			
$7\frac{1}{2}$	25			
	15|0000			

Manière d'abréger les termes avant que de faire l'Opération.

2°. En réduiſant les termes. §. 202. Il ſuit de la 3e. remarque (§. 192.) que l'on abrége l'opération en réduiſant les termes des Raiſons aux moindres Nombres. Ainſi, dans ce dernier exemple, ſi l'on réduit aux moindres nombres les termes 2500 & 1500; on aura 1°. 25 & 15, en retranchant les zéro, & 5 & 3, en prenant la 5e.

On réduira de même les termes 8 & 4 à 2 & 1 en prenant le quart. Ainſi les termes ſeront 5. 3 : : 25.
2. 1

Et comme le terme de la 3e. colonne multiplie ceux de la 2de. on peut auſſi diminuer également 5 & 25, à 1 & 5, en prenant la 5e. Et les termes réduits autant qu'ils peuvent l'être ſont:

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1.	3.	: :	5.	$7\frac{1}{2}$ qui réſulte de l'opération.
2.	1.			
	15			
	$7\frac{1}{2}$			

Cet

Cet abrégé facilite considérablement les multiplications & les divisions, surtout quand il y a un grand nombre de termes. Il consiste, comme on le voit, à diminuer également, par la division & autant qu'il est possible, chacun des Antecedens de la 1ere. colonne & chacun des Conséquens de la 2de. ou l'Antecedent de la 3e. colonne. Je dis 1°. diminuer *également*, c'est-à-dire, que quand on diminue un Antecedent il faut diminuer de même un des Conséquens ou l'Antecedent de la 3e. colonne; Car comme tous les Antecedens se doivent multiplier les uns par les autres, & que tous les Conséquens avec l'Antecedent de la 3e. colonne se doivent aussi multiplier les uns par les autres, il n'est pas nécessaire de s'astreindre à ne diminuer précisément que l'Antecedent & le Conséquent de chaque Raison, il suffit qu'ayant diminué un Antecedent, on diminue de même un des Conséquent ou l'Antecedent de la 3e. colonne. Je dis 2°. qu'il faut diminuer les termes *par la division*, pour faire entendre que la diminution ne doit pas se faire par la soustraction, parce qu'alors on changeroit la Raison qui est entre chaque Antecedent & chaque Conséquent, selon ce qu'on a démontré dans la Iere. Partie §. 105. Enfin, je dis qu'il faut diminuer *autant qu'il est possible*, c'est-à dire, qu'il faut diminuer en divisant par le plus grand Commun-diviseur des termes à réduire pour ne pas avoir des fractions.

§. 203. On abrégera encore l'opération, 1°. s'il y a dans les Antecedens un terme qui soit le même nombre qu'un des Conséquens ou que l'Antecedent de la 3e. colonne, puisqu'on n'a qu'à les effacer pour ne s'en point servir. En effet les deux nombres étant egaux, en les divisant chacun par lui-même, ils se réduisent à l'unité qui est leur moindre terme; or l'unité ne multiplie ni ne divise point. 2°. Si le produit de deux Antecedens est égal à l'un des Conséquens, ou à l'Antecedent de la 3e. colonne, ou au produit de deux ou trois Conséquens, ou d'un ou deux Conséquens & de l'Antecedent de la 3e. colonne, on peut effacer tous ces nombres pour ne s'en point servir dans l'opération. La raison en est claire; ces produits, étant égaux, se réduisent à l'unité qui n'influe en rien dans la multiplication & dans la division, (Iere Partie §. 62. & §. 84.)

2°. En faisant disparoître plusieurs Termes.

§. 204. Enfin, on facilite considérablement les Multiplications des termes les uns par les autres si, avant que de les faire, on fait évanouir les Rompus & fractions qui les affectent.

3°. En faisant évanouir les Fractions.

Pour cet effet, on multiplie le terme qui a une fraction par le Dénominateur de cette fraction, observant de multiplier de même un terme de l'autre colonne; c'est-à-dire, que si un Antecedent est affecté d'une fraction, on le multipliera par le Dénominateur de sa fraction, & on multipliera en même tems l'un des Conséquens ou l'Antecedent de la 3e. colonne. L'on fera de même pour chaque fraction.

Si un terme est affecté de parties usuelles, on les fera aussi évanouir en le multipliant par le Dénominateur numérique de ces parties, & l'on multipliera de même un terme de l'autre colonne.

Remarque. §. 205. Voilà tous les moyens d'abréger & de faciliter l'opération de la Regle de proportion compoſée. On remarque ici 1°. qu'ils ſe réduiſent à augmenter ou à diminuer également un Antecedent & un Conſéquent ou l'Antecedent de la 3e. colonne; Et 2°. que cette augmentation ou cette diminution égale ne peut avoir lieu que ſur un Antecedent & un Conſéquent ou l'Antecedent de la 3e. colonne, mais non ſur un Conſequent & l'Antecedent de la 3e. colonne. La Raiſon en eſt que l'augmentation ou la diminution égale que l'on fait ſur deux termes ne doit point influer ſur la valeur des Raiſons; or les Raiſons conſiſtent dans les Raports qui ſe trouvent entre les Antecedens & les Conſéquens, ou, Alternando, entre chaque Antecedent & celui de la 3e. colonne.

Aplication au 4e Exemple de la Réduction des termes. §. 206. Je vai montrer ſur le 4e. Exemple précédent la manière de faire évanouir les fractions qui affectent les termes de la Régle de Proportion compoſée. C'eſt pour cela que j'en redonne ici la poſition.

Antecedens. Conſéquens. Antecedent. Conſéquent.

92.460.2300.575.2875.14375 — L.7187.10ſ. L.100.20.4 :: L.4456.5.L.4.10ſ.

62.124ans41ans4|m.13ans9|m.10j.1an.2.6.18.9.17825 (qui réſult. 3565 de l'opér.

		7713
92	713	
62	4	
184	2852	
552	9	
5704	25668	
	2852	
L. 4. 10 ſ.	20	
	57040	
	00000	

1°. J'ai multiplié les L. 7187. 10 ſ. par 2 pour faire évanouir les 10 ſ. qui ſont $\frac{1}{2}$ L. & il eſt devenu 14375. J'ai multiplié en même tems le Conſéquent 1 an par 2, qui eſt devenu 2.

2°. J'ai multiplié l'Antecedent 13 ans 9|m. 10 j. par 3 pour faire évanouir les 10 jours qui ſont $\frac{1}{3}$ de mois, & j'ai multiplié en même tems le Conſéquent 2, qui eſt devenu 6.

3°. L'Antecedent 13 ans 9|m. 10 j. étant devenu 41 ans 4|m. je l'ai multiplié par 3 pour faire évanouir les 4 mois qui ſont $\frac{1}{3}$ d'Année, & il eſt devenu 124. J'ai multiplié en même tems le Conſéquent 6 par 3, qui eſt devenu 18.

4°. J'ai pris la moitié de l'Antecedent 124, qui eſt devenu 62, & j'ai pris auſſi la moitié du Conſéquent 18, qui eſt devenu 9.

5°. J'ai

5e. J'ai pris la 5e. de l'Antecedent devenu 14375, ce qui l'a changé en 2875. J'ai pris de même la 5e. du conſéquent, 100, qui eſt devenu 20.

6°. J'ai pris encore la 5e. de l'Antecedent 2875, qui eſt devenu 575, & la 5e. du conſéquent 20, qui eſt devenu 4.

7°. J'ai multiplié l'Antecedent de la 5e. colonne par 4 pour faire évanouir les 5 ſ. qui ſont $\frac{1}{4}$ de L. & il eſt devenu 17825; & j'ai multiplié en même tems l'Antecedent 575 de la 1ere. colonne par 4, & il eſt devenu 2300.

8°. J'ai pris la 5e. de 17825 & de 2300, & ils ſont devenus 3565 & 460.

9°. J'ai encore pris la 5e. de 3565 & de 460, qui ſont devenus 713 & 92.

10°. Enfin j'ai pris le $\frac{1}{4}$ de 92 & de 4 qui ſe ſont par-là réduits à 23 & 1. Prenant donc les derniers nombres provenus de ces réductions, les termes de la Régle ſe trouvent réduits à ceux-ci, ſur leſquels faiſant les opérations preſcrites, l'on trouve le même réſultât.

Antecedens.	*Conſéquens*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
23.	1.	: :	713.	L. 4. 10 ſ. qui ré-
62.	9.		9.	ſultent de l'opérat.
46			6417	comme ci-devant
138			713	§. 200. où l'on n'a
1426			20	fait aucune réduction
4. 10.			14260	des termes.
			00000	

On voit par-là combien l'on abrége l'opération. J'avoue que les Commençans éprouvent quelque peine & quelque longueur à ces réductions des termes; mais quand on ſe les eſt rendues familiéres, on les fait avec facilité & dans peu de tems. C'eſt pour les bien faire comprendre que je viens de les expliquer avec détail ſur l'exemple 4e. & je les pratiquerai dans la ſuite ſans les expliquer d'avantage.

Des Preuves de la Régle de Proportion compoſée.

§. 207. Quant à la Preuve d'une Régle de Proportion compoſée, on peut conſiderer les Exemples 198, 199 & 200, comme trois differentes Preuves du 1ere. Exemple §. 196. Il ſuffira d'ajoûter que plus une telle Régle a de termes, plus on peut en varier la Preuve.

Remarque.

§. 208. Remarquons ici qu'il y a des Queſtions qu'il faut abſolument reſoudre en faiſant pluſieurs Régles de Trois ſucceſſivement, & non en une ſeule Régle de Proportion compoſée. Ces Queſtions ſont faciles à diſtinguer; C'eſt lorſque le réſultat de chaque Simple Regle de Trois eſt neceſſaire, parce que la Queſtion demande pluſieurs réponſes ſéparées, ſoit parce que le reſultât d'une Simple Régle de Trois doit être ajouté à quelque nombre ou en doit être retranché; Telle eſt par exemple, la Queſtion XIX. §. 95. où le réſultat de la 1ere. Regle de Trois devoit être ajouté à un nombre, pour avoir le premier terme de la ſeconde.

EXEMPLE

Exemple VI.

§. 209. Une Piéce de Terre de 20 Toiſes de longueur ſur 15 Toiſes de largeur, a été vendue L. 1000; on demande combien on doit vendre, ſur le même pié, une autre Piéce de Terre qui a 25 Toiſes de longueur ſur 10 Toiſes de largeur?

Examen.

L. 1000. eſt le terme ſeul de ſon eſpèce, mais de la même que l'inconnu qu'on cherche; Il doit donc être poſé pour l'Antecedent de la 3e. colonne. Pour les autres termes, je raiſonne ainſi:

1°. *Si* 20 *Toiſes coûtent* L. 1000. *combien* 25 *Toiſes*? Rép. *plus*.

Cette 1ere. Raiſon va donc du moins au plus, ainſi 20 Toiſes ſeront l'Antecedent, & 25 Toiſes le Conſéquent.

2°. *Si* 15 *Toiſes coûtent* L. 1000. *combien* 10 *Toiſes*? Rép. *moins*. Cette 2de. Raiſon va donc du plus au moins, ainſi 15 Toiſes ſeront l'Antecedent & 10 Toiſes le Conſéquent.

Position et Opération.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1. 2. 20 Toiſes.	25 Toiſes. 5	: :	L. 1000.	L. 833. 6. 8. d. qui
3. 15 Toiſes.	10 Toiſes. 1		500.	réſultent de l'o-
Après les réductions, les termes ſont:				pération.
1.	5.			
3.	1.	: : 500		

500.
5
2500

Voyez ci-après §. 382.

L. 833. 6. 8 d.

Exemple VII.

§. 210. Sachant que 6 Ouvriers, qui ont fait 3 Aunes d'Etoffe par jour, ont gagné, L. 1500 dans 40 jours; on demande combien auront gagné, à proportion, 12 autres Ouvriers dans 60 jours en faiſant 5 Aunes d'étoffe par jour?

Examen.

On cherche des Livres, L. 1500 ſont donc l'Antecedent de la 3e. Colonne. Pour les termes des Raiſons donnés, raiſonnons ainſi.

1°. *Si*

1°. *Si 6 Ouvriers gagnent L.* 1500. *combien* 12 *Ouvriers ?* Rép. *plus.*

Cette 1ere. Raiſon allant du moins au plus, 6 Ouvriers ſont l'antecedent, & 12 Ouvriers le Conſéquent.

2°. *Si en faiſant* 3 *aunes, on gagne L.* 1500, *combien en faiſant* 5 *aunes ?* Rép. *plus*, Cette 2de. Raiſon va auſſi du moins au plus, ainſi 3 aunes ſeront l'Antecedent & 5 aunes le Conſéquent.

3°. *Si en travaillant* 40 *jours on a gagné L.* 1500, *comb. en travaillant* 60 *jours ?* Rép. *plus*. Cette 3e. Raiſon va encore du moins au plus, donc 40 jours ſeront l'Antecedent & 60 jours le Conſéquent.

Position et Opération.

Antecedens.	*Conſéquens.*	*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1. 6 Ouvriers.	12 Ouvriers. 2. 1.	:: L. 1500.	L. 7500. qui ré-
1. 3 aunes.	5 aunes.	500.	ſultent de l'opérat.
1. 2. 4. 40 jours.	60 jours. 6. 3.		

Après les réductions les termes ſont :

1.	1.		
1.	5.	::	500.
1.	3.		
1.	15		
	500		
	7500		

Les Antecedens, étant tous réduits à l'Unité, ne donnent que 1 pour diviſeur; ainſi l'opération s'eſt réduite à multiplier les Conſéquens 5 par 3, & le produit par l'Antecedent 500 de la 3e. colonne.

Exemple VIII.

§. 211. Pour faire une Muraille de Briques, il en fallut 5400, la Brique étant de 6 pouces de long, de 3 pouces de large, & de 2 pouces d'épaiſſeur; on demande combien il faudroit de Briques pour faire une ſemblable muraille, ſi la Brique avoit 8 pouces de long, 4 pouces de large, & 3 pouces d'épaiſſeur ?

Examen.

On cherche des Briques, 5400 Briques ſont donc l'Antecedent de la 3e. colonne. Pour les autres termes, raiſonnons ainſi :

1°. *Si des Briques de* 6 *pces. de long, il faut* 5400 *Briques, comb. de celles de* 8 *pces.* ?

Rép. *moins.* La 1ere. raiſon allant du plus au moins, 8 pouces ſont l'Antecedent, & 6 pouces le Conſéquent.

2°. *Si des Briques de 3 pces. de large, il faut* 5400 *Briques, comb. de celles de 4 pces.* ?

Rép. *moins.* La 2de. raiſon allant auſſi du plus au moins, 4 pouces ſont l'Antecedent, & 3 pouces le Conſéquent.

3°. *Si des Briques de 2 pces. d'épais, il faut* 5400 *Briques, comb. de celles de 3 pces.* ?

Rép. *moins.* La 3e. raiſon allant encore du plus au moins, 3 pouces ſont l'Antecedent, & 2 pouces le Conſéquent.

POSITION ET OPÉRATION.

Antecedens.	*Conſéquens.*	*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1. 4. 8 pouces long.	6 pouces long.	3. 1. 5400 Briq.	2025 Briques
1. 2. 4 pouces large.	3 pouces large.	1350.	qui réſultent de
1. 3 pouces épais.	2 pouces épais.	1 675	l'opération.

Après les réductions les termes ſont :

1.	1.		
1.	3.	: : 675	
1.	1.		
	675		
	3		
	2025	Voyez ci-après §. 382.	

EXEMPLE IX.

§. 212. Supoſé que 86 Hommes ayent élevé à la hauteur de 18 Pieds en 25 jours un Baſtion qui doit avoir 54 pieds de haut; Et comme l'on craint un Siége, l'on veut élever les 36 pieds qui reſtent en 8 jours: On demande combien il faudra y employer d'hommes?

EXAMEN.

On cherche des Hommes, 86 hommes ſont donc l'Antecedent de la 3e. colonne. Et pour les autres termes raiſonnons ainſi :

1°. *Si* 18 *pieds ſont fait par* 86 *hommes, comb. d'hommes pour faire* 36 *pieds* ?

Rép. *plus.* La Raiſon va du moins au plus, ainſi 18 pieds ſont l'Antecedent & 36 pieds le Conſéquent.

2°. *Si dans* 25 *j. il faut* 86 *hommes, comb. d'hommes dans* 8 *j.* ? Rép. *plus.* La Raiſon va auſſi du moins au plus; ainſi 8 jours ſeront l'Antecedent & 25 jours le Conſéquent.

POSITION

POSITION ET OPÉRATION.

	Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1.	18. piés.	36 piés.	2. 1 : :	86 hommes.	537 $\frac{1}{2}$ hommes qui
2. 4.	8 jours.	25 jours.		43	qui réſultent de l'op.

Après les réductions les termes ſont:

1.	1.	: :	43.
2.	25.		

43
25
215
86
1075
537 $\frac{1}{2}$.

NB. Comme on ne peut admettre une fraction d'homme, l'on employera 538 hommes.

EXEMPLE X.

§. 213. Un particulier a reçû L. 104. 3. ſ. 4. d. pour l'intérêt de L. 2500 pendant 300 jours au denier 20 ou le 5 pour $\frac{0}{0}$ l'année; on demande combien à proportion on retirera d'intérêt pour la ſomme de L. 3000 pendant 1500 jours au denier 25 ou au 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année?

EXAMEN.

On cherche des intérêts, ainſi les L. 104. 3. ſ. 4. d. d'intérêt ſont l'Antecedent de la 3e. colonne. Puis raiſonnons ainſi :

1°. *Si* L. 2500 *donnent* L. 104. 3. *ſ.* 4. *d. combien* L. 3000? Rép. *plus.*

La Raiſon va du moins au plus, ainſi les L. 2500. ſeront l'Antecedent & les L. 3000 le Conſéquent.

2°. *Si* 300 *jours donnent* L. 104. 3. *ſ.* 4. *d. combien* 1500 *jours*?

Rép. *plus.* La 2de. Raiſon va auſſi du moins au plus; ainſi 300 jours ſeront l'Antecedent & 1500 jours le Conſéquent.

3°. *Si au denier* 20. *on a* L. 104. 3. *ſ.* 4. *d'intérêt comb. au den.* 25? Rép. *moins*, parce que le den. 25 donne moins que le den. 20 (§. 102.).

Ou *Si au* 5 *pour* $\frac{0}{0}$ *on a* L. 104. 3. *ſ.* 4. *d. d'int. comb. au* 4 *pour* $\frac{0}{0}$? Rép. *moins.*

La 3e. Raiſon va du plus au moins, on mettra donc le den. 25 aux Antecedens & le den. 20 aux Conſéquens: Ou bien le 5 pour $\frac{0}{0}$ aux Antecedens & le 4 pour $\frac{0}{0}$ aux Conſequens.

On voit que cela revient au même, puiſque 5 & 4 ſont les moindres termes de 25 & 20.

Position et Operation.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1.6.30.5.25. L. 2500.	L. 3000. 30. 6. 1.	::	L. 104.3.ſ.4.d.	L. 500. qui réſultent de l'opération.
1. 3. 300 j.	1500 j. 15. 5. 1.		625	
1. 5.	4		125	

Les termes étant réduits ſont:

1.	1.		
1.	1.	::	125
1.	4.		

125
4
500

Exemple XI.

§. 214. Si 500 Pionniers ont fait un Foſſé de 1200 Toiſes de long, 15 Toiſes de large, & de 6 Toiſes de profondeur, en 2 mois de tems; en combien de tems 750 Pionniers feront-ils un autre Foſſé de 1050 Toiſes de long, ſur 10 Toiſes de large, & $7\frac{1}{2}$ Toiſes de profondeur?

Examen.

On demande un terme de tems, les 2 mois ſont donc l'Antecedent de la 3e. colonne. Enſuite raiſonnons.

1°. *Si* 500 *Pionniers employent* 2 *mois*, *combien* 750 *Pionniers*?

Rép. *moins.* La 1ere. Raiſon va donc du plus au moins, ainſi les 750 Pionniers ſont l'Antecedent & les 500 aux Conſéquens.

2°. *Si* 1200 *Toiſes ſe font en* 2 *mois*, *en combien de tems* 1050 *Toiſes*?

Rép. *En moins de tems.* La 2de. Raiſon va donc auſſi du plus au moins, ainſi les 1200 Toiſes ſont l'Antecedent & les 1050 le Conſéquent.

3°. *Si* 15 *Toiſes ſe font en* 2|*m. en comb. de tems* 10 *Toiſes*? Rép. *En moins de tems.* La 3e. Raiſon va donc encore du plus au moins, ainſi les 15 Toiſes ſont l'Antecedent & les 10 Toiſes le Conſéquent.

4°. Si 6 Toiſes ſe font en 2|m., en comb. de tems $7\frac{1}{2}$ Toiſes? Rép. *En plus de tems.* La 4e. Raiſon va donc du moins au plus, ainſi les 6 Toiſes ſont l'Antecedent & les $7\frac{1}{2}$ Toiſes le Conſéquent.

Position

POSITION ET OPERATION.

Antecedens.	*Conſéquens.*	*Antecedent.*	*Conſéquent.*
3.15.75.750 Pionn.	500 Pionn.	50. 10. 1. 2 mois.	29 jours $\frac{1}{6}$ qui
1.2.4.12.120. 1200 T. long.	1050 T. long.	105. 35.7. 1	réſultent de
2. 6.3. 15 T. large.	10 T. large.	2. 1.	l'opération.
6 T. profond.	$7\frac{1}{2}$ T. prof.	15. 5.	

Les termes étant réduits ſont :

3.	1.	
1.	7.	: : 1.
2.	1.	
6.	5	
36	35	
29 j. $\frac{1}{6}$	30 jours	
	1050	
	336	
	6	
	$= \frac{1}{6}$	
	36	

Voyez ci-après §. 382.

Le produit des Antecedens étant plus grand que celui des Conſéquens la diviſion n'a pû ſe faire pour donner des mois au Quotient, c'eſt pourquoi j'ai multiplié le produit des Conſéquens, qui eſt le Dividende, par 30, & en diviſant le produit par le Diviſeur, qui eſt le produit des Antecedens, j'ai trouvé 29 jours $\frac{1}{6}$ pour l'inconnu.

Comme on pouvoit preſumer que l'inconnu ne ſeroit pas un nombre entier de mois, & qu'il y auroit des jours, il auroit été plus commode de mettre 60 jours pour l'Antecedent de la 3e. colonne; les termes, comme on va le voir, peuvent s'abréger encore d'avantage. Je mets donc de nouveau la Poſition.

Antecedens.	*Conſéquens.*	*Antecedent.*	*Conſéquent.*
1. 5.25.75.750 Pionn.	500. Pionn.	50. 5. 1	60 jours.	29 jours $\frac{1}{6}$.
1. 3. 12.120. 1200 Toiſes.	1050 Toiſes.	105.35. 7	15	
1. 3. 15 Toiſes.	10 Toiſes.	2. 1.	5	
6. 12. 6 Toiſes.	$7\frac{1}{2}$ Toiſes.	15. 5		

Les termes étant réduits ſont ;

1.	1.	
1.	7.	: : 5.
1.	1.	
6.	5.	
	35	
	5	
	175	
	$29\frac{1}{6}$.	

EXEMPLE XII.

§. 215. L'on a payé L. 52. 10 ſ. pour 7 aunes $\frac{2}{3}$ de Drap de $\frac{5}{6}$ d'aune de large, on demande combien coûteront à proportion 20 aunes d'un Drap de même qualité, qui eſt de $\frac{3}{4}$ d'aune de large ?

EXAMEN.

On demande des L., ainſi les L. 52. 10 ſ. ſont l'Antecedent de la 3e. colonne. Enſuite je raiſonne à l'ordinaire.

1°. *Si* 7 *aunes* $\frac{2}{3}$ *coûtent L.* 52. 10 *ſ. combien* 20 *aunes* ? Rép. *plus.* La Raiſon allant du moins au plus, les 7 aunes $\frac{2}{3}$ ſont l'Antecedent & les 20 aunes le Conſéquent.

2°. *Si un Drap de* $\frac{5}{6}$ *de large coûte L.* 52. 10, *combien un Drap de* $\frac{3}{4}$ *de large* ? Rép. *moins.* La Raiſon allant du plus au moins, les $\frac{5}{6}$ ſont l'Antecedent & les $\frac{3}{4}$ le Conſéquent.

POSITION ET OPERATION.

Antecedens.	*Conſéquens.*		*Antecedent.*	*Conſéquent.*
23. 7 aunes $\frac{3}{4}$	20 aun. 60. 6. 3.	: :	L. 52. 10 ſ.	L. 123. 5. ſ. 2. d $\frac{14}{17}$ qui
1. 2. 20. 5. $\frac{5}{6}$.	$\frac{3}{4}$. 3.		315.	réſultent de l'op.

Les termes étant réduits ſont :

23.	3.	: :	315.
1.	3.		9.

L. 123. 5. ſ. 2. d $\frac{14}{23}$.

Voyez ci-après §. 382.

2835
53
75
6
20
120
5
12
60
14

§. 216. J'ai donné des Exemples de la Régle de Proportion compoſée de 5 termes, de 7 termes & de 9 termes. J'en pourrois donner de 11, 13, 15, 17, 19 termes, &c. Mais ceux qu'on a vû peuvent ſuffire pour faire entendre la méthode & ſa généralité. Je vais finir par un Exemple de 15 termes, qui, comme pluſieurs des précédens, eſt tiré des Auteurs qui les ont exécutés par une méthode, qui, à mon avis, eſt beaucoup moins commode, moins intelligible, & qui n'eſt pas générale. Avis.

EXEMPLE XIII.

§. 217. Si 40 Moulins, travaillant 18 heures par jour, ont moulu, en 4 $\frac{1}{2}$ mois de tems, 5000 Muids de Blé, chaque Muid de 12 Setiers, le Setier de 12 Boiſſeaux, le Boiſſeau peſant ℔. 18 de 16 onces; dans combien de mois 35 Moulins, travaillant 20 heures par jour, auront-ils moulu 9000 Muids, chaque Muid de 20 Setiers, le Setier de 14 Boiſſeaux, le Boiſſeau peſant ℔. 15 de 12 onces?

EXAMEN.

On cherche un terme de mois, ainſi 4 mois $\frac{1}{2}$ ſont l'Antecedent de la 3e. colonne. Puis, pour chaque Raiſon nous raiſonnons à l'ordinaire :

1°. *Si* 40 *Moulins employent* 4 $\frac{1}{2}$ *combien* 35 *Moulins* ? Rép. *plus.* La

1ere.

1ere. Raiſon va du moins au plus, 35 Moulins ſont donc l'Antecedent & 40 Moulins le Conſéquent.

2°. *Si en travaillant* 18 *h. on emploie* 4|*m.* $\frac{1}{2}$, *combien en travaillant* 20 *heures*? Rép. *moins*. La 2de. Raiſon va du plus au moins, 20 h. ſont donc l'Antecedent & 18 h. le Conſéquent.

3°. *Si* 5000 *Muids ſe moulent en* 4 $\frac{1}{2}$ *mois, en combien* 9000 *Muids*? Rép. *En plus de tems*. La 3e. Raiſon va du moins au plus, ainſi 5000 Muids ſont l'Antecedent & 9000 le Conſéquent.

4°. *Si* 12 *Setiers ſe moulent en* 4 $\frac{1}{2}$|*m. en combien* 20 *Setiers?* Rép. *En plus de tems*. La 4e. Raiſon va auſſi du moins au plus, ainſi 12 ſetiers ſont l'Antecedent & 20 le Conſéquent.

5°. *Si* 12 *Boiſſeaux employent* 4 $\frac{1}{2}$|*m. combien* 14 *Boiſſeaux*? Rép. *plus*. La 5e. Raiſon va encore du moins au plus, ainſi 12 Boiſſeaux ſont l'Antecedent & 14 le Conſéquent.

6°. *Si* ℔. 18 *emploient* 4 $\frac{1}{2}$|*m. combien* ℔. 15? Rép. *moins*. La 6e. Raiſon va du plus au moins, ainſi ℔. 18 ſont l'Antecedent & ℔. 15 le Conſéquent.

7°. *Enfin, ſi* 16 *onces employent* 4 $\frac{1}{2}$|*m. combien* 12 *onces*? Rép. *moins*. La derniere Raiſon va auſſi du plus au moins, ainſi 16 onces ſont l'Antecedent & 12 onces le Conſéquent.

POSITION ET OPERATION.

	Antecedens.	*Conſéquens.*
1. 7.	35 Moulins.	40 Moulins.
1. 2. 10.	20 Heures.	18 Heures.
1. 5.	5000 Muids.	9000 Muids.
1. 3.	12 Setiers.	20 Setiers.
1. 3. 6.	12 Boiſſeaux.	14 Boiſſeaux.
1. 2. 6.	℔. 18. . .	℔. 15.
8. 4.	16 onces.	12 onces.

	Antecedent.	*Conſéquent.*
8. 4. 2. 1.	4 mois $\frac{1}{2}$.	10 mois $\frac{1}{8}$ qui
9. 3. 1	9.	réſultent de
9.		l'opération.
5. 1.		
7. 1.		
5. 1.		
3. 1.		

Les termes étant réduits ſont :

1.	1.	
1.	1.	
1.	9.	: : 9.
1.	1.	
1.	1.	
1.	1.	
8.	1.	
$10\frac{1}{8}$.	9	
	9	
	81	
	1	
	8	

§. 218. Je le remarquerai encore, chaque Raiſon priſe en particulier eſt changée ; mais cela n'empêche pas que la Raiſon de 4 mois $\frac{1}{2}$ à 10 mois $\frac{1}{8}$, qui réſulte de l'opération ne ſoit la véritable Raiſon compoſée des Raiſons données dans la Queſtion, parce que les multiplications ſucceſſives qu'on a faites des Antecedens réduits pour en compoſer un ſeul, & celles des Conſéquens plus l'Antecedent de la 3e. colonne auſſi réduits, donnent une combinaiſon dans laquelle ſont exactement compenſés les changemens en plus & en moins qui ont été faits dans chaque Raiſon particuliére. On peut s'en convaincre en faiſant l'opération ſans réduire les termes, & l'on verra, qu'outre la multitude prodigieuſe de chiffres qu'on a épargnés, la Raiſon du produit des Antecedens à celui des Conſéquens eſt . . . . . Remarque générale.

$\frac{14515200000}{3265920000} = \frac{4}{9} = \frac{4\frac{1}{2}}{10\frac{1}{8}} = \frac{36}{81}$ (II^de. Partie §. 28 & ſuiv.)

Cette Remarque eſt générale, & apartient même à la Régle Conjointe dont je vai traiter.

REGLE CONJOINTE.

§. 219. C'Eſt encore ici une Régle de Proportion compoſée, car, comme la précédente, elle conſiſte dans une compoſition de pluſieurs Raiſons données, & elle eſt auſſi, par conſéquent, un aſſemblage de pluſieurs Régles de Trois. Mais on range les termes dans un autre ordre, quoi-qu'auſſi en deux colonnes, dont ceux de la gauche ſont, de même, les Antecedens, & ceux de la droite les Conſéquens. L'ordonnance des termes ſe fait de manière que chaque Antecedent & ſon Conſequent Que c'eſt encore ici une Régle de Proportion compoſée. Régle pour l'ordon-

nance des termes.

ne ſont pas de même eſpèce, mais la valeur l'un de l'autre. Pour découvrir quel doit être le premier terme ou le premier Antecedent, il faut examiner dans la Queſtion, quel eſt de tous les termes, celui qui fait le ſujet de la Queſtion, ou dont on cherche la valeur, & devant lequel on peut mettre *combien*; c'eſt ce nombre là qui doit être le dernier terme ou le dernier Conſéquent, & le 1er. terme ou 1er. Antecedent doit être de la même eſpèce: Ce 1er. Antecedent aura pour Conſéquent, le nombre qui en eſt la valeur. Enſuite, on poſe, pour ſecond Antecedent, un nombre qui ſoit de la même eſpèce que le 1er. Conſéquent; pour 3e. Antecedent, un nombre de la même eſpèce que le 2^d^. Conſéquent, & ainſi de ſuite, enſorte que chacun des Antecedens qui ſuivent le premier doit être de la même eſpèce que le Conſéquent qui précéde immédiatement. On continue la poſition des termes dans cet ordre juſqu'à-ce qu'on ſoit parvenu à un Conſéquent qui ſoit de la même eſpèce que le terme inconnu qu'on cherche, après quoi on n'a plus qu'à poſer le dernier Conſéquent qui eſt le ſujet de la Queſtion. Ainſi le pénultiéme terme, ou le dernier Conſéquent moins un, doit être de la même eſpèce que l'inconnu, qui, quand on l'aura trouvé ſera l'Antecedent du dernier Conſéquent; Le dernier Antecedent ſera donc auſſi de la même eſpèce que le Conſéquent qui le précéde.

Voilà la manière de découvrir les Antecedens & les Conſéquens dans la Régle Conjointe. Cette ordonnance des termes forme ainſi une chaine de Raports ou de Raiſons, dont le 1er. & le dernier terme ſont de même eſpèce, & dont toutes les Raiſons ſont liées enſemble, en ce que le 2^d^. terme ou Conſéquent de chacune eſt de la même eſpèce que le 1er. terme ou l'Antecedent de la Raiſon ſuivante, & que le pénultiéme Conſéquent eſt de même eſpèce que le dernier Antecedent, qui eſt l'inconnu qu'on cherche.

L'opération de la Régle Conjointe ſe fait enſuite de la même manière que dans la Régle précédente de Proportion compoſée.

En quoi différe la Régle Conjointe de la précédente.

§. 220. L'ordonnance des termes dans la Régle Conjointe & dans la Régle de Proportion compoſée ne différe qu'en ce que dans celle-ci les deux termes de chaque Raiſon, l'Antecedent & le Conſéquent, ſont de la même eſpèce, au lieu que dans celle-là ils ſont d'eſpèce différente. Ainſi la poſition des termes, dans la Régle de Proportion compoſée, ſuit la 1re. manière d'ordonner les termes de la Régle de Trois (1re. Partie §. 178. & ſuiv.) Et la poſition des termes, dans la Régle Conjointe, ſuit la 2de. manière d'ordonner les termes de la Régle de Trois (1re. Partie §. 181. & ſuiv.)

Elles ſervent l'une & l'autre pour ré-

Ces deux Régles, la Régle de Proportion compoſée & la Régle Conjointe, ſervent donc, l'une & l'autre, pour réſoudre des Queſtions qui dépendent de la compoſition des Raiſons, & pour la ſolution deſquelles il faudroit faire ſucceſſivement pluſieurs Régles de Trois. On ſe ſert de l'une

ou

ou de l'autre, c'eſt-à-dire, on emploie pour la poſition des termes, celle des deux méthodes qui s'adapte le mieux à la Queſtion donnée.

Ainſi les 13 Queſtions qu'on a données pour Exemples de la Régle de Proportion compoſée, ſe réſolvent plus commodément par cette Méthode; & les Queſtions ou Exemples que nous allons donner ſe réſoudront plus commodément par la méthode de la Régle Conjointe.

Reſoudre les Queſtions qui dépendent de la compoſition des Raiſons.

EXEMPLE I.

§. 221. Combien payera-t-on pour ℔. 2136 Brut de Marchandiſe à L. 27. 15 ſ. le $\frac{0}{0}$ ou Quintal de ℔. 100. Net, en rabattant 7 pour $\frac{0}{0}$ pour la Tare, ſavoir ℔. 7 ſur chaque ℔. 100. enſorte que ℔. 100. Brut ne ſont que ℔. 93. net?

EXAMEN.

Il eſt aiſé de voir que ℔. 2136 Brut ſont le ſujet de la Queſtion, puis que c'eſt le terme dont on demande la valeur, qui par conſéquent doit former la demande, & au devant duquel on peut mettre ce mot, *Combien.* Il faut donc commencer la poſition par des ℔. brut, & le pénultieme Conſéquent doit être des L. de monnoye comme l'Antecedent inconnu qu'on cherche, dont le Conſéquent eſt les ℔. 2136 brut, dernier terme de la Poſition.

POSITION ET OPÉRATION.

Antecedens. *Conſéquens.*

Si ℔. 100 Brut font . . . ℔. 93 Net,
Si ℔. 100 net coûtent . . . L. 27. 15 ſ.,
Combien . . . ℔. 2136 brut?

Produit des Antecedens. 10000

℔. 2136
27. 15
14952
4272
pour 10 ſ. . 1068
pour 5 ſ. . 534
59274
93
177822
533466
55112482. *Produit des Conſéquens.*
20
4|9640
12
11|5680

Rép. L. 551. 4. ſ. 11. d.

Vous le voyez, chaque conſéquent eſt la valeur de ſon Antecedent; Le 2d. Antecedent eſt de la même eſpèce que le 1er. Conſéquent, l'un & l'autre étant des ℔. net; & le réſultat de l'opération, qui a fait trouver l'inconnu eſt de la même eſpèce que le pénultiéme conſéquent, dont ce réſultât même eſt l'Antecedent.

EXEMPLE II.

§. 222. On a payé L. 551. 5 ſ. pour une certaine quantité de Livres peſant de Marchandiſe, à raiſon de L. 27. 15 ſ. le Quintal de ℔. 100 net, en rabattant ℔. 7 ſur chaque ℔. 100. pour la Tare, on demande quel étoit le poids brut de cette Marchandiſe?

EXAMEN.

On cherche une certaine quantité de ℔. peſant brut, le pénultieme terme doit donc être un certain nombre de ℔. peſant brut. C'eſt pour la ſomme de L. 551. 5 ſ. qu'on cherche ce Poids brut, L. 551. 5 ſ. ſont donc le ſujet de la Queſtion qui forme la demande, & devant lequel on peut mettre ce mot, Combien; ainſi L. 551 5 ſ. ſont le dernier Conſéquent, & par là le 1er. Antecedent doit être des L. de monnoie. Cela poſé, voici la poſition des termes & l'Opération.

	Antecedens.	*Conſequens.*
37. 111.	Si L. 27. 15 ſ. font	L. 100 Net,
31.	Si ℔. 93. net font	℔. 100 Brut,
	Combien L. 551. 5 ſ.? 2205. 735. 245.	

Les termes étant réduits ſont:

37.	100.
31.	100.
37	245.
111	2450000.
1147	1560
	4130
	6890
	8

Rép. ℔. 2136. brut, qui eſt l'Antecedent du dernier Conſéquent, de la même eſpèce que le Conſéquent qui le précéde.

Des Preuves de la Régle Conjointe.

§. 223. C'eſt ici, comme on voit, la Preuve de la Régle précédente, où j'ai mis L. 551. 5 ſ. pour L. 551. 4 ſ. 11 d., & où j'ai négligé le reſte à chacune. Remarquez que la Preuve de la Régle Conjointe ſe fait de même que celle de la Régle de Proportion compoſée, & qu'on peut auſſi en faire autant de différentes qu'il y a de termes, on range les termes ſelon

ſelon le même ordre à la Preuve qu'à la Régle, il ſuffit ſeulement de changer la Queſtion, pour prendre, tour à tour, chaque terme pour le ſujet de la Queſtion.

EXEMPLE III.

§. 224. On ſait qu'une Canne de Drap coûte L. 20 de France, que 3 cannes font 5 Aunes, que le Change auquel on pourroit remettre pour le Payement de Genève en France eſt à L. 170 de France pour L. 100 de Genève, & que les fraix de voiture &c. reviennent à 10 pour $\frac{0}{0}$; on demande combien l'aune reviendra en Livres de Genève?

EXAMEN.

Le ſujet de la Queſtion eſt une Aune, ce ſera donc le dernier Conſéquent, & le premier Antecedent doit être auſſi des aunes: De plus on cherche la valeur d'une aune en L. de Genève, le pénultiéme Conſequent ſera donc des L. de Genève. En conſéquence, voici la Poſition des termes & l'operation.

	Antecedens.	*Conſequens.*
1.	Si 5 Aunes font	3 Cannes,
	Si 1 Canne coûte	L. 20 de France, 4.
17.	Si L. 170. de Fr. font	L. 100 de Genève, 1.
1.	Si L. 100 de G. font	L. 110 de Genève avec les fraxi, 11
	Combien coûte 1 Aune?	

Les termes étant réduits ſont :

1.	3.
1.	4.
17.	1.
1.	11.
	1.

Produit des Antecedens. 17. — 132 — Produit des Conſéquens.

		13
Rép.	L. 7. 15. ſ. 3. d.	20
		260
		90
		5
		12
		60
		9

Recherche pour découvrir d'où l'on a tiré l'ordonnance des termes de la Régle Conjointe.

§. 225. Si l'on demande d'où l'on a tiré cette méthode d'ordonner les termes dans la Régle Conjointe, je répons que c'eſt en raiſonnant à peu près de la maniére que je vai le faire ſur ce 3e. Exemple.

Il y a quatre Raports ou Raiſons données;

La 1re. de 1 à 20, Une Canne coûte L. 20 de France;
La 2de. de 3 à 5, 3 Cannes font 5 aunes;
La 3e. de 170 à 100, L. 170 de France font L. 100 de Genève;
La 4e. de 100 à 110, L. 100 faiſant L. 10 de fraix.

Or il eſt clair que les quatre Régles de Trois ſucceſſives que je vai faire ſont néceſſaires pour réſoudre la Queſtion.

1°. *Si* 5 *Aunes font* 3 *Cannes*, *combien* 1 *Aune*? *Rép.* $\frac{3}{5}$ de Canne pour une aune.

2°. *Si* 1 *Canne coûte* L. 20 *de France*, *combien* $\frac{3}{5}$ *de Canne*?
Rép. L. 12 de France.

3°. *Si* L. 170 *de France font* L. 100 *de Genève*, *combien* L. 12 *de France*?

Rép. L. 7. 1. ſ. 2. d. de Genève.

12
1200
10
20
200
30
12
360
20

4°. Si L. 100 font L. 110 à cauſe des fraix, combien L. 7. 1. ſ. 2. d?

7. 1. 2
770
pour 1 ſ. . 5. 10 ſ.
pour 2 d. . — 18. 4 d.
7|76. 8. 4 d.
20
15|28
12
3|40

Rép. L. 7. 15. ſ. 3. d.

On voit que ces quatre Régles réſolvent fort bien la Queſtion, & font trouver le même réſultât que nous avons eu par la Régle Conjointe. Quant à la marche que nous avons ſuivie, il étoit naturel 1°. de chercher le rapport de l'Aune à la Canne, 2°. du prix de l'Aune au prix de la Canne

ne en Argent France, 3°. de réduire ce prix Argent de France en Argent de Genève & d'y ajoûter 10 pour % de frais.

Qu'on examine préſentement les termes de ces quatre Régles de Trois avec ceux de la Régle Conjointe qui précéde ; l'on verra 1°. que les Antecedens de la Régle Conjointe ſont les premiers termes des Regles de Trois.

2°. Que les Conſéquens de la même Regle Conjointe ſont les ſeconds termes des mêmes Regles de Trois.

3°. Que le ſujet de la Queſtion, qui eſt le 3e. terme de la 1re. de ces Régles de Trois, eſt le dernier terme de la Régle Conjointe.

4°. Que l'opération de la Régle Conjointe, conſiſtant à multiplier tous les Antecedens pour former le Diviſeur, & tous les Conſéquens pour former le Dividende, il arrive que, dans la Régle Conjointe, le Diviſeur eſt le produit Compoſé des Diviſeurs ſucceſſifs qui ſont les 1ers. termes des Régles de Trois, & que le Dividende eſt le produit compoſé des ſeconds termes de ces Régles de Trois & du 3e. terme de la première. De tout cela il ſuit que les Régles de Trois ſont renfermées & executées dans la Régle Conjointe, & que la Méthode de l'ordonnance des termes dérive de celui des Régles de Trois dont elle eſt l'aſſemblage.

§. 226. Remarquons de plus que dans la Régle Conjointe, il y a auſſi une compoſition de Raiſons, puiſque l'on multiplie les uns par les autres, 1°. les Antecedens & 2°. les Conſequens, dont les deux produits ſont ainſi en raiſon compoſée des Raiſons données (§. 191.). Quant à la réduction des termes, on peut voir ce qu'on en a dit pour la Régle de Proportion compoſée, particuliérement le §. 218.

Que la Régle Conjointe eſt auſſi une compoſition de Raiſons.

Enfin, la Régle Conjointe ſe réduit auſſi à une ſimple Régle de Trois dont le produit des Antecedens eſt le premier terme; le produit des Conſéquens, non compris le dernier, eſt le ſecond terme ; & le ſujet de la Queſtion eſt le 3e. terme. Si donc, ſans réduire les termes du 3e. Exemple, on fait les multiplications preſcrites, on aura une ſimple Régle de Trois en prenant les produits comme on voit ici ;

Elle ſe réduit auſſi à une ſimple Régle de Trois.

Antecedens.	*Conſéquens*
5 Aunes.	3 Cannes,
1 Canne.	L. 20 de France
L. 170 de France	L. 100 de Genève,
L. 100 de Cenève	L. 110 de Genève.
Produit des Antecedens. 85000.	60
	600000. *Produit des Conſéquens.*

Qui ſe réduiſent

1°. à 85.	660.
& 2°. à 17.	132.

Donc cette Régle Conjointe ſe réduit à cette Régle de Trois;

Si 17 *aunes coûtent* L. 132, *combien* 1 *Aune*? *Rép.* L. 7. 15 ſ. 3 d.

M

Il en eſt de même de toute autre Régle Conjointe.

EXEMPLE IV.

§. 227. Sachant que 100 Cannes de Montpellier font 213 ½ Verges d'Angleterre, que 60 Cannes de Montpellier font 173 Aunes ½ d'Amſterdam, & que 7 Aunes d'Amſterdam font 4 Aunes de Paris; on demande combien 100 Aunes de Paris font de Verges d'Angleterre?

EXAMEN.

Le pénultiéme Conſéquent ſera des Verges d'Angleterre comme l'Inconnu qu'on cherche; & le premier Antecedent ſera des Aunes de Paris comme le ſujet de la Queſtion, qui eſt le dernier Conſéquent.

POSITION ET OPÉRATION.

Antecedens.		*Conſéquens.*	
1. Si	4 Aunes de Paris font	7 Aunes d'Amſterdam.	
347. Si	173 ½ Aunes d'Amſterd. font	60 Cannes de Montpellier.	15.
1. Si	100 Cannes de Montp. font	213 ½ Verges d'Angleterre.	427.
347	Combien	100 Aunes de Paris ?	1.

427 15
105 7
2135 105
427
44835
1013
3195
72
48
576
288
3456
333

Rép. 129 Verges $\frac{9}{48}$ ou $\frac{3}{16}$

Ou preſque 129 $\frac{5}{24}$ Verges d'Anglet.

Remarque ſur la fraction du Quotient dans certains cas.

NB. On a multiplié le reſte par 48, pour avoir des 48emes. au Quotient, parce que, dans ce cas & autres ſemblables, il n'eſt pas néceſſaire de calculer la fraction à rigueur.

EXEMPLE V.

§. 228. L'on ſait que ℔. 325 Poids de Genève font ℔. 363 Poids d'Amſterdam, que ℔. 111 $\frac{11}{16}$ Poids d'Amſterdam font ℔. 133 $\frac{3}{8}$ Poids de Marſeille, qui font ℔. 118 $\frac{3}{16}$ Poids de Leipzich, ℔. 174 $\frac{1}{4}$ Poids ſubtil de Genes,

nes, & ℔. 183 Poids ſubtil de Veniſe; on demande, ſelon ces Raports, combien ℔. 100 Poids de Genève ſont de ℔. Poids ſubtil de Veniſe?

Examen.

Puiſque le ſujet de la Queſtion eſt ℔. 100 Poids de Genève, qui ſera le dernier Conſequent, le 1er. Antecedent doit donc être des ℔. poids de Genève, & le pénultiéme Conſéquent des ℔. poids ſubtil de Veniſe comme l'Inconnu qu'on cherche.

Position et Opération.

Antecedens.		*Conſéquens.*
13. 65. Si ℔. 325	de Genève ſont	℔. 363 d'Amſterdam.
1787. Si ℔. 111 $\frac{11}{16}$	d'Amſterd. ſont	℔. 133 $\frac{3}{8}$ de Marſeille, 1.
1. Si ℔. 133 $\frac{3}{8}$	de Marſeille ſont	℔. 118 $\frac{3}{16}$ de Leipzich, 1.
1. Si ℔. 118 $\frac{3}{16}$	de Leipz. ſont	℔. 174 $\frac{1}{4}$ Subtiles de Genes, 1.
1. Si ℔. 174 $\frac{1}{4}$	Subt. de Gén. ſt.	℔ 183 Subtils de Veniſe,
	Combien	℔ 100 de Genève? 20. 4. 64.

1787	363
13	183
5301	1089
1787	2904
23231	363
	66429
	64
	265716
	398574
	4251456
	192835
	69876
	Reſte . 183 qu'on néglige.

Rép. ℔. 183. Poids Subtil de Veniſe
p^{r}. ℔. 100. Poids de Genève.

Ces cinq Exemples ſuffiſent pour faire entendre la Régle Conjointe, qui eſt une des plus curieuſes & des plus utiles de l'Arithmétique. On peut voir dans mon *Traité des Changes & des Arbitrages* le grand uſage qu'on en fait dans les affaires: La ſuite de cet ouvrage en préſentera encore diverſes aplications.

METHODE POUR CALCULER LES INTERETS AVEC LES INTÉRETS DES INTÉRETS.

§. 229. QUoique l'Intérêt de l'intérêt ſoit ſagement défendu par les Loix, pour des raiſons qui ne ſont pas de ce lieu, il eſt pourtant néceſſaire de ſavoir le calculer, parce qu'il y a des cas où il ſe paye.

EXEMPLE I.

A quoi montent les Intérêts & intérêts des intérêts pour 5 ans de L. 10000 de Capital au denier 20 qui eſt le 5 pour $\frac{0}{0}$ l'année?

Recherche de la Méthode.

§. 230. Pour découvrir la méthode, je raiſonne ainſi: Le Capital eſt à lui-même augmenté de l'Intérêt de la 1re. Année, comme L. 100 ſont à L. 105. Et comme, pour la 2de. année, il faut encore ajoûter le 5 pour $\frac{0}{0}$ au montant de la 1re. année, il s'enſuit que le Capital, augmenté de l'intérêt de la 1re. année, eſt auſſi à lui-même, augmenté de l'intérêt de deux années, comme L. 100 ſont à L. 105. Car ayant L. 105 pour Capital & intérêt au bout de la 1re. année, il eſt clair que, pour trouver la ſomme de L. 105 avec l'intérêt d'une 2de. année, il faut faire cette Régle de Trois, *Si* L. 100 *ſont* L. 105, *combien* L. 105? Il en ſera de même pour les années ſuivantes, enſorte qu'on peut réſoudre la Queſtion propoſée en faiſant ces cinq Régles de Trois.

1°. *Si* L. 100 *ſont* L. 105, *combien* L. 10000? *Rép.* L. 10500 Capital & Intérêt au bout de la 1re. année.

2°. *Si* L. 100 | 00 *ſont* L. 105, *combien* L. 105 | 00?

105
525
105

Rép. L. 11025. pr. Capital avec Int. & l'int. de l'intérêt au bout de 2 ans.

3°. Si

3°. *Si* L. 100, *font* L. 105, *comb.* L. 11025 ?

20 21 2205
4 21
2205
4410
46305

Rép. L. 11576. 5 ſ. Capital avec Intérêt & intérêt de l'intérêt au bout de 3 ans.

4°. *Si* L. 100 *font* L. 105, *combien* L. 11576. 5 ſ. ?

20 21 2315. 5
4 21
2315
46305. 5
48620. 5

Rép. L. 12155. 1. ſ. 3. d. Capital avec l'Intérêt & intérêt de l'intérêt au bout de 4 ans.

5°. *Si* L. 100 *font* L. 105, *combien* L. 12155. 1. ſ. 3. d.

20 21 21
12155
24310

Rép. L. 12762. 16. ſ. 3. d ¾ p^r. le Capital avec l'interêt & interêt de l'intérêt au bout de 5 ans.

p. 1. ſ. 3. d. 1. 6. ſ. 3. d.
255256. 6. ſ. 3. d.

Préſentement de cette Somme L. 12762. 16. ſ. 3. d ¾
Retranchez le Capital . . 10000 —— ——

Il reſte . . L. 2762. 16. ſ. 3. d ¾ pour les intérêts & intérêts des intérêts pendant 5 ans au 5 pour ℅ l'année ; qui eſt ce que l'on demandoit dans la Queſtion.

Or, ſuivant ce qu'on a vû dans le §. 225. ces cinq Régles de Trois peuvent ſe faire dans une Régle Conjointe, dont les Antecedens ſont les 1ers. termes des Régles de Trois, les Conſequens ſont les 2^ds. termes, & le 3e. terme de la 1re. Régle de Trois eſt le dernier Conſéquent.

Position et Opération.

	Antecedens.		*Conséquens.*	
1.	Si L. 100 de princ.	font	L. 105.	
1.	Si L. 100 idem	font	L. 105.	
	Si L. 100 id.	font	L. 105.	
	Si L. 100 id.	font	L. 105.	
	Si L. 100 id.	font	L. 105.	
	1000000.	Combien	L. 10000 ?	100. 1.

Rép. L. 12762. 16. ſ. 3. d $\frac{3}{4}$ comme ci-deſſus.

```
      105
      105
     ----
      525
     105
    -----
    11025
    11025
    -----
    55125
   22050
  121275
  ---------
  121550625
        105
  ---------
  607753125
 121 50625
 ---------
12762|615025
     |    20
 ---------
   10|312500
     |    12
 ---------
    3|750000
```

Il reſte 750000. qui font $\frac{750000}{1000000} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

Régle pour trouver les Intérêts & Intérêts des Intérêts.

§. 231. Voici donc la Méthode générale pour trouver les Intérêts & intérêts des intérêts pour tel nombre d'Années qu'on voudra : *Faites une Régle Conjointe, dont le Capital donné ſoit le dernier Conſéquent comme étant le ſujet de la Queſtion; Mettez pour les Antecedens le nombre* 100 *autant de fois qu'il y aura d'années, & pour les Conſéquens, qui ſeront auſſi égaux entr'eux, mettez le nombre* 100 *augmenté du prix de l'intérêt par an. L'opération étant faite, l'on trouvera l'Inconnu, duquel retranchant le Capital, on aura en reſte le montant des Intérêts & intérêts des intérêts.*

Remarque ſur l'Opération.

§. 232. Remarquez ſur l'Opération précédente qu'ayant à multiplier ſucceſſivement par lui-même le nombre 105 mis 5 fois, j'ai 1°. multiplié 105 par 105; 2°. le produit par lui-même, ce qui eſt équivalent à deux multiplications ſucceſſives par 105; de ſorte qu'il n'y a eu de plus qu'une multiplication à faire par 105. Cela eſt fondé ſur ce qu'on a fait voir dans la Ire. Partie §. 149 & §. 150.

Méthode plus courte lorſque le prix de l'Intérêt

§. 233. Quand l'Intérêt eſt à 5 pour % ou au 10 pour %, on peut abréger l'opération : Car 5 pour % étant le denier 20 ou la 20e. partie, il n'y a qu'à ajouter ſucceſſivement la 20e. & à 10 pour % la 10e. Or la 20e. & la 10e. partie ſe prennent aiſément (Ire. Partie §. 93 & §. 101.) C'eſt ce qu'on voit ici.

Calcul

Calcul à 5 pour $\frac{0}{0}$.

L. 10000. Capital.
500. Intérêt de la 1re. année.
10500.
525. Intérêt de la 2de.
11025.
551. 5 f. Intérêt de la 3e.
11576. 5 f.
578. 16 f. 3. d. Intérêt de la 4e.
12155. 1 l. 3. d.
607. 15 — $\frac{3}{4}$. Intérêt de la 5e.
L. 12762. 16. l. 3. d $\frac{3}{4}$
Otez 10000 . . de Capital.
Reste L. 2762. 16. l. 3. d $\frac{3}{4}$ int. & int. des int.
Otez 2500 — — Int. simp. de 5 ans.
Reste L. 262. 16. l. 3. d $\frac{3}{4}$ p. les Int. des int.

Calcul à 10 pour $\frac{0}{0}$ est à 5 ou à 10 pour $\frac{0}{0}$.

L. 10000. Capital.
1000. Int. de la 1re. Ann.
11000.
1100. Intérêt de la 2de.
12100.
1210. Intérêt de la 3e.
13310.
1331 Intérêt de la 4e.
14641.
1464 2 f. Intérêt de la 5e.
L. 16105. 2 l.
Otez 10000. — de Capital.
Reste L. 6105. 2 l. Int. & int. des int.
Otez 5000 — Int. simp. de 5 ans.
Reste L. 1105. 2 l. p les Int. des int.

EXEMPLE II.

§. 234. A quoi montent les intérêts & intérêts des intérêts de L. 3850 pour 4 années au $4\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ l'année?

32.
16
8
4.
2. 10.

POSITION ET OPERATION.

Antecedens.		*Conséquens.*	
Si L. 100 donnent	L. $104\frac{1}{2}$	209.	209
Si L. 100 donnent	L. $104\frac{1}{2}$	209.	209
Si L. 100 donnent	L. $104\frac{1}{2}$	209.	1881
Si L. 100 donnent	L. $104\frac{1}{2}$	209.	418
32000000 Combien	L. 3850?	385. 77	43681

Rép. L. 4591. 3. s. 11. d. p. le Cap. & int. & int. des int. 43681 = 209 × 209
Otez 3850 ——— de capital 43681
Reste L. 741. 3. s. 11. d. p. les int. & int. des int. 349448
Otez 693 ——— mont. des int. simples de 4 an 262086
Reste L. 48. 3. s. 11. p. les int. & int. des int. 131043
174724
1908029761
77
13356208327
13356208327
146918291597
189
291
38
6291597
20
125831940
29831940
12
357983280
37
5983280

Cas; lorsqu'il y a un Rompu d'année.

§. 235. Lorsqu'il s'agit de trouver les Intérêts & les intérêts des intérêts pour un certain nombre d'années accompagné d'un Rompu d'année, la Méthode est également commode: Après avoir posé autant de fois qu'il y a d'années, la Raison de 100 à lui-même augmenté du prix de l'interêt, il faut poser une autre Raison, savoir, celle de 100 encore à lui-même augmenté du prix de l'interêt pour ce rompu proportionnellement à celui pour l'année: Eclaircissons ceci par un Exemple.

EXEMPLE

EXEMPLE III.

§. 236. A quoi montent les Intérêts & intérêts des intérêts de L. 6000 de Capital pour 3 ans 8 mois 25 jours au 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année?

EXAMEN.

Comme il y a trois années entiéres, il faudra poſer trois fois la Raiſon de 100 à 104; & pour les 8 mois 25 jours, il y aura une 4e. Raiſon que l'on trouvera toûjours de cette manière.

Si 12|m. font $\frac{4}{1}$ pour $\frac{0}{0}$, combien 8|m. $\frac{5}{6}$? NB. 25 j. font $\frac{25}{30} = \frac{5}{6}$.

6		6
72		53
18		17
		18

Rép. $2\frac{17}{18}$ pour $\frac{0}{0}$ pour 8|m. 25 j.

La 4e. Raiſon ſera donc 100 à $102\frac{17}{18}$.

§. 237.

Position et Opération.

	Antecedens.		*Conſéquens.*
25.	Si L. 100 donnent	L.	104. 26. 13.
25.	Si 100 . .		104. 26.
5. 10.	Si 100 . .		104.
3. 6. 18. 1800.	Si 100 . .		102 $\frac{17}{18}$. 1853.

Combien L. 6000? 60. 6. 3. 1.

Les termes réduits ſont :

25.	13.	1853
25.	26.	104
5.	104.	7412
3.	1853.	1853
15	1.	192712
25		26
75		1156272
30		3856424
375		5010,12
25		12
1875		1503 536
750		5010512
9375		65136056
		88866
		44915
		74156
		8531
		20
		1706 20
		76870
		1870
		12
		22440

Rép. L. 6947. 18. ſ. 2. d.
Otez . . . 6000 . . de Capital

Reſte L. 947. 18. ſ. 2 d. p^r. les intérêts & intérêts des intérêts pour 3 ans 8 m. 25 j.

Les intérêts ſimples ne monteroient que L. 896. 13. 4. d.
Il y a donc 51. 4. 10. d. pour les intérêts des intérêts.

L. 947. 18. 2. d.

Reſte 3690 à négliger

Inconvéniens de la méthode de Mr. l'Abbé Deidier.

§. 237. Mr. l'Abbé Deidier donne la Queſtion du 4e. Exemple ſuivant, qu'il réſoud par une méthode dont les Principes ſont, à la vérité, très-certains, mais qui a deux inconvéniens; l'un de n'être pas à la portée de tout le monde, & l'autre d'être expoſée à des erreurs ou différences qui, dans cet Exemple même qu'il donne, vont à L. 2. 12 ſ. & qui iroient bien plus

plus loin ſi le Capital étoit plus gros. Je vai réſoudre la même Queſtion par ma Méthode, qui n'a ni l'un ni l'autre de ces inconvéniens, & qui néanmoins eſt auſſi courte. Voici la Queſtion.

EXEMPLE IV.

§. 238. Un Tuteur a géré pendant 10 ans 3|m. 12 j. les Biens de ſon Pupile, dont le Capital étoit de L. 1000; on demande quel eſt le Compte qu'il doit lui rendre pour le Capital, les intérêts & intérêts des intérêts, au 10 pour $\frac{0}{0}$ l'année.

Cherchons 1°. le prix de l'intérêt pour 3|m. 12 j. ou 3|m. $\frac{2}{5}$, à 10 pour $\frac{0}{0}$ l'année.

Si 12|m. font 10 pour $\frac{0}{0}$, combien 3|m. $\frac{2}{5}$?

5	1	5
60		17
6		*Rép.* $2\frac{5}{6}$ pour $\frac{0}{0}$ pour 3|m. 12 j.

Il y a donc ici dix Raiſons égales; chacune de 100 à 110, & une onziéme Raiſon de 100 à $102\frac{5}{6}$. Il ne s'agit ainſi que de faire la Régle Conjointe qui ſuit.

POSITION ET OPÉRATION.

	Antecedens.		*Conſéquens.*
1.	Si L. 100.	font . . .	L. 110. 11.
1.	. . 100.	. . . . .	110. 11.
1.	. . 100.	. . . . .	110. 11.
1.	. . 100.	. . . . .	110. 11.
1.	. . 100.	. . . . .	110. 11.
	100.	. . . . .	110. 11.
	100.	. . . . .	110. 11.
	100.	. . . . .	110. 11.
	100.	. . . . .	110. 11.
10.	. . 100.	. . . . .	110. 11.
1.	. . 100.	. . . . .	$102\frac{5}{6}$
		Combien L. 1000?	10. 1

Les termes étant réduits sont :

Antecedens.	*Conſéquens.*	
1.	11.	121 = 11 × 11
1.	11.	121
1.	11.	
1.	11.	121
1.	11.	1452
100.	11.	
100.	11.	14641 = 11 × 11 × 11 × 11.
100.	11.	14641
100.	11.	
10.	11.	14641
1.	102 $\frac{5}{6}$	58564
	1.	87846
1|000000000.		58564
		14641

Rép. L. 2667. 4. ſ. 7. d.

214358881 = 14641 × 14641
121 = 11 × 11

214358881
2572306572

25937424601
102 $\frac{5}{6}$

51874849202
25937424601

pour $\frac{3}{6}$. 12968712300. 10 ſ.
pour $\frac{2}{6}$. 8645808200. 6. 8. d.

NB. Vous voyez qu'ayant multiplié 1°. 11 par 11 qui font 121. j'ai multiplié 2°. 121 par 121, ce qui fait l'emploi de 4 fois le nombre 11.

3°. Multipliant ce produit, 14641, par lui même, j'ai l'emploi de 8 fois le nombre 11. Ainſi il ne reſtait qu'à employer 2 fois le nombre 11 en multipliant par 121.

2667 | 231829802. 16. ſ. 8. d.
20

4 | 636596056
12

7 | 639152680

On voit auſſi que c'eſt pour avoir un Diviſeur qui eût l'unité que je n'ai point fait diſparoitre la fraction $\frac{5}{6}$, dont les parties ſont aiſées à prendre. Voilà

Voilà assez d'Exemples sur la manière de trouver les Intérêts & intérêts des intérêts, je finis cette matière par un Exemple où ayant pour termes connus, 1°. le Capital joint à ses intérêts & intérêts des intérêts; 2°. le Tems de ces intérêts, & 3°. le prix de l'intérêt, l'on cherche quel est le Capital qui est l'inconnu.

QUESTION V.

§. 239. On supose qu'on doit payer dans 3 ans 8|m. 25 j. la somme de L. 6947. 18 s. 2 d. pour Capital avec les Intérêts & intérêts des intérêts sur le pié du 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année, & qu'on s'est engagé de payer aujourd'hui moyennant l'escompte ou la déduction des intérêts & interêts des intérêts; on demande combien il faut payer comptant, c'est-à-dire, qu'on demande quel est le Capital compris dans la somme ci-dessus avec les intérêts & interêts des intérêts?

EXAMEN.

Cette Question est précisément le contraire de celle de l'Exemple III. Les termes de la Régle Conjointe doivent donc être renversés, les Conséquens doivent devenir les Antecedens & les antecedens les conséquens, & la somme donnée sera le dernier terme.

POSITION ET OPÉRATION.

	Antecedens.		*Conséquens.*	
13. 26.	Si L. 104.	font	L. 100. 25	}
13. 26.	104.	. . .	100. 25	} pour les 3 années.
13. 26.	104.	. . .	100. 25	}
1853.	. . 102 $\frac{17}{18}$	. . .	100. p. les 8|m. 25 j. (1800.900.450.225.	

Combien L. 6947. 18. s. 2. d?

Les termes étant réduits ſont :

13. . . . 25.
13. . . . 25.
13. . . . 25.
1853. . . . 225.

13
13

39
13

169
13

507
169

2197
1853

6591
10985
17576
2197

4071041

6947. 18. 2 d.

25
25

125
50

625
25

3125
1250

15625
225

78125
31250
31250

3515625
6947. 18. ſ. 2 d ½

24609375
14062500
31640625
21093750

pour 18 ſ. . . 3164062. 10 —
pour 2 d. . . 29296. 17. 6 d.

Rép. L. 6000. de Capital à payer comptant. pour ½ d. 24426240234. 7. 6.
7324. 4. 4.

24426247558. 11. 10.
01558. 11. 10

Le reſte ſe néglige ne pouvant produire 1 d. Ce reſte a lieu parce que j'ai mis ½ d. aux L. 6947. 18 ſ. 2 d. ce qui eſt, un peu plus que ce que peut produire le reſte du 3e. Exemple. On néglige ces reſtes dans la Pratique. Voilà la manière de déduire les intérêts & intérêts des intérêts compris dans une ſomme donnée.

REGLE

REGLE D'ALIAGE
CONCERNANT L'OR ET L'ARGENT.

§. 240. JE ne me propoſe pas de traiter la Régle d'Aliage d'une manière générale, ni d'en faire l'aplication à tous les cas où elle peut avoir lieu ; il faudroit pour celà s'enfoncer trop avant dans l'Arithmétique ſpéculative, ce qui n'entre pas dans mon plan : Mon but eſt de ne traiter la Régle d'Aliage que rélativement à l'Or & à l'Argent, pour l'uſage de ceux qui travaillent & qui négocient de ces Métaux. C'eſt pour cela que je vai préalablement expliquer la manière dont on en exprime le degré de *fin*, de *bonté*, ou de *pureté* : Ces trois mots ſignifient ici la même choſe. *But qu'on ſe propoſe.*

§. 241. L'*Or* eſt le plus compacte, le plus peſant, & le plus jaune de tous les Métaux, celui qui réſiſte le mieux à la force du feu ſans s'évaporer. *De l'Or.*

L'*Argent* eſt le plus blanc des métaux, & après l'Or, le plus précieux. *De l'Argent.*

§. 242. L'un & l'autre de ces deux Métaux ne ſont pas d'ordinaire entiérement purs ; naturellement ou artificiellement, ils ſont mélangés de quelque métal étranger ; mais on peut l'en ſéparer, & purifier l'Or & l'Argent ; C'eſt ce qu'on apelle *Affiner*. *Ce qu'on entend par affiner.*

§. 243. Au contraire, on peut méler à l'Or & à l'Argent, dans la fonte, quelque métal étranger, pour en augmenter le poids & le volume, en diminuer le prix, & les rendre plus durs, & par-là plus propres aux Ouvrages qu'on en veut faire. Ce melange ſe nomme *Aliage*, qui ſe fait ordinairement avec du cuivre ; ainſi le cuivre eſt proprement ce qu'on nomme l'*Aliage* pour le diſtinguer de l'Or ou de l'Argent auxquels il eſt alié. On alie auſſi quelquefois de l'Argent avec de l'Or, on apelle cela *alier ſur l'Argent* ; & dans ce cas l'Argent eſt l'*Aliage*. *Ce qu'on entend par Aliage.*

§. 244. Le degré de ce mélange ou de cet aliage ſe marque avec préciſion comme on va l'expliquer. Et dabord pour l'Or, l'uſage a établi qu'une Once de ce métal a 24 *Karats*, quand il eſt parfaitement pur. Et comme l'Once eſt un poids qui contient 24 Deniers peſans, il s'enſuit qu'*un Karat* eſt proprement la 24e. partie d'une Once d'Or pur, ou un Denier d'Or fin. Quand, dans une Once d'Or, il y a, par exemple, deux Deniers d'Aliage, il n'y a, par conſéquent, que 22 Deniers d'Or pur, & l'Or eſt dit être à 22 Karats. Ainſi le nombre de Karats qu'on attribue à l'Or en marque le degré de fin ou de pureté ; c'eſt ce qu'on apelle le *Titre* de l'Or. *Comment on exprime le degré d'aliage pour l'Or. Ce que c'eſt, un Karat d'Or.*

L'or au Titre de 18 Karats, eſt un Or où de 24 parties égales, il y en a 18 qui ſont d'Or pur, & 6 qui ſont d'aliage ; c'eſt-à-dire, que les trois quarts ſont d'Or pur, & le quart eſt d'aliage, Argent ou Cuivre. C'eſt *Le Titre de l'Or à Genève.*

le Titre au deſſous duquel les Ouvriers ne peuvent travailler dans Genève par les Ordonnances.

Comment on évalue l'once de l'Or par le Prix du Karat.

§. 245. Et comme, ſuivant qu'on l'a dit, 1 Karat marque un Denier d'Or pur; en ſtipulant le prix de l'Or à tant le Karat, comme c'eſt l'uſage, ſi l'on multiplie le nombre des Karats du Titre par le prix du Karat, l'on aura le prix de l'Once. *Exemple*: Combien vaut l'Once de l'Or au Titre de 21 Karats à L. 2. 8 ſ. le Karat?

Je multiplie le Titre 21 Karats,
par L. 2. 8 ſ.
42
pour 8 ſ. 8. 8

Et j'ai en réponſe L. 50. 8 ſ. pour la valeur de l'Once d'or à 21 K.

Argent tenant Or Billon.

§. 246. Quand l'Or eſt à 12 K. & au deſſous, il perd ſon nom & s'apelle *argent tenant or*, s'il eſt alié avec de l'Argent; ou *Billon*, s'il eſt alié avec du Cuivre.

Comment on marque le degré d'aliage pour l'Argent.

§. 247. A l'égard de l'Argent, l'uſage a établi qu'un Marc de ce Métal, quand il eſt parfaitement pur, a 12 *Deniers de fin*; ainſi *un Denier de fin* eſt proprement la douziéme partie d'un Marc d'Argent pur. Quand dans un Marc d'Argent, il y a, par exemple, la 12e. partie d'Aliage, ce Marc d'Argent ne tient que 11 Deniers de fin; s'il y a la ſixiéme partie d'Aliage, il ne tient que 10 Deniers de fin. Ainſi le nombre de Deniers de fin qu'on attribue à l'Argent, en marque le degré de fin ou de pureté; c'eſt ce qu'on apelle le *Titre* de l'Argent.

Titre de l'Argent. Conſéquence.

§. 248. Comme un Marc péſe 8 Onces, il s'enſuit que 8 Onces d'Argent pur tiennent 12 Deniers de fin; & par conſequent qu'une Once d'argent pur tient 1½ Denier de fin, ou qu'*un Denier de fin* eſt le poids de 16 Deniers d'Argent pur.

Comment on évalue le Marc de l'Argent par le prix du Denier de fin.

§. 249. Or, comme l'uſage eſt de ſtipuler le prix de l'Argent à tant le Denier de fin, il s'enſuit que ſi l'on multiplie le nombre des Deniers de fin du Titre par le prix du Denier de fin, l'on aura le prix du Marc. *Exemple*: Combien vaut le Marc de l'Argent au Titre de 11 Deniers de fin à L. 2. 14 ſ. le Denier de fin?

Je multiplie le Titre, 11 Deniers de fin,
par L. 2. 14 ſ.
22
pour 14 ſ. 7. 14

Et j'ai en réponſe L. 29. 14 ſ. pour la valeur du Marc d'Argent à 11. Den.

Il ſuit de ce qu'on a dit qu'un Marc d'Argent au Titre de 9 Den. de fin, ne contient que 6 Onces ou les ¾ d'un Marc d'Argent pur, & 2 Onces ou le ¼ d'un Marc d'Aliage.

§. 250.

§. 250. Quand l'Argent eſt à 6 Den. de fin & au-deſſous, il perd ſon nom & ſe nomme *Billon*, auſſi bien que l'Or à 12 K. & au-deſſous qui eſt allié avec du Cuivre. Depuis quel Titre l'Argent eſt du Billon.

Voilà ce qu'il faut bien comprendre. Il ſuit que plus le Titre de l'Or ou de l'Argent eſt bas, moins il y a de fin; & plus le Titre eſt haut, moins il y a d'Aliage.

§. 251. Les Calculs dont ont beſoin ceux qui travaillent ou qui négocient en Or & Argent, ſe réduiſent aux ſuivans. Plan de ce Traité des calculs concernant l'Or & l'Argent.

1°. Alier ou mélanger de l'Or ou de l'Argent à des Titres différens, & ſavoir à quel Titre ſe trouvera le Lingot ou la Barre qui proviendra de la fonte.

2°. Ayant de l'Or ou de l'Argent à différens Titres, trouver combien il en faut prendre de chacun pour en faire au Titre dont on a beſoin.

3°. Trouver combien on doit alier de Cuivre, ou en général, combien on doit mettre d'Aliage à l'Or & à l'Argent, pour en diminuer le Titre de fin autant qu'on voudra.

4°. Trouver combien de fin & d'Aliage contient telle Quantité qu'on voudra d'Or & d'Argent dont le Titre eſt connu, & ſur l'Affinage.

5°. Enfin, divers autres Caculs pour évaluer telles Quantités qu'on voudra d'Or ou d'Argent, ſuivant le Titre; à tant le Karat ou le Denier de fin; & pour découvrir la quantité d'Or & d'Argent qui ſe trouvent mêlés dans un même Lingot, & la valeur de ce Lingot.

§. 252. Avant que de commencer, il eſt néceſſaire de remarquer que le Karat de fin pour l'Or ſe ſubdiviſe en demi, quarts, huitiemes, ſeiziémes, 32e. & en 64e. Cependant rien n'empêche qu'on ne puiſſe le ſubdiviſer en 24 parties, ce que je ferai quelquefois pour la commodité du Calcul. Subdiviſion du Karat de fin pour l'Or, & du Denier de fin pour l'Argent.

Quant au Denier de fin pour l'Argent, il ſe ſubdiviſe en 24 Grains de fin.

ARTICLE

ARTICLE I.

Alier ou Mélanger de l'Or ou de l'Argent à des Titres différens ; & découvrir à quel Titre ſe trouvera le Lingot ou la Barre qui proviendra de la fonte.

§. 253. CEtte eſpèce d'Aliage a deux cas; le premier a lieu lorſque les Quantités données de différens Titres ſont égales, & le ſecond, lorſqu'elles ſont inégales.

Ier. Cas.

§. 254. *Lorſque les Quantités données d'Or ou d'Argent de différens Titres ſont égales.*

Regle.

Additionnez les différens Titres donnés, & diviſez la ſomme par le nombre des Titres, par 2 s'il y a deux Titres, par 3 s'il y en a trois, &c. Le Quotient ſera le Titre demandé.

Exemple I. *pour l'Or.*

§. 255. On a de cinq ſortes d'Or, c'eſt-à-dire, à cinq différens Titres, en égales Quantités de chacun, qu'on veut fondre enſemble; on demande quel ſera le Titre du Lingot qui proviendra de la fonte.

Les cinq Titres ſont à 22 K.
21 K $\frac{3}{4} = \frac{12}{16}$
20 K $\frac{3}{8} = \frac{6}{16}$
19 K $\frac{7}{16} = \frac{7}{16}$
18 K $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$

Somme. 102 K $\frac{1}{16}$ à diviſer par 5.
Quotient. 20 K $\frac{33}{80}$ pour réponſe.

Pour évaluer ces $\frac{33}{80}$ en 32émes. il faut faire cette Régle de Trois:

Si 80 ſe réduiſent à 32, à combien 33? *Rép.* $\frac{13}{32}$ avec un reſte.

10 — 4 — 4 — 13|2

Ainſi l'on dit que le Titre de ce mélange eſt à 20 K. $\frac{13}{32}$ fort.

Démons-

DÉMONSTRATION.

§. 256. Quand l'on fond une Once d'Or du Titre de 22 K. avec une once de celui de 20 K., il eſt évident que le Lingot, qui provient de la fonte, ſera de 2 onces d'Or, & contiendra 42 K. d'Or pur, par conſéquent l'once en aura 21 ; ce ſera donc de l'Or à 21 K. de fin. Si l'on fond une once d'Or du Titre de 23 K. avec une once de celui de 22 K, & une once de celui de 21 K. on aura évidemment 3 onces d'Or qui contiendront 66 Karats d'Or pur, par conſéquent l'once en contiendra 22 ; ce ſera donc de l'Or à 22 K.

Donc lorſque l'on fond enſemble deux quantités égales d'Or de differens Titres, la moitié de la ſomme des Titres donne le Titre du Lingot d'Or qui réſulte de la fonte : Si l'on fond enſemble trois quantités d'Or de differens Titres, le tiers de la ſomme des Titres donne le Titre du Lingot qui réſulte de cette fonte.

En raiſonnant ainſi pour la fonte de 4, 5 &c. Titres differens, quantités égales d'Or de différens Titres, on trouvera qu'additionnant les différens Titres, & diviſant la ſomme par le nombre des Titres, l'on aura le Titre du Lingot qui ſortira de la fonte ; c'eſt ce qu'il faloit démontrer.

EXEMPLE II. *pour l'Argent.*

§. 257. On a de l'Argent à ſix differens Titres, en égale quantité de chacun, qu'on veut fondre enſemble, & l'on demande quel ſera le Titre qui proviendra de la fonte ?

Les Six Titres ſont à	11 Den.	12 gr.	de fin,
	11 Den.		
	10 Den.	18 gr.	
	10 Den.	12 gr.	
	10 Den.	6 gr.	
	9 Den.		
Somme.	63 Den.		de fin à diviſer par 6.
Quotient.	10 Den.	12 gr.	de fin pour réponſe.

§. 258. La démonſtration eſt la même que pour l'Or : Car ſi vous fondez un Marc d'Argent à 11 Deniers, & un marc à 10 Deniers, vous aurez 2 marcs d'Argent tenant 21 Deniers : Donc le marc tiendra 10 Deniers ½ ; Ce ſera donc de l'Argent au Titre de 10. ½ Deniers de fin. Démonſtration.

Si vous fondez un marc d'Argent à 11 Deniers, avec un marc à 10 Deniers ½, & un marc à 9 Deniers, vous aurez 3 marcs d'Argent tenant 30 Deniers ½. Donc le marc tiendra 10 Deniers ⅙ ; ce ſera donc de l'Argent à 10 Deniers 4 grains de fin.

En raiſonnant de même pour davantage de Titres, on voit qu'additionnant les Titres, il faut diviſer la ſomme par le nombre des Titres, pour avoir le Titre de la Barre qui ſortira de la fonte ; ce qu'il faloit démontrer.

Remarque. §. 259. Et comme le Titre de l'Or & celui de l'Argent marquent, non un poids, mais un certain nombre de parties egales de fin contenues dans chaque quantité quelconque d'Or ou d'Argent, il ſuit que la démonſtration eſt générale pour toutes quantités égales à fondre, au deſſus & au deſſous d'un Marc ou d'une once.

Car quand on dit qu'une once d'Or a 20 K de fin, cela ſignifie qu'elle à 20 parties égales de fin & 4 parties égales d'Aliage, (§. 244.) Donc une quantité plus grande ou plus petite qu'une once d'Or à 20 K, a auſſi 20 parties égales de fin & 4 parties égales d'Aliage.

De même quand on dit un Marc d'Argent à 10 Deniers de fin, cela ſignifie qu'il a 10 parties égales de fin & 2 parties égales d'Aliage, (§. 247. & §. 249). Donc une quantité plus grande ou plus petite qu'un Marc d'Argent à 10 Deniers, a auſſi 10 parties égales de fin & 2 parties égales d'Aliage.

SECOND CAS.

§. 260. *Lorſque les Quantités d'Or ou d'Argent ſont inégales.*

REGLE.

Multipliez chaque Quantité par ſon Titre, & diviſez la Somme des produits par la ſomme des differentes Quantités, le Quotient ſera le Titre demandé.

EXEMPLE I. *pour l'Or.*

§. 261. Si l'on fond 4 Onces 18 d. 21 gr. Or à 21 K $\frac{3}{4}$.
7 Onces 6 d. 16 gr. Or à 18 K $\frac{5}{16}$,
& 5 Onces 12 d. 20 gr. Or à 22 K,

On demande quel ſera le Titre du Lingot qui proviendra de cette fonte ?

OPÉRATIONS.

5 Onc. 12 d. 20 gr. à 22 K.

110
p^r. 12 d. 11
p^r. 16 gr. — 14 d. 16 gr.
p^r. 4 gr. — 3. 16
K. 121. 18 d. 8 gr.

4 onc. 18 d. 21 gr. à 21 K $\frac{3}{4}$.

84
p^r. $\frac{2}{4}$ 2. 9 d. 10 gr. $\frac{1}{2}$
p^r. $\frac{1}{4}$ 1. 4. 17 $\frac{1}{4}$
p^r. 12 d. 10. 12 —
pr. 6 d. 5. 6 —
pr. 18 gr. — 15. 18
p^r. 3 gr. — 2. 15
K. 104. 2 d. 12 gr. $\frac{3}{4}$

7 onc. 6 d. 16 gr. à 18 K $\frac{5}{16}$.

126
p^r. $\frac{4}{16}$. 1. 19 d. 16 gr.
p^r. $\frac{1}{16}$. — 10. 22
p^r. 6 d. 4. 12 —
p^r. 16 gr. 12 —
K. 133. 6 d. 14 gr.

On a ſubdiviſé le Karat en 24 d. & le Denier en 24 gr.

Nous avons donc trouvé que

5 Onc. 12 d. 20 gr. Or	à 22 K.	tiennent	121 K. 18 d. 8 gr. de fin.
4 Onc. 18 d. 21 gr.	à 21 K $\frac{3}{4}$ ——		104. 2. 12 $\frac{3}{4}$ ——
7 Onc. 6 d. 16 gr.	à 18 K $\frac{5}{16}$ ——		133. 6. 14 ——
Donc 17 Onc. 14 d. 9 gr. du mélange		tiennent	359 K. 3 d. 10 gr. $\frac{3}{4}$ de fin.

24 d.
68
34
14 d. 9 gr.
422 d. 9 gr. (ou $\frac{3}{8}$).
8
3379

Et l'Once tient 20 K $\frac{19}{32}$ de fin, pour réponſe.

24 d.
1436
718
3 d. 10 gr. $\frac{3}{4}$
8619 d. 10 gr. $\frac{3}{4}$
8
68955 d. 14 gr.
1375
32
2750
4125
p^r. 12 g^r. . 16
p^r. 2 g^r. . 2 $\frac{2}{3}$
44018 $\frac{2}{3}$
10228
91

DÉMONSTRATION.

§. 262. Il eſt évident, 1°. Que chaque Quantité étant multipliée par ſon Titre, le produit donne le nombre de Karats de fin qu'elle contient; 2°. Que tous les produits étant additionnés, on a la totalité de Karats de fin que les Quantités données contiennent: Donc en diviſant tous ces Karats de fin par la Somme des Quantités données, on trouve dans le Quotient le nombre de Karats de fin que tient une once, & c'eſt là le Titre demandé.

EXEMPLE II. *pour l'Argent.*

§. 263. Si l'on fond Marc 10. 6 onc. 18 d. Argent à 11 Den 18 gr. de fin,
8. 5. 16 . . . à 10 . 16
12. 2. 21 . . . à 9 . 6

Quel ſera le Titre de la Barre d'Argent qui proviendra de cette fonte?

OPÉRATIONS.

Marcs 10. 6 Onc. 18 d.		Marcs 8. 5 Onc. 16 d.		Marcs 12. 2 Onc. 21 d.	
à 11. Den. 18 gr.		à 10 D. 16 gr.		à 9 D. 6 gr.	
110 Den.		80 D.		108 D.	
p^{r}. 12 gr.	5.	p^{r}. 12 gr.	4	p^{r}. 6 gr.	3.
p^{r}. 6 gr.	2. 12 gr.	p^{r}. 4 gr.	1. 8 gr.	p^{r}. 2 onc.	2. 7 gr. $\frac{1}{2}=\frac{16}{32}$
p^{r}. 4 onc.	5. 21	p^{r}. 4 onc.	5. 8	p^{r}. 12 d. —	13. $\frac{7}{8}=\frac{28}{32}$
p^{r}. 2 onc.	2. 22 $\frac{1}{2}=\frac{8}{16}$	p^{r}. 1 onc.	1. 8	p^{r}. 6 d. —	6. $\frac{15}{16}=\frac{30}{32}$
p^{r}. 12 d. —	17. $\frac{5}{9}=\frac{10}{18}$	p^{r}. 16 d. —	21 $\frac{1}{3}$	p^{r}. 3 d. —	3. $\frac{15}{32}$
p^{r}. 6 d. —	8. $\frac{13}{16}$	D. 92. 21. gr. $\frac{1}{3}$		D. 114. 7. gr. $\frac{25}{32}$	
D. 127. 9. gr. $\frac{15}{16}$					

Nous

Nous avons donc trouvé que

Marc 10. 6 onc. 18 d. Argent à 11 Den. 18 gr. tienn. 127 D. 9 gr. $\frac{15}{16}$ de fin.
8. 5 onc. 16. . . à 10 . 16. . . 92 D. 21 gr. $\frac{1}{3}$
12. 2. 21. . . à 9 . 6. . . 114 D. 7 gr. $\frac{25}{33}$

Donc Marc 31. 7 onc. 7 d. du mélange tiennent . . . 334 D. 15 gr. $\frac{5}{66}$ de fin.

8 — 8

255 onc. — 2677 D. — gr. $\frac{5}{12}$

24 — 24

1020 — 10708

5107 — 5354 - gr. $\frac{5}{12}$

6127 d. — 64248 gr. $\frac{5}{12}$

Le Marc tient 10 Den. 11 gr. — 2978

& presque 10 D. 12 gr. de fin. — 24

11912

5956

10

71482

10212

4085

DÉMONSTRATION.

§. 264. Il est évident 1°. Que chaque Quantité étant multipliée par son Titre, le produit donne le nombre de Deniers de fin qu'elle contient; 2° Que tous les produits étant additionnés, on a la totalité de Deniers de fin que les Quantités données contiennent: Donc en divisant tous ces Deniers de fin par la somme des Quantités données, on trouve, dans le Quotient, le nombre de Deniers de fin que tient un Marc; Et c'est là le Titre demandé.

EXEMPLE III. *pour l'Argent.*

§. 265. On fond ces deux Quantités d'Argent de différens Titres, dont on demande quel sera le Titre du mélange qui en résultera:

4 Onces 12 d. Argent à 11 Den. de fin, qui tiennent 6 D. 4 gr $\frac{1}{2}$ de fin
2 Onces 8 d. Argent à 9 Den. ——, qui tiennent 2 D. 15 gr.

Donc 6 Onces 20 d. tiennent . . . . . 8 D. 19 gr $\frac{1}{2}$ de fin

6 — 8

41 — 70 D. 12 gr.

6

Et le Marc tient 10 Den. 7 gr. de fin, fort parce qu'il y a un reſte. — 423 D.

13

24

52

25

312

25

Pour faire les multiplications de chaque Quantité par ſon Titre, j'ai calculé ſur la proportion du Marc.

Ainſi, ſi un Marc a 11 Den. de fin,		Si un Marc à 9 D. de fin,	
4 onces ont	5 D. 12 gr.	2 onces ont	2 D. 6 gr.
& — 12 d. ont	—— 16 gr. $\frac{1}{2}$	& — 8 d. ont	—— 9 gr.
Donc la 1ere. Quantité à	6 D. 4 gr $\frac{1}{2}$ de fin.	Donc la 2de. a	2 D. 15 gr. de fin.

Enſuite additionnant ces deux produits, on trouve que les deux Quantités peſant 6 onces 20 d. contiennent 8 Den. 19 gr $\frac{1}{2}$ de fin.

Or ſi 6 onces 20 d. tiennent 8 Den. 19 gr $\frac{1}{2}$ de fin, combien 8 onces qui eſt un Marc.

Il falloit donc multiplier les 8 D. 19 gr $\frac{1}{2}$ par 8, & diviſer le produit par 6 onces 20 d. qui ſont 6 onc $\frac{5}{6}$: Et voilà pourquoi on a encore multiplié par 6, pour avoir 41 pour diviſeur & 423 pour Dividende. Le Quotient, 10 Den. 7 gr. eſt donc le Titre demandé.

Remarque. §. 266. Mais comme (§. 259.) on peut concevoir dans une Once, ou dans un Denier d'Argent autant de parties de fin que dans un Marc, rien n'empêche qu'on ne multiplie chaque quantité par ſon Titre, encore que les Quantités ne ſeront pas des Marcs: C'eſt ce que l'on va voir ſur ce même exemple.

4 Onces 12 d. Argent à 11 Den. font 49 Den. 12 gr. de fin
2 Onces 8 d. Argent à 9 Den. font 21 Den.

Donc 6 Onces 20 d. tiennent . . . . . 70 Den. 12 gr. de fin
6 6

41 423
13
24
52
26
312
25

Et l'Once tient 10 Den. 7 gr. de fin.

On trouve le même Titre:

Cette Méthode eſt plus commode parce qu'elle donne moins de fractions.

EXEMPLE IV.

§. 267. La même remarque a lieu pour l'Or, comme on le voit à ce 4e. Exemple, & enſuite des remarques ſus §. 259.

On fond 15 Den. d'Or à 20 K. qui font $12\frac{1}{2}$ K de fin à 20 K par Once.
& 12 Den. Or à 16 K $\frac{1}{2}$ qui font $8\frac{1}{4}$ K —— à 16 K $\frac{1}{4}$ par Once.

Or ſi 27 Deniers Or tiennent . $20\frac{3}{4}$ K de fin, comb. 24 d. ?
24
480
pr. $\frac{3}{4}$ 18
498
228
12
32
384
114
6

Donc 1 Once a 18 K $\frac{14}{32}$
ou 18 K $\frac{7}{16}$ de fin

Ou bien

Multipliez 15 D. Or par le Titre 20 K, produit 300 parties de fin
& 12 D Or par le Titre 16 K $\frac{1}{2}$, produit 198 parties de fin

Or ſi 27 D. d'Or tiennent de parties de fin 498, combien 1 d. ?
228
12
32
384
114
6

Rép. 18 $\frac{14}{32}$ parties de fin

On trouve toujours le même Titre.

§. 268.

Remarque. §. 268. Si parmi les Quantités d'Argent à fondre, il y en avoit dont le poids fut des Marcs & d'autres seulement des Onces, on réduiroit toutes les Quantités en onces; & même en Deniers s'il y avoit quelque Quantité qui n'eut que des Deniers. Voyez cet Exemple.

EXEMPLE V. *pour l'Argent.*

On veut fondre ces Quantités d'Argent, & l'on demande quel sera le Titre:

Marc 5. 6 onces 18 d. Argent à 9 ½ Deniers de fin.
— 5 onces 16 d. —— à 10 Deniers.
— — 21 d. —— à 11 Deniers ½ de fin.

Réduisez tout en Deniers, & multipliez

1122 D, 1ere. Quantité, par son Titre 9 D ½. produit 10659 parties de fin.
136 D, 2de. Quantité, par son Titre 10 D. —— 1360.
21 D, 3e. Quantité, par son Titre 11 D ½ —— 241 ½
1279 D, pesant, Argent tenant . . . . . 12260 ½ parties de fin.

749
Donc chaque D. tient 9 parties 14 gr. de fin. 24
Ce qui indique que le Titre sera à 9 Den. 14 gr. de fin 2996
1498
12
17988
5198
82

EXEMPLE VI. *pour l'Or.*

§. 269. Il en est de même pour l'Or comme on voit à cet Exemple. On veut fondre ces Quantités d'Or, & l'on demande quel sera le Titre:

Marcs 3. 7 onc. 21 d. Or à 18 K ½ de fin.
—— 6 onc. 20 d. — à 20 K ¾
—— —— 18 d. — à 23 K ⅞

Réduisez

Réduiſez tout en Deniers, & multipliez

765 d. 1re. Quantité, par ſon Titre 18 K $\frac{1}{2}$. produit.	14152 $\frac{1}{2}$	parties de fin.
164 d. 2de. Quantité, par ſon Titre 20 K $\frac{3}{4}$. . .	3403	
18 d. 3e. Quantité, par ſon Titre 23 K $\frac{7}{8}$. . .	429 $\frac{3}{4}$	
947 d. Or tenant	17985 $\frac{1}{4}$	parties de fin.
	8515	
Donc chaque Deniers tient 18 parties $\frac{31}{32}$ de fin.	939	
	32	
Ce qui indique que le Titre ſera à 18 K $\frac{31}{32}$ très fort	1878	
à cauſe du grand reſte, & même on pourra le dire	28178	
à 19 K.	30056	
	1646	
	699	

ARTICLE II.

Ayant de l'Or ou de l'Argent à différens Titres, trouver combien on doit prendre de chaque Titre pour en faire au Titre demandé.

Régle générale.

§. 270. I. POſez les Titres donnés les uns ſous les autres comme ſi l'on vouloit les additioner, & mettez derriére eux le Titre dont on a beſoin; je le nommerai *Titre demandé*.

II. Examinez enſuite de combien chaque *Titre donné* différe du Titre demandé.

III. Et comme il faut néceſſairement que, parmi les Titres donnés, il y en ait au moins un qui ſoit ſupérieur au Titre demandé, & au moins un qui lui ſoit inférieur; il faut que la différence d'un Titre ſupérieur ſe mette à côté d'un inférieur, & que celle d'un inférieur ſe mette à côté d'un ſupérieur. Ainſi le ſupérieur donne ce qu'il a de plus à l'inférieur, & l'inferieur donne ce qu'il a de moins au ſupérieur. Par-là ſe fait une juſte compenſation pour venir au Titre demandé.

IV. Chaque différence indique donc la Quantité de Deniers, d'Onces, ou de Marcs qu'il faut prendre de l'Or ou de l'Argent au Titre à côté duquel elle eſt poſée.

V. Pour ne rien confondre, il faut tirer un demi Cercle qui, par ſes extrêmités, indique les deux Titres qu'on alie, l'un ſuperieur & l'autre in-

férieur au Titre demandé ; & poſer à côté du dernier la différence du premier, & à côté du premier la différence du dernier, ſuivant le 3e. article de cette Régle.

VI. Lorſqu'il ſe rencontre qu'il y a plus ou moins de Titres ſupérieurs ou inférieurs au Titre demandé, il faut qu'un des Titres ſupérieurs ou inférieurs reçoive pluſieurs differences, que l'on raſſemble enſuite en une ſomme.

VII. On connoit par ces différences quelle eſt la proportion ſelon laquelle on doit alier enſemble les différens Titres d'Or ou d'Argent, pour en faire au Titre demandé. Les Exemples éclairciront cette Régle.

EXEMPLE I.

§. 271. On a de l'Or à 23 K. & à 18 K. On demande combien il faut en prendre de chacun pour faire de l'Or au Titre de 20 K.

		Titres donnés.	*Différences.*
Titre demandé	20 K.	23 K.	2.
		18 K.	3.

Suivant la Ve. partie de la Régle, j'ai mis à côté du Titre ſupérieur la différence de l'inférieur, & à côté de l'inférieur celle du ſupérieur. Ainſi, ſelon la IVe. partie, il faut prendre 2 Onces ou 2 Deniers de l'Or à 23 K. & 3 onces ou 3 deniers de l'Or à 18 K. & l'on aura 5 onces ou 5 deniers d'Or à 20 K.

Preuve. §. 272. La Preuve ſe fait par le 2d. cas du 1er. Article : Car ſi vous fondez

2 Onces d'Or à 23 K, qui font 46 K.
& 3 Onces d'Or à 18 K, qui font 54 K.

Vous aurez 5 Onces d'Or à 20 K, qui font 100 K.
Et diviſant 100 par 5, vous aurez 20 K. le Titre demandé.

Démonſtration. §. 273. Quand on prend 2 Onces d'Or à 23 K., on a 6 K. deplus qu'au Titre demandé; car 2 onces d'Or à 20 K. ne font que 40 K., & quand on prend 3 onces d'Or à 18 K. on a 6 K. de moins qu'au même Titre demandé; car 3 onces d'Or à 20 K. font 60 K : le moins compenſe donc exactement le plus, & par conſéquent ces deux Titres étant aliés enſemble, il en réſulte de l'Or au Titre demandé.

Cette démonſtration s'aplique viſiblement à tous autres Titres quelconques, & pour d'avantage de Titres; Ainſi elle eſt parfaitement générale, & la Régle bien démontrée.

On peut augmenter ou diminuer également les differences. §. 274. Il eſt aiſé de voir que les différences indiquent la proportion ſelon laquelle les divers Titres doivent être aliés enſemble, comme on l'a dit dans la VIIe. partie de la Régle, enſorte qu'on peut augmenter ou diminuer également les differences, ſelon qu'on veut faire une fonte plus ou moins conſiderable. Ainſi, dans cet Exemple, la moitié des différences donnera.

1 Once

1 Once Or à 23 K. faiſant 23 K.
& 1 Once ½ Or à 18 K. faiſant 27 K.
On aura 2 Onces ½ Or à 20 K. faiſant 50 K.

Ou bien en doublant les différences, on aura;

4 Onces Or à 23 K. faiſant 92 K.
& 6 Onces Or à 18 K. faiſant 108 K.
On aura 10 Onces Or à 20 K. faiſant 200 K.

Ce que je dis de la moitié & du double, doit s'entendre du tiers & du triple, du quart & du quadruple, &c. c'eſt-à-dire, en général qu'on peut multiplier ou diviſer les différences par un même nombre quelconque, pour augmenter ou diminuer également les différences ſelon qu'on veut faire une plus groſſe ou plus petite fonte.

§. 275. Puiſqu'on peut augmenter également les différences, on a, par-là, le moyen d'en faire diſparoitre les fractions, en multipliant les différences par un des communs Dénominateurs des fractions, ce qui donnant les differences en nombres entiers, l'on aura avec plus de netteté la proportion à obſerver dans l'Aliage: c'eſt ce qu'on verra dans l'Exemple ſuivant.

Que par l'égale augmentation des différences, on peut faire diſparoitre les fractions qui embarraſſent toujours

EXEMPLE II.

Combien faut-il prendre de l'Or à 21 K ¾ & de celui à 18 K ½ pour faire de l'Or à 20 K ⅜?

		Titres donnés.	*Différences.*
Titre demandé.	20 K ⅜	21 K ¾	1 ⅞ ou 15.
		18 K ½	1 ⅜ ou 11.

Ayant poſé les différences ſuivant la Régle, & ces différences ayant des 8émes. je les ai multipliées par 8, ce qui m'a donné les nombres entiers 15 & 11. Ainſi;

on prendra 15 Onces ou d. d'Or à 21 K ¾ qui font 326 ¼ K.
& 11 Onces ou d. d'Or à 18 K ½ qui font 203 ½ K.
On aura 26 Onces ou d. d'Or à 20 K ⅜ qui font 529 ¾ K.

§. 276. Il ſera encore plus facile de faire d'abord diſparoitre les fractions dont les Titres ſont affectés; ainſi, dans cet exemple, je multiplie tous les Titres par 8, & j'ai alors;

Faire diſparoitre les fractions des Titres, ce qui eſt plus commode.

	Pour les Titres donnés.	*Et les mêmes différences.*
Et pr. le Titre demandé. 163.	174.	15.
	148.	11.

Cas où l'on fixeroit juste le poids du Lingot demandé.

§. 277. Supoſé que dans cet Exemple, on demandât d'avoir préciſément 50 Onces d'Or à 20 K $\frac{3}{8}$; après avoir trouvé les différences, il faudroit faire deux Régles de Trois, dont la ſomme des différences ſeroit le 1er. terme, le 3e. terme ſeroit le poids demandé du Lingot, & le 2^d^. terme de la 1re. Regle de Trois ſeroit la 1re. différence, comme le 2^d^. terme de la 2de. Régle ſeroit la 2de. différence.

Somme des différences. 1ere. *Différence.* *Poids du Lingot.*

1°. Si pour 26 Onces il faut 15 onces du 1er. Titre, comb. pr. 50 onces?

	50
Rép. 28 onc. 20 d. 7 gr.	750
du Titre à 21 K $\frac{3}{4}$.	230
	22
	24 d.
	88
	44
	528
	8
	24 gr.
	192
	10

2de. *différence.*

2°. Si pour 26 onc. il faut 11 onc. du 2^d^. Titre, comb. p^r^. 50 onces?

	50
Rép. 21 onc. 3 d. 16 gr.	550
du Titre à 18 K $\frac{1}{2}$.	30
	4
	24
Et même à cauſe des Reſtes	96
il faudroit mettre à chacun demi	18
grain de plus environ.	24 gr.
	72
	36
	432
	172
	16

S'il y a plus de deux Titres on fera plus de deux Régles de Trois; ſavoir autant qu'il y aura de Titres.

§. 278.

§. 278. Mais il n'eſt jamais néceſſaire de fondre bien au juſte une Quantité quelconque d'Or, car ordinairement il faut le travailler après qu'il eſt fondu, & par conſéquent il en faut toujours fondre un peu plus que l'Ouvrage qu'on en veut faire ne doit peſer.

Qu'il n'eſt pas néceſſaire de fondre une quantité bien juſte.

Ainſi, dans l'exemple propoſé où l'on ſupoſe un Lingot de 50 Onces, il n'importera pas qu'on le fonde un peu plus peſant ou plus leger. Ayant donc les differences 15 & 11. Si je les double je prendrai 30 onces de l'Or à 21 K $\frac{3}{4}$ & 22 onces de l'Or à 18 K $\frac{1}{2}$, pour avoir 52 onces d'Or à 20 K $\frac{3}{8}$.

Si c'eſt trop & que je veuille fondre environ 50 Onces, plûtôt en moins qu'en plus, je multiplierai chaque difference par 1 $\frac{7}{8}$;

Moyen pour trouver à peu près le poids demandé.

Ainſi	15 par 1 $\frac{7}{8}$	Et	11 par 1 $\frac{7}{8}$ auſſi
p^{r}. $\frac{4}{8}$ . . .	7. 12 d.	p^{r}. $\frac{4}{8}$ . .	5. 12. d.
p^{r}. $\frac{2}{8}$ . . .	3. 18	p^{r}. $\frac{2}{8}$ . .	2. 18
p^{r}. $\frac{1}{8}$ . . .	1. 21	p^{r}. $\frac{1}{8}$ . .	1. 9
donnent . . .	28 onc. 3 d. Or à 21 K $\frac{3}{4}$	donnent	20 onc. 15 d. Or à 18 K $\frac{1}{2}$,

Fondant donc ces deux quantités, 28 Onc. 3 d.
& 20 Onc. 15 d.
j'aurai 48 Onc. 18 d. d'Or à 20 K $\frac{3}{8}$.

§. 279. Il eſt aiſé de comprendre par-là qu'on peut toujours trouver, ſans la Régle de Trois, combien on doit prendre de chaque Titre pour avoir la quantité néceſſaire au Titre demandé; & cela avec plus de briéveté & de juſteſſe que par la Régle de Trois, qui d'ordinaire donne des fractions de grain qu'on ne ſauroit peſer au juſte. D'ailleurs, quand il y a plus de trois Titres, il arrive ſouvent qu'on peut trouver pluſieurs ſolutions différentes en Nombres entiers, ou au moins avec des fractions commodes, même lorſque l'on détermine le poids juſte qu'on veut avoir; aulieu que la Régle de Trois ne fait trouver qu'une ſeule ſolution, qui ordinairement à des rompus qu'on eſt obligé de négliger. Je pourrai montrer ailleurs cette méthode de trouver pluſieurs ſolutions ſans rompus ou avec des rompus commodes quand le poids qu'on demande eſt déterminé, mais cela n'eſt pas néceſſaire pour la fonte des métaux dont il s'agit ici.

La Régle de Trois à l'inconvénient de donner des fractions qu'on ne peut peſer juſte, & de ne donner qu'une réponſe quoi qu'il puiſſe y en avoir pluſieurs tres commodes.

Exemple III.

§. 280. Combien faut-il prendre d'Argent à 11 D. 18 gr. & à 9 Den. 6 gr. de fin, pour, en les aliant ou mêlant enſemble, avoir de l'Argent au Titre de 10 Den. 12 gr. de fin?

	Titres donnés.	*Differences.*
Titre demandé. 10 D. 12 gr.	11 D. 18 gr)	
	9 D. 6 gr.)	

Je fais auparavant disparoitre les rompus en multipliant tous les Titres par 4. (§. 276.). Ainsi les Titres deviennent :

42. 47) 5.
37) 5.

Les différences étant égales, elles indiquent qu'il faut prendre autant d'un des Titres donnés que de l'autre. Cela arrive toûjours lorsque le Titre demandé est autant au-dessous de l'un des Titres donnés qu'au-dessus de l'autre. On comprend qu'il en est de même pour l'Or.

La Preuve se fait par le 1er. Cas du 1er. article ; car
additionnant 11 D. 18. gr.
avec 9 D. 6. gr.
on a 21 D. dont la moitié est 10 D. ½ de fin.

EXEMPLE IV.

§. 281. On a de l'Or à 22 K, à 21 K, & à 18 K ; dans quelle proportion les aliera-t-on ensemble, pour que le Lingot qui en résultera soit à 20 K. ?

		Titres donnés.	*Différences.*
		22 K	2
Titre demandé.	20 K.	21 K)	2
		18 K)	1 + 2 = 3.

J'ai 1°. cherché les différences de 21 & de 18 avec 20, & j'ai posé celle de 18, qui est 2, à côté de 21, & celle de 21, qui est 1 à côté de 18.

2°. J'ai cherché les différences de 22 & de 18 avec le même Titre 20, & j'ai posé celle de 18, qui est 2, à côté de 22 ; & celle de 22, qui est aussi 2, à côté de 18.

Ainsi le Titre inferieur, 18 K, a reçû deux différences, suivant le VIe. Article de la Regle générale & par là on trouve, pour réponse, qu'il faut prendre

2 Marcs, ou 2 Onces, ou 2 d. d'Or à 22 K. faisant 44 K.
2 Marcs, ou 2 Onces, ou 2 d. d'Or à 21 K. faisant 42 K.
3 Marcs, ou 3 Onces, ou 3 d. d'Or à 18 K. faisant 54 K.
On aura 7 Marcs, ou 7 Onces, ou 7 d. d'Or à 20 K. faisant 140 K.

Remarque. §. 282. Vous voyez, dans cet Exemple que n'y ayant qu'un des Titres donnés au-dessous du Titre demandé, il a reçû les différences des Titres supérieurs, à chacun desquels il a donné la sienne.

En général, on voit qu'il faut toûjours combiner les Titres deux à deux, l'un supérieur & l'autre inférieur au Titre demandé ; Et que s'il n'y a qu'un Titre au-dessus ou au-dessous du Titre demandé, & plusieurs autres tous au-dessous ou tous au-dessus, il faudra donner au Titre seul inférieur, la différence

différence de chacun des ſupérieurs ; ou au Titre ſeul ſupérieur, la différence de chacun des inférieurs, & ce Titre ſeul ſupérieur ou inferieur donne ſa différence à tous les autres. On verra encore cela dans l'Exemple ſuivant, ou il n'y a qu'un des Titres donnés qui ſoit au-deſſus du Titre demandé.

§. 283. EXEMPLE V. *pour l'Argent.*

	Titres donnés.	*Différences.*
	11 D.	1 + 2 + 3 = 6.
Titre demandé. 10 Den.		
	9 D.	1.
	8 D.	1.
	7 D.	1.

Suivant la remarque précédente le Titre ſeul ſupérieur a reçû les différences de tous les autres, qui ont reçû la ſienne. Ainſi l'on trouve qu'en fondant

6 Marcs ou 6 Onces Argent à 11 D. de fin, qui ſont 66 Den. de fin.
1 Marc ou 1 Once . . à 9 D. . . . . 9 D.
1 Marc ou 1 Once . . à 8 D. . . . . 8 D.
1 Marc ou 1 Once . . à 7 D. . . . . 7 D.

On aura 9 Marcs ou 9 Onces Argent à 10 D. qui ſont . 90 Den. de fin.

EXEMPLE VI. *pour l'Or.*

§. 284. On a de l'Or à 22 K, à 21 K $\frac{3}{8}$, à 18 K $\frac{5}{16}$, & à 17 K $\frac{1}{2}$, dans quelle proportion les aliera-t-on enſemble pour que le Lingot qui en réſultera ſoit au Titre de 19 K $\frac{1}{2}$?

Pour éviter les fractions, je multiplie d'abord tous ces Titres par 16, Dénominateur commun des fractions (§. 276.).

22 K.	21 K $\frac{3}{8}$.	18 K $\frac{5}{16}$	17 K $\frac{1}{2}$.	19 K $\frac{1}{2}$.
16.	16.	16.	16.	16.
132	126	108	102	114
22	216	185	178	198
352.	342.	293.	280.	312.

Produits des Titres donnés.	*Différences.*
352	32.
342	19.
Produit du Titre demandé. 312.	
293	30.
280	40.
	121. *Somme des Différences.*

La

La Réponſe eſt donc qu'il faut prendre

32 Onces ou	32 d. Or à	22 K.	qui font	704 K.
19 Onces ou	19 d. Or à	21 K $\frac{3}{8}$	qui font	406 K. $\frac{6}{8}$
30 Onces ou	30 d. Or à	18 K $\frac{5}{16}$	qui font	549 K. $\frac{2}{8}$
40 Onces ou	40 d. Or à	17 K $\frac{1}{2}$	qui font	700 K.
On aura 121 Onces ou	121 d. Or à	19 K $\frac{1}{2}$	qui font	2359 K $\frac{1}{2}$.

Cas où la combinaiſon ſe peut faire diverſement.

§. 285. L'on nomme *combinaiſon* cette méthode de prendre les différences de deux en deux Titres, l'un ſupérieur & l'autre inferieur au Titre demandé, pour donner réciproquement la différence de l'un des Titres à l'autre.

Lorſqu'il y a plus de trois Titres donnés, il peut arriver qu'il y ait auſſi plus d'un Titre ſupérieur ou inférieur au Titre demandé, & alors la combinaiſon ſe peut faire de plus d'une manière. Ainſi dans ce 6°. Exemple, où il y a deux Titres ſupérieurs & deux inférieurs au Titre demandé, la combinaiſon ſe peut faire d'une ſeconde manière.

Dans la 1re. j'ai combiné 1°. le moindre des Titres ſupérieurs avec le plus grand des inferieurs, & 2°. le plus grand des Titres ſupérieurs avec le moindre des inférieurs.

Mais dans la 2de. je vai combiner 1°. le plus grand des Titres ſupérieurs avec le plus grand des inférieurs, & 2°. le moindre des Titres ſupérieurs avec le moindre des inférieurs.

	Titres donnés ou leurs produits.	*Différences.*
	352	19.
	342	32.
Titre demandé ou ſon produit. 312.		
	293	40.
	280	30.

Cette 2de. manière de faire la combinaiſon donne une autre Réponſe à la Queſtion propoſée, qui eſt qu'on pourra auſſi prendre.

19 Marcs ou	19 Onces Or à	22 K.	qui font	418 K.
32 Marcs ou	32 Onces Or à	21 K $\frac{3}{8}$	qui font	684 K.
40 Marcs ou	40 Onces Or à	18 K $\frac{5}{16}$	qui font	732 K. $\frac{1}{2}$
30 Marcs ou	30 Onces Or à	17 K $\frac{1}{2}$	qui font	525 K.
On aura 121 Marcs ou	121 Onces Or à	19 K $\frac{1}{2}$	qui font	2359 K $\frac{1}{2}$.

Utilité de diverſes manières de faire les

§. 286. Voilà deux manières de faire les combinaiſons qui répondent également à la Queſtion propoſée, qui eſt de faire de l'Or à 19 K $\frac{1}{2}$. Par la 2de. manière il entre moins du plus haut Titre ſupérieur comme du plus bas Titre inférieur, & plus du ſecond Titre ſupérieur comme du plus haut Titre inférieur.

Cela

Cela facilite le Fondeur qui pourroit n'avoir pas assez d'un ou de quelques-uns des Titres, & ne pouvoir faire la fonte selon l'une des manières, mais selon l'autre ou quelqu'une des autres; car il y a une plus grande diversité de combinaisons à mesure que le nombre des Titres donnés est plus grand. On le verra dans les Exemples suivans. Combinaisons.

EXEMPLE VII.

§. 287. On a de l'Argent à 11 D. 21 gr., à 11 D, à 10 D. 8 gr, à 9 D. 6 gr. & à 9 D. de fin; on demande dans quelle proportion on doit les allier ensemble pour avoir de l'Argent au Titre de 10 Den. 12 gr. de fin.

Pour éviter les fractions, je multiplie d'abord tous ces Titres par 24 (§. 276.).

11 D. 21 gr.	11 D.	10 D. 8 gr.	9 D. 6 gr.	9 D.	10 D. 12 gr.
24	24	24	24	24	24
285	264	248	222	216	252.

1re. MANIÉRE DE COMBINER.

Titres donnés. *Différences.*

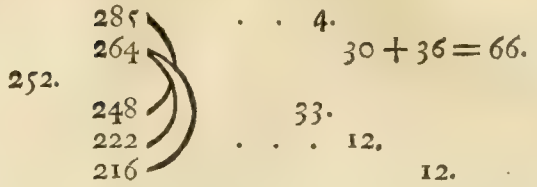
Titre demandé. 252.

285 . . . 30. + 36. = 66.
264 4.
248 12.
222 . . . 33.
216 . . . . . 33.

La 1re. manière de combiner ces Titres donne en réponse, qu'on peut prendre 66 Marcs Argent à 11 D. 21 gr. qui font 783 Den. 18. gr.

4	à 11 D.	. . . . .	44. . . . .
12	à 10 D.	8 gr. . . .	124. . . . .
33	à 9 D.	6 gr. . . .	305. . . 6 gr.
33	à 9 D.	. . . . .	297. . . . .
On aura 148 Marcs Argent	à 10 D.	12 gr. qui font	1554. Den. de fin.

IIde. MANIÉRE DE COMBINER.

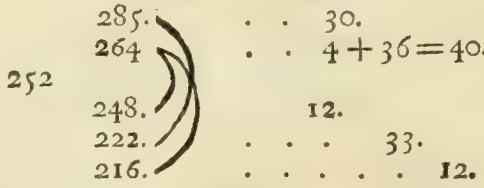


Cette 2de. manière donne pour 2de. réponſe qu'on peut prendre

4.	M.	Argt.	à	11	D.	21 gr.	qui font	47 D. 12 gr.
66.	.	. .	à	11	D.	. . . .		726 . . .
33.	.	. .	à	10	D.	8 gr. . .		341 . . .
12.	.	. .	à	9	D.	6 gr. . .		111 . . .
12.	.	. .	à	9	D.	. . . .		108 . . .
On aura	127	M.	Argt.	à	10	D. 12 gr.	qui font	1333 D. 12 gr. de fin.

L'on ne trouve pas le même poids de la Barre qui réſultera du mélange, mais elle ſera au Titre demandé, & c'eſt de quoi il s'agit ſeulement, puiſque le Poids de la Barre n'eſt pas déterminé.

IIIe. MANIÉRE DE COMBINER.

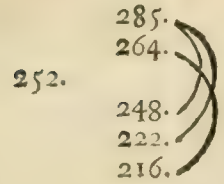


Cette 3e. manière donne pour 3e. réponſe qu'on peut prendre

30	M.	Argt.	à	11	D.	21 gr.	qui font	356 D. 6 gr.
40	.	. .	à	11	D.	. . . .		440. . . .
12	.	. .	à	10	D.	8 gr. . .		124. . . .
33	.	. .	à	9	D.	6 gr. . .		305. 6 gr.
12	.	. .	à	9	D.	. . . .		108. . . .
On aura	127	M.	Argt.	à	10	D. 12 gr.	qui font	1333 D. 12 gr. de fin.

IVe. MA-

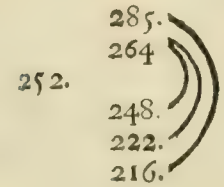
IV. MANIÉRE DE COMBINER.



Cette 4e. manière donne pour 4e. réponſe qu'on peut prendre

34	Marcs	Argent	à	11	D. 21 gr.	qui font	403 D. 18 gr.
36	.	.	à	11	D. . . .		396. . . .
33	.	.	à	10	D. 8 gr. . .		341. . . .
33	.	.	à	9	D. 6 gr. . .		305. 6 gr.
12	.	.	à	9	D. . . .		108. . . .
On aura 148	Marcs	Argent	à	10	D. 12 gr.	qui font	1554. D. de fin.

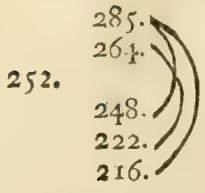
Ve. MANIÉRE DE COMBINER.



Cette 5e. manière donne pour 5e. réponſe qu'on peut prendre

36	Marcs	Argent	à	11	D. 21 gr.	qui font	427 D. 12 gr.
34	.	.	à	11	D. . . .		374.
12	.	.	à	10	D. 8 gr. . .		124.
12	.	.	à	9	D. 6 gr. . .		111.
33	.	.	à	9	D. . . .		297.
On aura 127	Marcs	Argent	à	10	D. 12 gr.	qui font	1333 D. 12 gr. de fin.

VIe. MANIÉRE DE COMBINER.



Cette 6e. manière donne pour 6e. réponſe qu'on peut prendre

40	Marcs	Argent	à	11	D.	21	gr. qui font	475 Den.
30	.	.	à	11	D.	.	. .	330.
33	.	.	à	10	D.	8	gr. . .	341.
12	.	.	à	9	D.	6	gr. . .	111.
33	.	.	à	9	D.	.	. .	297.
On aura 148	Marcs	Argent	à	10	D.	12	gr. qui font	1554 Den. de fin.

Voilà ſix differentes manières de faire de l'Argent à 10 D. 12 gr. de fin avec les 5 Titres donnés dans la Queſtion; le Fondeur n'a qu'à choiſir celle qui lui conviendra le mieux. Et par raport à la Quantité totale de la fonte, non-ſeulement il peut prendre les Marcs indiqués pour des Onces, même pour des ℔. ou pour des Quintaux s'il le faloit; mais encore il peut augmenter ou diminuer proportionnellement les Quantités indiquées dans chaque manière de combiner autant qu'il lui conviendra, (§. 274.).

Maniére de découvrir toutes les différentes combinaiſons qu'on peut faire.

§. 288. Pour découvrir facilement toutes les différentes combinaiſons qu'on peut faire, on s'aidera de cette Méthode: Quand on a cinq Titres & qu'il y en a deux ſupérieurs & trois inférieurs, ou deux inferieurs & trois ſupérieurs, il faut nommer les trois Titres ſuperieurs ou inférieurs, A, B, C; & les deux Titres inférieurs ou ſupérieurs, K & L, & l'on aura les ſix maniéres ſuivantes de faire les combinaiſons.

1re. manière: AK. BL. CL.
2de. manière: AK. BK. CL.
3e. manière: AL. BK. CL.
4e. manière: AL. BL. CK.
5e. manière: AL. BK. CK.
6e. manière: AK. BL. CK.

Le nombre des manières de faire les combinaiſons varie & augmente ſelon qu'il y a plus de Titres donnés & plus ou moins de ſupérieurs ou d'inférieurs au Titre demandé.

Ici chacun des Titres, K & L, pouvoit être combiné en trois manières avec A & C, avec B & C, & avec A & C, ce qui donne evidemment ſix manières différentes de combiner.

EXEMPLE

EXEMPLE VIII.

§. 289. On a de l'Or à 23 K $\frac{1}{2}$, à 22 K $\frac{1}{8}$, à 21 K $\frac{3}{4}$, 17 K $\frac{1}{16}$, & à 16 K $\frac{11}{16}$ de fin; On demande dans quelle proportion on les aliera enſemble afin d'avoir de l'Or à 18 K $\frac{1}{8}$?

Réduiſons dabord les Titres pour ôter les fractions, en les multipliant par 16.

23 K $\frac{1}{2}$.	22 K $\frac{1}{8}$.	21 K $\frac{3}{4}$.	17 K $\frac{1}{16}$.	16 K $\frac{11}{16}$.	18 K $\frac{1}{8}$.
16.	16.	16.	16.	16.	16.
138	132	126	102	96	108
238	222	21	171	16	182
376	354.	12	273	11	290.
		348		267	

Iere. MANIÉRE DE COMBINER.

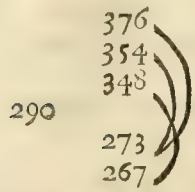
Titres donnés. *Différences.*

376 . . . 23.
354 . . 23.
348 . 17.
Titre demandé. 290.
273 58.
267 . . 64 + 86 = 150.

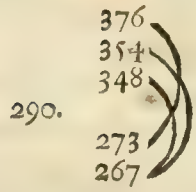
II^de. MANIÉRE DE COMBINER.

376 . . . 23.
354 . . 17.
348 23.
290.
273 . . 64.
267 58. + 86 = 144.

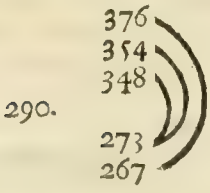
IIIe. MANIÉRE DE COMBINER.



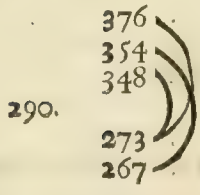
IVe. MANIÉRE DE COMBINER.



V^e. MANIÉRE DE COMBINER.



VIe. MANIÉRE DE COMBINER.



Voilà Six manières de combiner les Titres donnés, qui fourniſſent ſix réponſes à la Queſtion pour faire de l'Or au Titre demandé.

Par

Par la 1ere. on prendra 23 Onces d'Or à 23 K ½ qui font 540 K ½ de fin.
23 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 508 K ⅞ . . . .
17 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 369 K ¾ . . . .
58 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 989 K ⅝ . . . .
150 Onces . . à 16 K 11/16 . . . 2503 K ⅛ . . . .
On aura 271 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4911 K ⅞ de fin.

Par la 2de. on prendra 23 Onces Or à 23 K ½ qui font 540 K ½ de fin.
17 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 376 K ⅛ . . . .
23 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 500 K ¼ . . . .
64 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 1092 K . . . . .
144 Onces . . à 16 K 11/16 . . . . 2403 K . . . . .
On aura 271 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4911 K ⅞ de fin.

Par la 3e. on prendra 17 Onces Or à 23 K ½ qui font 399 K ½ de fin.
17 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 376 K ⅛ . . . .
23 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 500 K ¼ . . . .
150 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 2559 K ⅜ . . . .
58 Onces . . à 16 K 11/16 . . . . 967 K ⅞ . . . .
On aura 265 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4803 K ⅛ de fin.

Par la 4e. on prendra 17 Onces Or à 23 K ½ qui font 399 K ½ de fin.
23 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 508 K ⅞ . . . .
23 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 500 K ¼ . . . .
86 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 1467 K ⅜ . . . .
122 Onces . . à 16 K 11/16 . . . . 2015 K ⅞ . . . .
On aura 271 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4911 K ⅞ de fin.

Par la 5e. on prendra 23 Onces Or à 23 K ½ qui font 540 K ½ de fin.
17 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 376 K ⅛ . . . .
17 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 369 K ¾ . . . .
122 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 2081 K ⅝ . . . .
86 Onces . . à 16 K 11/16 . . . . 1425 K ⅛ . . . .
On aura 265 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4803 K ⅛ de fin.

Par la 6e. on prendra 17 Onces Or à 23 K ½ qui font 399 K ½ de fin.
23 Onces . . à 22 K ⅛ . . . . 508 K ⅞ . . . .
17 Onces . . à 21 K ¾ . . . . 369 K ¾ . . . .
144 Onces . . à 17 K 1/16 . . . . 2457 K . . . . .
64 Onces . . à 16 K 11/16 . . . . 1067 K . . . . .
On aura 265 Onces Or à 18 K ⅛ qui font 4803 K ⅛ de fin.

EXEMPLE

EXEMPLE IX.

§. 290. On a de l'Or à 23 K $\frac{3}{4}$, à 22 K $\frac{1}{2}$, à 21 K $\frac{1}{8}$, à 21 K, & à 19 K; on demande dans quelle proportion on les aliera enſemble pour avoir de l'Or au Titre de 20 K.?

On peut, ſi l'on veut, faire évanouir les fractions, en multipliant tous ces Titres par 8, mais je prendrai les différences ſur les Titres mêmes ſans les réduire.

	Titres donnés.	*Différences.*
	23 K $\frac{3}{4}$	1
	22 K $\frac{1}{2}$	1
	21 K $\frac{1}{8}$	1
	21 K	1
Titre demandé. 20 K.		
	19 K.	$1 + 1\frac{1}{8} + 2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4} = 8\frac{3}{8}$.

Le ſeul Titre inférieur, qui eſt 19 K. a donné ſa différence, 1, à chacun des autres, dont il a reçu les leurs, qui étant raſſemblées, montrent qu'il faut prendre 8 onces $\frac{3}{8}$ de l'Or à ce bas Titre, avec 1 once de chacun des quatre autres, & l'on aura 12 onces $\frac{3}{8}$ Or à 20 K., comme on peut le voir par la Preuve qui ſuit.

1 Once Or à . . .	23 K $\frac{3}{4}$	
1 Once . . . à . . .	22 K $\frac{1}{2}$	
1 Once . . . à . . .	21 K $\frac{1}{8}$	
1 Once . . . à . . .	21 K	
8 Onces $\frac{3}{8}$ . . à 19 K qui font	159 K $\frac{1}{8}$	
Si 12 Once $\frac{3}{8}$ d'Or tiennent . . .	247 K $\frac{1}{2}$	Combien l'Once ?
8	8	
99	1980	
	000	
Rép. 20 K Titre demandé.		

On voit bien que dans ce 9e. Exemple, il n'y avoit que cette combinaiſon à faire.

Avis. §. 291. Je finis ici ce 2d. article de la Régle d'Aliage: Je m'y ſuis un peu étendu pour le bien faire comprendre, parce que d'ailleurs, on réſoud par la même méthode beaucoup de Queſtions qui n'ont aucun raport avec les métaux, comme je vai le montrer par deux Exemples.

EXEMPLE

Ier. Exemple.

Supoſé qu'on ait mêlé du vin à trois prix différens, ſçavoir;

7 Setiers ou autre Meſure	à L. 4.	qui font	L. 28.
9	à L. 5. . . .		45.
4	à L. 6. . . .		24.

On à 20 Setiers, ou autres Meſures, coûtant . L. 97.

Donc diviſant L. 97 par 20, l'on trouve que ce vin mêlé revient à L. 4. 17 le Setier ou autre Meſure. Cela ſe raporte au 2d. cas du Ier. Article §. 260.

2d. Exemple ſe raportant au 2d. Article §. 270.

On demande de faire 20 ſols en 20 Piéces de Monnoie, ſavoir; avec des pieces de 3 ſols, des piéces de ſix quarts ou de 1 ſol 6 deniers, & des piéces de deux quarts ou demi ſol?

Il s'agit de trouver combien il faut prendre de chacune pour faire la quantité de 20 Piéces qui reviennent a 1 ſol chacune, pour former 20 ſols, ſçavoir autant de ſols que de piéces.

Prix donnés.		*Differences.*	
3 ſ. ou . . 6		1.	On trouve d'abord
1 ſ $\frac{1}{2}$ ou . . 3		1.	qu'on fera 7 Piéces qui
Prix demandé.			formeront 7 ſ.; mais
1 ſ. ou 2	$\frac{1}{2}$ ſ. ou 1	1 + 4.	comme il faut 20 Piéces

qui faſſent 20 ſ, je répéte les combinaiſons, ſavoir 1°. celle de 6 à 1 qui a donné les differences 1 & 4, & qui me donnera 12 piéces faiſant 12 ſols. Il me manque donc 8 piéces. Pour les trouver, je répéte 2°. 4 fois la combinaiſon de 3 & 1. qui a donné les differences 1 & 1 & j'ai 20 pieces faiſant 20 ſols.

Je répons donc à la queſtion en joignant ces differences:

				Sommes.	
	6	1.	1.	2 piéces de 3 ſ. font	6 ſols
2	3	1. + 4.		5 piéces de 1 ſ. 6 d.	7 ſols 6d.
	1	1. + 4. + 4	+ 4.	13 piéces de 6 d. .	6 ſols 6d.
				20 piéces faiſant	20 ſols.

ARTICLE III.

Trouver combien on doit alier de Cuivre, ou en général, combien on doit mettre d'Aliage à l'Or & à l'Argent, pour en diminuer le Titre de fin autant qu'on voudra.

Il y a deux cas à diſtinguer.

§. 292. IL eſt néceſſaire de conſidérer ici deux cas; le premier a lieu lorſque l'on ne détermine point le poids de l'Or ou de l'Argent qu'on veut alier, & le ſecond, lorſqu'on le détermine.

Ier. CAS.

§. 293. *Lorſqu'il s'agit ſimplement de trouver dans quelle proportion on doit alier de l'Or ou de l'Argent dont le Titre eſt donné, mais dont le poids n'eſt point déterminé, pour le reduire à un plus bas Titre demandé.*

RÉGLE.

§. 294. Il faut conſidérer le Cuivre ou l'Aliage de nul Karat ou Denier de fin, n'ayant point de Titre puiſqu'il ne contient point de fin; c'eſt pourquoi on le marque ainſi; o K ou o Den. ſous le Titre donné. Enſuite on fait la combinaiſon comme dans l'Article précedent, c'eſt-à-dire, qu'on donne à ce Titre nul la différence du Titre donné par deſſus le Titre demandé, & au Titre donné la difference du Titre nul avec le même Titre demandé, qui eſt le Titre demandé lui-même. Ces deux différences indiqueront la proportion ſelon laquelle on doit alier l'Or ou l'Argent pour le reduire au Titre demandé.

EXEMPLE I.

§. 295. Soit de l'Or à 21 K $\frac{3}{4}$, dans quelle proportion l'aliera-t-on pour l'avoir au Titre de 18 K $\frac{1}{8}$?

	Titre donné.	*Différences.*
	21 K $\frac{3}{4}$	18 $\frac{1}{8}$.
Titre demandé. 18 K $\frac{1}{8}$		
	o K.	3 $\frac{5}{8}$.

Ou en multipliant les Titres par 8 pour faire évanouir les Fractions.

	174	145.
145.		
	o	29.

La

La réponſe eſt que,
Sur 18 Onces $\frac{1}{8}$ ou 18 d $\frac{1}{8}$ ou 145 d. ou 145 Onces d'Or à 21 K $\frac{3}{4}$
il faut 3 Onces $\frac{5}{8}$ ou 3 d $\frac{5}{8}$ ou 29 d. ou 29 Onces d'Aliage.

§. 256. Il ſuit de cette Pratique que la proportion dont il s'agit eſt celle qu'il y a du Titre demandé à la différence de ce même Titre d'avec le Titre donné. Conſéquence.

§. 257. La Preuve ſe tire du 2d. cas de l'Article 1. Ainſi; Preuve.

145 Onces Or à 21 K $\frac{3}{4}$ font 3153 K $\frac{3}{4}$.
29 Onces Aliage.

Si 174 Onces d'or tiennent 3153 K $\frac{3}{4}$, comb. 1 once?

Rép. 18 K $\frac{4}{32}$ ou K $\frac{1}{8}$ Titre demandé.
Et cela démontre en même tems la Régle.

1413
21
32
42
63
24
696
000

EXEMPLE II.

§. 298. On a de l'Argent à 11 Den. 12 gr. de fin, dans quelle proportion l'aliera-t-on avec du Cuivre pour le réduire au Titre de 10 Den. 18 gr. de fin?

	Titre donné.	*Différences.*
Titre demandé. 10 D. 18 gr.	11 D. 12 gr.	10 $\frac{3}{4}$ ou 43.
	0 D.	$\frac{3}{4}$ ou 3.

Ou en réduiſant les termes

43: 46 | 43.
0 | 3.

La réponſe ſans fraction eſt que,

Sur 43 M. ou 43 Onc. Argent à 11 Den. 12 gr. qui ſont 494 Den. 12 gr.
Il faut 3 M. ou 3 Onc. de Cuivre.

On aura 46 M. ou 46 Onc. Argent à 10 Den. 18 gr. Titre demandé. Car

Si M. 46 Argent tiennent 494 Den. 12 gr. combien 1 Marc ?

Rép. 10 Den. 18 gr.

34
24
136
68
12
828
368
00

Remarque. §. 299. S'il y a pluſieurs Titres donnés, il y aura viſiblement pluſieurs differences à côté du zéro qui marque le Titre nul du Cuivre ou Aliage, & le Titre demandé ſera la différence à côté de chaque Titre donné. La ſomme des differences miſe à côté du zéro, indiquera donc l'Aliage qu'il faut mettre ſur les quantités d'Or ou d'Argent marquées à côté de leur Titre. Voici des Exemples.

EXEMPLE III.

§. 300. On a de l'Or à 23 K $\frac{1}{2}$, à 22 K, & à 21 K $\frac{3}{4}$; & comme on n'a beſoin d'Or qu'à 18 K, on demande dans quelle proportion il faut les alier pour n'avoir que de l'Or à 18 K. ?

Titres donnés.	*Différences.*
23 K $\frac{1}{2}$	18.
22 K	18.
21 K $\frac{3}{4}$	18.
Titre demandé, 18 K.	
0 K	$3\frac{3}{4} + 4 + 5\frac{1}{2} = 13\frac{1}{4}$.

Réponſe

Réponſe & Preuve.

Sur 18 Onces d'Or à 23 K $\frac{1}{2}$ faiſant 423 K.
18 Onces . . . à 22 K . . . . 396.
18 Onces . . . à 21 K $\frac{3}{4}$ . . . . 391 $\frac{1}{2}$
Il faut 13 Onces $\frac{1}{4}$ d'Aliage.

On aura 67 Onces $\frac{1}{4}$ Or tenant . . 1210 K $\frac{1}{2}$

4	4
269	4842
	2152
qui revient à 18 K de fin l'Once	000

EXEMPLE IV.

§. 301. On a de l'Argent à 11 Den. 18 gr, à 11 Den, & à 10 D. 12 gr. on demande dans quelle proportion il les faut alier pour en avoir de l'Argent à 10 Den. de fin.

Titres donnés.	*Différences.*
11 D $\frac{3}{4}$	10.
11 D.	10.
10 D $\frac{1}{2}$	10.
Titre demandé. 10 D.	
0 D	$\frac{1}{2} + 1 + 1\frac{3}{4} = 3\frac{1}{4}$.

Réponſe & Preuve.

Sur Marcs 10. Argent à 11 D $\frac{3}{4}$ faiſant 117 D $\frac{1}{2}$
10 . . . . à 11 D. . . . 110.
10 . . . . à 10 D $\frac{1}{2}$ . . . 105.
Il faut . . 3. 2 Onces d'Aliage.

On aura Marcs 33. 2 Onces Argent tenant 332 D $\frac{1}{2}$ de fin.

4	4
133	1330
	0000
qui revient à 10 D. de fin.	

2d. Cas.

§. 302. *Lorſqu'il s'agit de ſavoir dans quelle proportion on doit allier de l'Or ou de l'Argent, dont le Titre eſt donné, & dont le poids eſt déterminé, pour le réduire à un plus bas Titre demandé.*

Regle.

§. 303. Multipliez la Quantité d'Or ou d'Argent, dont le poids eſt déterminé par ſon Titre, & diviſez le produit par le Titre demandé, le Quotient donnera la Quantité qu'on aura d'Or ou d'Argent au Titre demandé, d'où ſouſtraiſant la Quantité déterminée au Titre donné, le reſte ſera l'Aliage.

2de. Manière. Ou, multipliez cette Quantité déterminée par la difference de ſon Titre au Titre demandé, & diviſez le produit par le même Titre demandé; le Quotient donnera l'Aliage qu'il faut à la Quantité déterminée dans la Queſtion.

Exemple I.

§. 304. Un Orfévre a 7 Onc. 18 d. 22 gr. Or à 21 K $\frac{7}{8}$, combien doit-il y alier de cuivre pour le mettre au Titre de 18 K $\frac{1}{8}$?

Iere. Manière.

Je multiplie 7 Onces 18 d. 22 gr. Or par ſon Titre 21 K $\frac{7}{8}$

147

pour $\frac{4}{8}$	. .	3.	21.	11
pour $\frac{2}{8}$	. .	1.	22.	17 $\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{8}$	. .	—	23.	8 $\frac{3}{4}$
pour 12 d.	.	10.	12	——
pour 6 d.	. .	5.	6	——
pour 18 gr.	.	—	15.	18
pour 3 gr.	.	—	2.	15
pour 1 gr.	.	—	—	21

170 K. 8. 19 $\frac{1}{4}$ à diviſer par le Titre demandé, 18 K $\frac{1}{8}$.

18 K $\frac{1}{8}$ Diviſeur. 170 K 3 d. 19 gr. $\frac{1}{4}$. Dividende

8 8

145 1362. 22 d. 10 gr.

1362. 22 d. 10 gr.

Quotient, 9 onc. 9 d. 14 gr. à 18 K $\frac{1}{8}$ 57

Otez les 7 onc. 18 d. 22 gr. à 21 K $\frac{7}{8}$ 24

228

Reſte 1 onc. 14 d. 16 gr. à mettre d'Aliage. 114

22

1390

85

24

340

170

10

2550

600

20

§. 305. Puiſque l'Once tient 21 K $\frac{7}{8}$, il eſt clair que la Quantité déterminée etant multipliée par ſon Titre, le produit doit être le nombre de Karats de fin que tient cette Quantité. Enſuite, le Titre demandé exprimant combien de Karats de fin doit tenir l'Once de l'Or qu'on veut avoir, il eſt clair, qu'en diviſant le produit des Karats de fin qu'on a, par le Titre demandé, le Quotient exprimera le poids qu'aura l'Or après y avoir ajouté l'Aliage, qui doit le réduire au Titre demandé; ſi donc l'on retranche du Quotient la Quantité donnée, l'on aura l'Aliage qu'on doit y ajouter. Donc ſelon la Regle, il faut multiplier la quantité donnée par ſon Titre, & diviſer le produit par le Titre demandé, enſuite ſouſtraire du Quotient la Quantité donnée pour avoir la Quantité d'Aliage à mettre à la Quantité déterminée dans la Queſtion: C'eſt ce qu'il falloit démontrer. Démonſtration de la 1e. Manière.

§. 306. La Régle que nous avons donnée pour ce 2^d. cas indique deux manières, dont nous venons de démontrer la première. La ſeconde en eſt une conſequence néceſſaire, puiſqu'elle n'en eſt que l'abrégé qui donne d'abord l'Aliage demandé. C'eſt ce que l'on verra en chiffrant ce même exemple de la 2de. manière. De la 2de. Manière.

2de. *Manière.*

II^de. *Manière.*

Je prens la différence de 21 K $\frac{7}{8}$ Titre donné, à 18 K $\frac{1}{8}$ Titre demandé. Pour cet effet, de 21 K $\frac{7}{8}$
je soustrais 18 K $\frac{1}{8}$
Reste 3 K $\frac{3}{4}$ pour différence.

Je multiplie les 7 onc. 18 d. 22 gr.
par cette différence, 3 K $\frac{3}{4}$

	23.	8 d.	18 gr.
pour $\frac{2}{4}$ . .	3.	21 d.	11
pour $\frac{1}{4}$ . .	1.	22 d.	$17\frac{1}{2}$
Produit. . . K.	29.	4 d.	22 gr. $\frac{1}{2}$.

Je divise par 18 $\frac{1}{8}$ K. Titre demande.

8
145

Quotient. 1 once 14 d. 16 gr.

C'est l'Aliage qu'il faut mettre, comme on l'a déja trouvé par la 1re. manière; mais la 2de. doit être préférée parce qu'elle est beaucoup plus courte, & qu'elle fait trouver d'abord ce que l'on demande; l'Aliage.

8
233. 15 d. 12 gr.
88
24
352
176
15
2127
677
97
24
388
194
12
2340
890
20

PREUVE.

§. 307. PREUVE.

7 Onc. 18 d. 22 gr. Or à 21 K $\frac{7}{8}$ font 170 K. 8 d. 19 gr. $\frac{1}{4}$
1 Onc. 14 d. 16 gr. Aliage

font 9 Onc. 9 d. 14 gr. Or tenant 170 K. 8 d. 19 gr. $\frac{1}{4}$ de fin

12
112 Onc. 19 d.
24
448
224
19
2707.

qui revient à 18 K $\frac{4}{12}$ ou 18 K $\frac{1}{3}$ Titre demandé.

Il n'y auroit point de reste à cette Preuve, si l'on n'eut pas négligé celui de la Regle.

12
2044 K. 9 d. 15 gr.
24
8176
4088
9. 15
49065. 15
21995
339
32
678
1017
16
4
10368
0040

EXEMPLE II.

§. 308. Un Orfévre à Marcs 19. 6 onc. 20 d. Argent à 11 D. 6 gr. de fin, combien d'Aliage doit-il y mettre pour en faire de l'Argent au Titre de 10 Den. 8 gr. de fin.

1°. De 11 D. 6 gr. Titre donné,
Otez 10 D. 8 gr. Titre demandé.

Reſte — D. 22 gr. de fin qu'il y a par Marc de plus qu'on ne veut.

2°. Multipliez les Marcs 19. 6 Onc. 20 d. Argent par la difference — D. 22 gr.

produit de 8 gr.	6. 4.	$22\frac{2}{3}$
id. encore de 8 gr.	6. 4.	$22\frac{2}{3}$
id. . . . de 6 gr.	4. 7.	17
Produit.	D. 18 D. 1.	$14\frac{1}{3}$ de fin

3°. Diviſez le produit par le Titre demandé. 10 D. 8 gr.

3 | 54. 4. D. 19
31 | 23
8
188
2
24
48
19
67
5
24
120
27

Il vient pour réponſe. Marc 1. 6 onc. 2 d. 3 gr. d'Aliage.

Remarque ſur le détail de l'Opération.

§. 309. Si la différence des deux Titres eût eu des Deniers avec des grains de fin, on auroit multiplié par les Deniers de fin, enſuite on auroit pris pour les grains ſelon les parties de 24, parce que le Denier de fin à 24 grains, & le produit auroit été des Deniers de fin: Mais n'y ayant point de Denier de fin, il n'y a point eu de telle multiplication à faire; il n'a donc fallu que prendre pour les 22 grains, & le produit n'en a pas moins été des Deniers de fin.

Remarquez enſuite que, pour la commodité, on a ſubdiviſé le Denier de fin en 8 parties, & ces parties, comme ſi c'étoit des onces, en 24 autres parties; parce que le Denier de fin, que l'uſage ſubdiviſe en 24 grains, peut auſſi ſe ſubdiviſer, comme tout autre Entier, en tel nombre de parties qu'on veut, par conſéquent en 8 parties, ce qui convenoit ici, parce qu'on avoit à prendre, pour les 22 gr. ſur des Onces qui ſont des 8mes. de marc, & qu'enſuite, dans la diviſion, on avoit à multiplier le reſte par 8, pour faire venir des Onces au Quotient.

Ces

Ces remarques ſont importantes & aplicables en bien des cas.

Quant à la démonſtration, elle eſt la même que pour l'Or (§. 305.). Il ne faut qu'y ſubſtituer le nom de *Denier de fin* à celui de *Karat*, & le *Marc* à l'*Once*.

PREUVE.

§. 310. Sur Marcs 19. 6. onc. 20 d. Argt. à 11 D. 6. gr. qui ſont 223 D. $\frac{3}{8}$. $\frac{21}{24}$.
Mettez Marc 1. 6. onc. 2 d. 3 gr. d'Aliage,

On a Marcs 21. 4. onc. 22 d. 3 gr. Argent tenant . . 223 D. $\frac{3}{8}$. $\frac{21}{24}$.

8		8	
172 onc. 22 d. 3 gr.		1780	
24		24	
688		7144	
344		3572	
22		21	
4150 d. 3 gr.		42805	
8		8	
33201		343080	
		11070	
		24	
		44280	
		22140	
		265680	
		072	

Donc le Marc tient 10 D. 8 gr. de fin.

§. 311. Quand, ſelon la 2de. des deux remarques qui précédent, l'on ſubdiviſe un Entier en un nombre de parties different de celui de l'uſage, on fait bien de mettre au deſſous le Dénominateur numérique dont on ſe ſert avec un trait entre deux. Ainſi, dans cette preuve, où j'ai multiplié Marcs 19. 6 onc. 20 d. par 11 D. 6 gr. le produit étant des Deniers de fin; ſuivant la ſubdiviſion que l'uſage a établi dans le Denier de fin, j'aurois dû le compter de 24 grains, au lieu que je l'ai compté de 8 parties, & chacune de ces parties en 24 autres: Ainſi le produit eſt 220. Den. $\frac{3}{8}$ de D. & $\frac{21}{24}$ de 8mes. de D. Obſervation.

§. 312. EXEMPLE III.

On a 5 onc. 12 d. 20 gr. Or à 22 K.
4. 18 21 . . . . 21 K $\frac{3}{4}$.
& 7. 6 16 . . . . 18 K $\frac{5}{16}$.

On demande combien il faut y alier de Cuivre pour en avoir de l'Or au Titre de 18 K.

Méthode.

Il faut 1°. par le 2d. cas de l'Article I. trouver à quel Titre revient le Lingot qui réſulteroit de la fonte des Quantités ſusdites d'Or aux Titres donnés ; ce qui ſe trouve déja fait ci-deſſus (§. 261.) où nous avons vû que le Lingot ſeroit au Titre de 20 K $\frac{13}{32}$, & qu'il peſeroit 17 onc. 14 d. 9 gr.
Cela étant connu, il faut opérer ſelon la Régle (§. 303.).

Ainſi 1°. De 20 K $\frac{13}{32}$ Titre de l'Or dont on a la Quantité,
Otez . . 18 K. Titre demandé.

Reſte . . 2 K $\frac{13}{32}$ de différence.

2°. Multipliez les 17 onc. 14 d. 9 gr. Or à 20 K $\frac{13}{32}$.
par cette différence 2 K $\frac{13}{32}$.

	35 K	4. $\frac{18}{24}$	
pour $\frac{8}{32}$ . .	4.	9.	14 $\frac{1}{4}$.
pour $\frac{4}{32}$ . .	2.	4.	19 $\frac{1}{8}$.
pour $\frac{1}{32}$ . .	—	13.	4 $\frac{25}{32}$.

3°. Diviſez par 18 K. Titre demandé 42 K $\frac{8}{24}$. $\frac{8}{24}\frac{5}{32}$ de fin.

Il vient p. réponſe, 2 onc 8 d. 11 g. d'Aliag.

6
24
152
8
24
200
20
2 $\frac{5}{32}$ Reſte

PREUVE.

PREUVE.

Sur 5 Onc.	12 d.	20 gr.	Or à 22 K,	faiſant 121 K.	18 d. 8 gr.
4 Onc.	18 d.	21 gr.	à 21 K $\frac{3}{4}$	104.	2. $12\frac{3}{4}$.
7 Onc.	6 d.	16 gr.	à 18 K $\frac{5}{16}$	133.	6. 14.
Il faut 2 Onc.	8 d.	11 gr.	d'Aliage		

On aura 19 Onc. 22 d. 20 gr. Or tenant . . 359 K. 3 d. 10 gr. $\frac{3}{4}$

24			24	
76			1436	
38			7183 d.	10 gr $\frac{3}{4}$
22			8619 d.	10 gr $\frac{3}{4}$
478 d.	20 gr.		6	
6.			51716.	16 gr $\frac{1}{2}$
2873			22986	
		Reſte . . .	2.	16 gr $\frac{1}{2}$

Qui revient à 18 K de fin, comme on le demande.

NB. Le reſte négligé dans la Régle occaſionne celui de la Preuve; mais on les néglige ſans erreur ſenſible.

EXEMPLE IV.

§. 313. On a 10 Marcs Argent à 11 Den. 12 gr. de fin.
10 Marcs . . . à 11 Den.
10 Marcs . . . à 10 Den. 12 gr.
Combien de Cuivre y aliera-t-on pour en avoir de l'Argent au Titre de 10 Den. de fin.

Méthode comme à l'Exemple précédent.

Il faut 1°. par le 1er. cas de l'Article I. trouver à quel Titre revient la Barre qui réſulteroit de la fonte des Quantités ſusdites aux Titres donnés; ce qui ſe trouve (§. 254.) en prenant le tiers de 33 Den., ſomme des trois Titres donnés; & l'on trouve 11 Den. de fin pour le Titre du mélange. Cela étant connu, j'opére ſelon la Régle §. 303.

1°. De 11 Den. Titre de l'Argent dont on a la Quantité,
Otez 10 Den. Titre demandé.

Il reſte . . 1 Den. pour la différence.

2°. Multipliez les 30 Marcs Argent à 11 Den. de fin,
par la différence 1 Den.

produit 30 Den. de fin, qu'il faut diviſer 3°. par 10 Den. Titre demandé. On trouve au Quotient qu'il faut mettre 3 Marcs d'Aliage.

PREUVE.

Sur M. 10. Argent à 11 Den. 12 gr. faiſant 115 Den.
M. 10. . . . . à 11 Den. . . . . 110.
M. 10. . . . . à 10 Den. 12 gr. . . . 105.
Il faut 3. . . . . d'Aliage

On aura M. 33. Argent tenant . . . . . 330 Den. de fin.

qui revient à 10 Den. de fin par Marc, comme on le demandoit.

ARTICLE

ARTICLE IV.

Trouver combien de Fin & d'Aliage contient telle Quantité qu'on voudra d'Or ou d'Argent dont le Titre eſt connu, & ſur l'Affinage.

Régle pour trouver le Fin et l'Aliage.

§. 314. MUltipliez la Quantité donnée d'Or ou d'Argent par ſon Titre, & diviſez le produit par 24 K. ſi c'eſt de l'Or; ou par 12 Den. ſi c'eſt de l'Argent: Le Quotient exprimera combien il y a de fin. & ſouſtraiſant la Quantité de fin qu'on aura trouvée de la Quantité donnée, le reſte ſera l'Aliage qui s'y trouve. 1ere. Manière.

Ou, multipliez la Quantité donnée d'Or ou d'Argent par la différence de ſon Titre a 24 K. ſi c'eſt de l'Or, ou à 12 D. de fin ſi c'eſt de l'Argent; & diviſez le produit par 24 ſi c'eſt de l'Or, ou par 12 ſi c'eſt de l'Argent: Le Quotient donnera combien il y a d'Aliage. Souſtraiſant enſuite la Quantité d'Aliage qu'on aura trouvée de la Quantité donnée, le Reſte ſera le Fin qui s'y trouve. 2de. Manière.

Exemple I.

§. 315. On demande combien il y a d'Or fin & combien il y a d'Aliage dans un Lingot peſant 7 onc. 22 d. 21 gr. au Titre de 19 K $\frac{3}{8}$?

Iere. Manière.

7 Onc. 22 d. 21 gr.
à 19 K $\frac{3}{8}$

133

pour $\frac{3}{8}$	1.	23.	17 $\frac{1}{4}$.
pour $\frac{1}{8}$	—	23.	20 $\frac{5}{8}$.
pour 12 d. . . .	9.	12.	—
pour 6 d. . . .	4.	18.	—
pour 4 d. . . .	3.	4.	—
pour 18 gr. ———		14.	6
pour 3 gr. ———		2.	9

Produit . . . 154 K $\frac{2}{24}$ $\frac{4}{24}$ $\frac{7}{8}$ de fin dans la Quantité donnée.

Par

Par 24 K. Titre de l'Or fin, diviſez 154 K. $\frac{2}{24}$ $\frac{4}{24}$ $\frac{7}{8}$ de fin.

10
Quotient. 6. onc. 10 d. 2 gr. d'Or fin. 24

243

Des 7 onc. 22 d. 21 gr. Or à 19 K $\frac{3}{8}$ 2
Otez 6 onc. 10 d. 2 gr. Or fin à 24 K. 24

52

Reſte 1 onc. 12 d. 19 gr. d'Aliage : reſte $4\frac{7}{8}$ qu'on néglige.

II^de. *Manière.*

Multipliez les 7 onc. 22 d. 21 gr. Or à 19 K $\frac{3}{8}$.
par 4 K $\frac{5}{8}$ qui eſt la diffce. de 19 K $\frac{3}{8}$ à 24 K

	31 K.	19.	12.
pour $\frac{4}{8}$ . .	3.	23.	$10\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{8}$		23.	$20\frac{5}{8}$
	36 K.	18.	$19\frac{5}{8}$ Produit à diviſer

par 24 K. 12
24

306

Quotient. 1 onc. 12 d. 18 g. d'Aliage. 66
18
Des 7 onc. 22 d. 21 gr. Or à 19 K $\frac{3}{8}$ 24
Otez 1 onc. 12 d. 18 gr. d'Aliage 72
Reſte 6 onc. 10 d. 3 gr. d'Or fin. 36
$19\frac{5}{8}$

$451\frac{5}{8}$
$211\frac{5}{8}$

Reſte $19\frac{5}{8}$ qu'on néglige.

NB. Quoique la différence paroiſſe d'un grain, elle ne l'eſt cependant pas, vû que, pour le grand reſte qu'on trouve par la 2de. manière, on pourroit compter 1 grain de plus d'Aliage, & alors il viendroit comme à la premiére, où il y a auſſi un petit reſte.

Démonſtration. §. 316. Lorſque, par la 1re. manière, on multiplie la Quantité donnée par ſon Titre, il eſt clair qu'on a les Karats ou parties de fin qu'elle contient. Donc en diviſant ce produit par 24 K. ou parties de fin qu'il y a dans l'Once, il eſt néceſſaire que le Quotient donne le poids juſte du fin, parce qu'autant de fois 24 K. eſt autant d'Onces de fin. D'où il ſuit que, par la 2de. manière, où l'on ne multiplie que par les Karats qui manquent au Titre pour être du fin, ce déficient, ou cette différence, étant l'Aliage,

ge, le produit eſt l'Aliage contenu dans la quantité: Diviſant donc par 24 K., le Quotient doit être le poids de cet Aliage.

§. 317. La Preuve ſe fait par le 2d. Cas de l'Article précédent: Ainſi, pour prouver les Opérations précédentes, il s'agit de réſoudre la Queſtion qui ſuit. Preuve.

Supoſé qu'on eût 6 Onc. 10 d. 2 gr. Or fin à 24 K, combien y faudroit-il mettre d'Aliage pour le réduire à 19 K $\frac{5}{8}$.

Multipliez les 6 Onc. 10 d. 2 gr.
par la différence du Titre donné au Titre demandé, 4 K $\frac{5}{8}$

	25 K	16 $\frac{}{24}$	8 $\frac{}{24}$
pour $\frac{4}{8}$:	3.	5.	1
pour $\frac{1}{8}$		19.	6 $\frac{1}{4}$
Produit.	29. K	$\frac{16}{24}$.	$\frac{15}{24}$ $\frac{1}{4}$

Diviſez par 19 K $\frac{3}{8}$ Titre demandé, 8

8	237.	13.	2
155	82		
	24		
	328		
	164		
	13		
	1981		
	431		
	121		
	24		
	484		
	2422		
	2906		
	1356		
	116		

Quotient. 1 onc. 12 d. 18 gr. d'Aliage, comme ci-devant.

EXEMPLE II.

§. 318. Combien d'Argent fin & combien d'Aliage ſur une Barre d'Argent peſant Marcs 19. 6 onc. 20 d. au Titre de 9 D. 18 gr.?

Ire. Manière.

Marcs 19. 6 onc. 20 d. Argent à 9. D. 18 gr.

178. D. 5/8. 12/24.

pour 12 gr. 9. 7. 10

pour 6 gr. 4. 7. 17

Diviseur. 12 Den. de fin — 193. D. 4/8. 15/24. de fin.

Quotient. Marcs 16. 1 onc. 1 d. 6 gr. de fin. 73

1

Des Marcs 19. 6 onc. 20 d. Argt. à 9 D. 18 gr. 8

Otez 16. 1 onc. 1 d. 6 gr. de fin 12

Reste Marcs 3. 5 onc. 18 d. 18 gr. d'Aliage. 15

3

24

72

0

IIde. Manière.

Multipliez Marcs 19. 6 onc. 20 d. Argt. à 9 Den. 18 gr.
par . . . 2 Den. 6 gr. différence de ce Titre à celui de 12 Den.

39 D. 5/8. 16/24

pour 6 gr. . . 4. 7. 17.

44. D. 5/8. 9/24. à diviser par le Titre de 12 D. 8

8

Quotient. Marcs 3. 5 onc. 18 d. 18 gr. d'Aliage. 69

9

24

225

105

9

24

216

96

0

De

De Marcs 19. 6 onc. 20 d. Argent à 9 Den. 18 gr.
Otez 3. 5 onc. 18 d. 18 gr. Aliage.

Reſte Marcs 16. 1 onc. 1 d. 6 gr. Argent fin à 12 D.

§. 319. Quand, par la 1re. manière, on a multiplié la Quantité donnée par ſon Titre, le produit donne évidemment les Deniers ou parties d'Argent fin contenues dans la dite Quantité; Diviſant donc ce produit par 12 Den. de fin qu'il y a dans un Marc d'Argent pur, le Quotient donne néceſſairement la Quantité de Marcs d'Argent fin qu'il y a dans la Quantité; car autant de fois 12 Den. de fin c'eſt autant de Marc de fin. Demonſtration.

Il ſuit de là que, lorſque par la 2de. manière, l'on multiplie la Quantité donnée par les Deniers qui manquent à ſon Titre pour être de l'Argent fin ou pur, ce deficient, ou cette difference, etant l'Aliage, le produit donne l'Aliage contenu dans la Quantité; diviſant donc par 12 Den. le Quotient doit être le poids de cet Aliage.

§. 320. Pour preuve, on demande combien il faudra ajoûter d'Aliage à Marcs 16. 1 onc. 1 d. 6 gr. Argent fin qu'on ſupoſe à 12 Den. pour le mettre à 9 Den. 18 gr. Opérons ſelon la Régle du 2d. Cas de l'Article precédent. Preuve.

Je multiplie Marcs 16. 1 onc. 1 d. 6 gr. Argent Fin à 12 Den.
par 2 Den. 6 gr. differ. de 9 D. 18 gr. à 12 D.

32 D. 2 2 12
pour 6 gr. 4. — 6. 7½.

Produit. 36 D. ⅜. ⅛. 19/24. ½. à diviſer par le Titre demandé 9 Den. 18 gr.

4

39

4

145. ⅛. 11/24. 6/24.
28
8
225
30
24
731
341
29
24
116
586
702
312
00

Quotient. M. 3. 5 onc. 18 d. 18 gr. pour l'Aliage.

EXEMPLE III.

§. 321. Le Louis d'or vieux peſant 5 D. 5 gr. & étant au Titre de 21 K⅞, on demande combien il y a de fin & combien il y a d'Aliage?

Bien que (§. 244.) ce ſoit proprement l'Once de l'Or qui tient 21 K⅞, cependant (§. 259.) l'on peut concevoir le Denier contenant 21⅞ parties de fin & 2⅛ d'Aliage, ainſi on n'a qu'à opérer ſelon l'une des deux manières données ci-deſſus §. 314. J'emploie la 2de. manière.

5 d. 5 gr. Or à 21 K $\frac{7}{8}$.
par 2 K $\frac{1}{8}$ differ. de 21 K $\frac{7}{8}$ à 24 K.

10 K 10.
pour $\frac{1}{8}$ . . — $\frac{24}{15}$. $\frac{5}{8}$

11 K $\frac{1}{24}$. $\frac{5}{8}$ à diviſer par le Titre du fin 24 K.

24
265
25
$1\frac{5}{8}$ = $\frac{15}{192}$
24

Quotient. — d. 11 gr. $\frac{13}{192}$ d'Aliage.

De 5 d. 5 gr. Or à 21 K $\frac{7}{8}$
Otez — 11 gr. $\frac{13}{192}$ d'Aliage.

Reſte 4 d. 17 gr. $\frac{179}{192}$ d'Or fin qu'il y a dans le Louis d'or vieux, c'eſt-à-dire, environ 4 d. 18 gr. de fin, & environ 11 grains d'Aliage.

EXEMPLE IV.

§. 322. Si l'Ecu de Genève pèſe 21 d. & s'il eſt au Titre de 10 Den. de fin, on demande combien il contient de fin & d'Aliage?

Bien que (§. 244.) ce ſoit proprement le Marc de l'Argent qui tient 10 Den. de fin, cependant (§. 259.) on peut concevoir l'Once ou le Denier contenant 10 parties de fin & 2 parties d'Aliage, & operer ſelon l'une des deux manières (§. 314.).

J'emploie la 2de. manière.

21 Den. Argent à 10 Den.
par 2 Den différence de 10 Den. à 12 Den.

42 Den. à diviſer par 12 Den. Titre du fin.

Quotient. 3 d. 12 gr. d'Aliage.

De 21 d. Argent à 10 Den.
Otez 3 d. 12 gr. d'Aliage,

Il reſte 17 d. 12 gr. d'Argent fin, qu'il y a dans l'Ecu de Genève.

POUR L'AFFINAGE.

EXEMPLE I.

§. 323. ON a 12 onc. 18 d. d'Or à 18 K. quel poids rendra l'Affineur s'il l'affine juſqu'au Titre de 22 K ?

REGLE.

Quoiqu'il ne s'agiſſe pas proprement de trouver combien il y a de Fin dans une Quantité d'Or ou d Argent à un certain Titre, le calcul eſt néantmoins le même, ſi ce n'eſt qu'au lieu de diviſer par 24 K. pour l'Or, ou par 12 Den. pour l'Argent, l'on diviſe par le Titre demandé auquel il doit être après l'Affinage ; & que, lorſqu'on ſe ſert de la 2de. manière (§. 314) l'on multiplie par la difference du Titre donné au Titre demandé.

Je vai chiffrer l'Exemple propoſé ſelon les deux manières.

Ire. Manière.

12 onc. 18 d. Or
par 18 K. ſon Titre donné.

216
pr. 12 d. 9
pr. 6 d. 4 ½

Produit 229 K ½ à diviſer par 22 K. Titre demandé.

9
24 — *Rép.* On aura 10 onc. 10 d. 8 gr. à 22 K.

216
12 — Des 12 onc. 18 d. Or à 18 K.

228 — Otez 10 onc. 10 d. 8 gr. Or à 22 K.

8
24 — Reſte 2 onc. 7 d. 16 gr. de déchet qui eſt

192 — l'Aliage que le feu aura fait évaporer.

16

II^de. Manière.

*II*de. *Manière.*

12 onc. 18 d. Or à 18 K.
par 4 K. difference du Titre donné au Titre demandé.

51 K. à diviſer par 22 K. Titre demandé.

7
24
168
14
24
56
28
336
116
6

On a 2 onc. 7 d. 15 gr. de déchet,

Des 12 onc. 18 d. Or à 18 K.
Otez 2 onc. 7 d. 15 gr. de déchet,
Reſte 10 onc. 10 d. 9 gr. Or à 22 K.
La petite différence provient des Reſtes négligés.

§. 324. Pour la Preuve, on demande combien il faut alier de Cuivre à 10 onc. 10 d. 9 gr. Or à 22 K. pour le réduire à 18 K. ? Preuve.

Cela ſe réſoud par le 2d. cas du 3e. Article, dont la Régle eſt ci-deſſus §. 303.

Multipliez donc 10 onc. 10 d. 9 gr. Or à 22 K.
par 4 K. differ. de ſon Titre demandé,

41 K 17. 12 à diviſer par le Titre demandé, 18 K.

5
24
137
11
24
276
96
6

On trouve 2 onc. 7 d. 15 gr. d'Aliage à y ajoûter, qui eſt le même poids que le déchet ci-deſſus.

EXEMPLE II.

§. 325. On a Marcs 25. 7 onc. 21 d. Argent à 9 Den. 18 gr. de fin, quel poids rendra-t-il etant affiné à 10 Den. 21 gr. ?

1re. *Manière.*

Ire. Manière.

Marcs 25. 7 onc. 21 d. Argent par ſon Titre à 9 Den. 18 gr.

	233 Den.	6. $\frac{}{8}$	21. $\frac{}{24}$
pour 12 gr. . .	12.	7.	$22\frac{1}{2}$
pour 6 gr. . .	6.	3.	$23\frac{1}{4}$
Produit.	253. Den.	$\frac{2}{8}$.	$\frac{18}{24}$. $\frac{3}{4}$

à diviſer par le Titre demandé, 10 Den $\frac{7}{8}$

8	2026.	$\frac{6}{8}$.	$\frac{6}{24}$.
87.	286		
	25		
Quotient.	8		

Marcs 23. 2 onc. 8 d. 21 gr. Argent à 9 Den. 21 gr.

206
32 Des M. 25. 7 onc. 21 d. Argt. à 9 D. 18 gr.
24 Otez 23. 2 onc. 8 d. 21 gr. Argt. à 10 D. 21 gr.

128 Reſte M. 2. 5 onc. 12 d. 3 gr. de déchet, qui
646 eſt l'Aliage que le feu à fait évaporer.

774
78
24

312
156

1872
132
45

IIde. Manière.

II^de. Manière.

Marcs 25. 7 onc. 21 d. Argent à 9 Den. 18 gr.
par 1 Den. 3 gr. diffce. de son Titre au Titre demandé.

25 Den. 7. 21.
pour 8 gr. 3. 1. 23 5/8

Produit. 29. D. 1/8. 22/24. 1/8 à diviſer par 10 Den. 7/8, Titre [demandé.

8 8

233. 6/8. 21/24. 87

59 On a M. 2. 5 onc. 12 d. 2 gr. de déchet.
8

478
43 Des M. 25. 7 onc. 21 d. Argt. à 9 D. 18 gr.
24 Otez 2. 5. 12 d. 2 gr. de déchet

172
86 Reſte M. 23. 2 onc. 8 d 22 g. Arg. à 10 D. 21 g.
21

1053
183
9
24

216
42

§. 326. La Preuve conſiſte à trouver combien il faut ajoûter d'Aliage à Marcs 23. 2 onc. 8 d. 22 gr. Argent à 10 Den. 21 gr. pour le réduire au Titre de 9 Den. 18 gr., ce que l'on trouve par l'une des deux manières ſus §. 303. dont voici la 2de. Preuve.

Multipliez Marcs 23. 2 onc. 8 d. 22 gr. Argent à 10 D. 21 gr.
par 1 Den. 3 gr. différence du Titre donné au Titre demandé.

23 Den. 2 8 22.
$\frac{1}{8}$ $\frac{}{24}$ $\frac{}{24}$
pour 3 gr. . . . 2. 7 7. 2 $\frac{3}{4}$

Produit . . 26 Den. $\frac{1}{8}$ $\frac{16}{24}$. — $\frac{3}{4}$ à diviſer par le Titre demandé 9 Den. $\frac{3}{4}$.

4 — 4
39 — 104.
26
Quotient. M. 2. 5 onc. 12 d. 2 gr. 8
d'Aliage, qui eſt 214
le même poids que le déchet 19
ci-deſſus. 24
76
38
16
472
82
4
24
99
21

$\frac{6}{8}$. $\frac{16}{24}$. $\frac{3}{24}$

EXEMPLE III.

§. 327. Supoſé qu'on ait remis à un Affineur un Lingot peſant 25 onc. 16 d. 18 gr. Or à 17 K $\frac{13}{16}$, pour l'affiner & le mettre au Titre de 20 K $\frac{1}{8}$. Il faut que cet Affineur ſache combien d'Aliage il en doit faire évaporer par le feu, & à quel poids ce Lingot doit être réduit pour ſe trouver au Titre demandé de 20 K $\frac{1}{8}$. C'eſt ce qu'il découvrira ſelon la Régle (§. 323) comme on le voit par le Calcul ſuivant.

Je

Je multiplie 25 Onc. 16 d. 18 gr. Or à 17 K $\frac{13}{16}$,
par 2 K $\frac{1}{16}$ difference de 17 K $\frac{13}{16}$ à 20 K $\frac{3}{8}$.

	51 K.	9. $\frac{12}{24}$.	
pour $\frac{4}{16}$ . .	6.	10. $\frac{4}{24}$	$\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{16}$ . .	1.	14. $\frac{13}{24}$	$\frac{1}{8}$

Produit. . . 59 K $\frac{10}{24}$. $\frac{5}{24}$. $\frac{5}{8}$ à diviſer par le Titre demandé. 8

20 K $\frac{3}{8}$	475. 9. 21.
8	153
161	24
	612
Quotient 2 onc. 22 d. 20 gr.	3069
C'eſt le déchet qu'il y aura ou l'Aliage que l'Affineur doit faire évaporer.	3001
	461
	139
	24
	556 Ainſi de 25 onc. 16 d. 18 g. Or à 17 K $\frac{13}{16}$
	278 Otez les 2 onc. 22 d. 0 gr. de déchet
	21 Il reſtera 22 onc. 17 d. 22 g. Or à 20 K $\frac{3}{8}$
	3337
	137

§. 328. On peut faire ici la même Preuve que nous avons montrée pour les deux Exemples précédens; mais on peut auſſi faire la preuve en examinant ſi la Quantité que rend l'Affineur contient autant de fin que celle qu'on lui a donné à affiner, car il ne peut avoir fait evaporer que du Cuivre ou Aliage, la même quantité de fin doit reſter. Pour cet effet multipliez chaque Quantité par ſon Titre pour avoir le même produit s'il n'y a point d'erreur. Preuve du 3e. Exemple.

25 onc. 16 d. 18 gr. Or à 17 K $\frac{13}{16}$.

	175		
	25		
pour $\frac{8}{16}$	12.	20.	9
pour $\frac{4}{16}$	6.	10.	$4\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{16}$	1.	14.	$13\frac{1}{8}$
pour 12 d.	8.	12.	——
pour 4 d.	2.	20.	——
pour 16 gr.	—	11.	8
pour 2 gr.	—	1.	10
	457 K.	17.	$20\frac{5}{8}$
différence			$17\frac{1}{8}$
	457 K.	18.	$13\frac{3}{4}$

22 onc. 17 d. 22 gr. Or à 20 K $\frac{1}{8}$.

	440		
pour $\frac{1}{8}$	2.	20.	$5\frac{3}{4}$
pour 12 d.	10	—	——
pour 4 d.	3.	8	——
pour 1 d.	——	20	——
pour 12 gr.	——	10	——
pour 6 gr.	——	5	——
pour 4 gr.	——	3.	8
	457 K.	18.	$13\frac{3}{4}$

La petite différence de $17\frac{1}{8}$ (qui ne fait guère que $\frac{1}{64}$ de K.) provient du Reste négligé à la Régle, & ne fait pas une erreur sensible.

ARTICLE

ARTICLE V.

Divers Calculs pour évaluer telles Quantités qui ſe préſenteront d'Or ou d'Argent ſuivant leurs Titres, à tant le Karat ou le Denier de Fin, & pour découvrir la Quantité d'Or & d'Argent qui ſe trouvent mêlés dans un même Lingot, & la valeur de ce Lingot.

EXEMPLE I.

§. 329. COmbien payera-t-on pour un Lingot d'Or au Titre de 22 K $\frac{5}{8}$, péſant 17 onc. 20 d. 17 gr. à L. 2. 8 ſ. 6 d. le Karat?

Je multiplie 1°. les 17 onc. 20 d. 17 gr.
par le Titre 22 K $\frac{5}{8}$

34
34

pour $\frac{4}{8}$	8.	22.	8 $\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{8}$	2.	5.	14 $\frac{1}{8}$
pour 12 d.	11.	—	—
pour 6 d.	5.	12	—
pour 2 d.	1.	20	—
pour 12 gr.	—	11	—
pour 4 gr.	—	3	16
pour 1 gr.	—	—	22

Fin contenu. . . . . 404 K. 3 12 $\frac{5}{8}$.
2°. à L. 2. 8. ſ. 6. d le K.

808

pour 8 ſ.	161.	12	—
pour 6 d.	10.	2	—
pour $\frac{3}{24}$	—	6.	— d $\frac{3}{4}$
pour 12	—	1	— $\frac{1}{8}$

On néglige les $\frac{1}{8}$ & les fractions de d. L. 980. 1. ſ — pour réponſe.

1ere. Remarque. §. 330. NB. Vous voyez que, comme je l'ai déja remarqué ci-devant, j'ai ſubdiviſé le Karat en 24 parties, & chacune de ces parties en 24 autres, qui ſont ainſi des 24mes. de 24mes. de K. c'eſt-à-dire, des 576mes. de K. De ſorte que dans le calcul on néglige tout ce qui eſt au-deſſous de 3 de ces dernières parties, parce que 3 de ces parties valent 3 d. & qu'on ne paye pas au deſſous de 3 d.; à plus forte raiſon falloit-il ici négliger les $\frac{5}{8}$, qui ſont $\frac{5}{8}$ de $\frac{1}{576}$ de K. ſavoir $\frac{1}{4608}$ de K. dont la valeur n'eſt d'aucune importance.

2de. Remarque. On pourroit auſſi multiplier 1°. les 22 K $\frac{1}{8}$ par L. 2. 8 ſ. 6 d., pour avoir le prix de l'once (§. 245.) & 2°. les 17 onc. 20 d. 17 gr. par ce prix de l'once; l'on trouveroit le même produit. Mais cette 2de méthode n'eſt pas ſi commode parce que le prix de l'Once auroit ſouvent des fractions de d. qu'on ne pourroit négliger ſans erreur ſenſible.

EXEMPLE II.

§. 331. Combien payera-t-on pour Marcs 27. 6 onc. 19 d. Argent à 10 Den. 21 gr. de fin, à L. 2. 14 ſ. 6 d. le Denier de fin?

Je multiplie 1°. les Marcs 27. 6 onc. 19 d.
par le Titre 10 Den. 21 gr.

270

pour 12 gr. 13. 12.
pour 6 gr. 6. 18.
pour 3 gr. 3. 9.
pour 4 onc. 5. 10 gr. $\frac{1}{2} = \frac{96}{192}$
pour 2 onc. 2. 17 $\frac{1}{4} = 48$
pour 12 d. —. 16 $\frac{5}{12} = 60$
pour 6 d. —. 8 $\frac{5}{24} = 30$
pour 1 d. —. 1 $\frac{69}{192}$ 69

$\frac{303}{192} = 1$ gr. $\frac{111}{192}$ ou $\frac{37}{64}$.

Fin contenu. 302 D. 20 gr. $\frac{37}{64}$

2°. à L. 2. 14 ſ. 6 d. le Den. de fin.

604

pour 14 ſ. 211. 8 —
pour 6 d. 7. 11 —
pour 12 gr. 1. 7. 3 d.
pour 6 gr. —. 13. $7\frac{1}{2}$
pour 2 gr. —. 4. $6\frac{1}{2}$
pour $\frac{32}{64}$ —. 1. $1\frac{1}{8}$

L. 825. 5 ſ. 6 d. $\frac{3}{8}$ pour réponſe.

On néglige $\frac{3}{8}$ comme de trop peu de valeur. §. 332.

§. 332. On pourroit auſſi multiplier 1°. les 10 Den. 21 gr. par L. 2 14 ſ. 6. d. pour avoir le prix du Marc, (§. 249.) & 2°. les Marcs 27. 6. onc. 19 d. par ce prix du Marc; l'on trouveroit le même produit. Mais, moins commodément, à cauſe des fractions de d. qui ſe rencontreroient ſouvent au prix du Marc, & qu'on ne pourroit négliger ſans erreur ſenſible.

EXEMPLE III.

§. 333. Combien payera-t-on pour les différentes Quantités d'Or à différens Titres ſous ſpécifiées à L. 2. 8 ſ. le Karat, ſavoir;

13	onc. 15	d. 12	gr.	à 23 K $\frac{3}{4}$.
9.	10.	17.		à 22 $\frac{11}{16}$.
10.	15.	20.		à 21 $\frac{7}{8}$.
17.	12.	. . .		à 20 $\frac{13}{16}$.
8.	13.	21 $\frac{1}{2}$.		à 19.

On multiplie d'abord chaque Quantité par ſon Titre.

13 onc. 15. 12 d. gr. à 23 K $\frac{3}{4}$.		9 onc. 10 d. 17 gr. à 22 K $\frac{11}{16}$.		20 gr. 10. onc. 15 d. à 21 K $\frac{7}{8}$.	
39		198		210	
26		p^{r}. $\frac{8}{16}$. . .	4. 17. 8 $\frac{1}{2}$.	p^{r}. $\frac{4}{8}$. . .	5. 7. 22.
p^{r}. $\frac{2}{4}$. . .	6. 19. 18..	p^{r}. $\frac{2}{16}$. . .	1. 4. 8 $\frac{1}{8}$	p^{r}. $\frac{2}{8}$. . .	2. 15. 23.
p^{r}. $\frac{1}{4}$. . .	3. 9. 21.	p^{r}. $\frac{1}{16}$. . .	— 14. 4 $\frac{1}{16}$	p^{r}. $\frac{1}{8}$. . .	1. 7. 23 $\frac{1}{2}$.
p^{r}. 12 d.	11. 12 —	p^{r}. 8 d.	7. 8 —	p^{r}. 12 d.	10. 12 —
p^{r}. 3 d.	2. 21 —	p^{r}. 2 d.	1. 20 —	p^{r}. 3 d.	2. 15 —
p^{r}. 12 gr. —	11. 12.	p^{r}. 16 gr. —	14. 16.	p^{r}. 18 gr. —	15. 18.
	324. K. 2. 3.	p^{r}. 1 gr. — —	22.	p^{r}. 2 gr. —	1. 18.
			214. K. 7. 10. $\frac{11}{16}$.		233. K. 4. 8. $\frac{1}{2}$

17 onc. 12 d.
à 20 K $\frac{13}{16}$.

340
p^{r}. $\frac{8}{16}$. . . 8. 18 —
p^{r}. $\frac{4}{16}$. . . 4. 9 —
p^{r}. $\frac{1}{16}$. . . 1. 2. 6.
p^{r}. 12 d. 10.
364 K. 5. 6.

8 onc. 13 d. 21 gr $\frac{1}{2}$.
à 19 K.

152
p^{r}. 12 d. 9. 12 —
p^{r}. 1 d. 0. 19 —
p^{r}. 12 gr. 9. 12.
p^{r}. 6 gr. — 4. 18.
p^{r}. 3 gr. — 2. 9.
p^{r}. $\frac{1}{2}$ gr. — — 9 $\frac{1}{2}$
163 K. — — ^{1}.

Assemblons ensuite tous ces produits.

324 K. 2. 3.
214. 7. 10 $\frac{15}{16}$.
233. 4. 8 $\frac{1}{2}$.
364. 5. 6
163. — — $\frac{1}{2}$.
Total. 1290 K. 19. 4. $\frac{11}{16}$.
à L. 2. 8 s. le K.

2596
p^{r}. 8 s. 519. 4 —
p^{r}. 12. . . 1. 4 —
p^{r}. 6. . . — 12 —
p^{r}. 1. . . — 2 —
p^{r}. 4. . . —. — 4

Et je néglige les $\frac{11}{16}$
Réponse . . . . . L. 3117. 2. s. 4 d.

EXEMPLE IV.

§. 334. Combien payera-t-on pour les différentes Quantités d'Argent à différens Titres sous spécifiées, à L. 2. 14 s. pour le d. de fin savoir;

Marcs 26. 6 onc. 15 d. Argent à 11 Den. 8 gr.
13. 3. 10. . . . à 10 . . . 15
27. 1. 21. . . . à 10 . . . .
9. 4. —— . . . à 9 . . . 10

On

On multiplie auſſi 1°. chaque Quantité par ſon Titre.

M. 26. 6 onc. 15 d. à 11 Den. 8 gr.

26
26
pr. 8 gr. 8. 16 gr.
pr. 4 onc. 5. 16.
pr. 2 onc. 2. 20.
pr. 12 d. —. 17.
pr. 3 d. —. $4\frac{1}{4}$

304 D. 1 gr $\frac{1}{4}$.

M. 13. 3 onc. 10 d. à 10 Den. 15 gr.

130
pr. 12 gr. 6. 12 gr.
pr. 3 gr. 1. 15
pr. 2 onc. 2. $15\frac{3}{4}$
pr. 1 onc. 1. $7\frac{7}{8}$
pr. 8 d. —. $10\frac{5}{9}$
pr. 2 d. —. $2\frac{21}{32}$

142 D. 15 gr. $\frac{29}{32}$

M. 27. 1 onc. 21 d. à 10 Den.

270
pr. 1 onc. 1. 6 gr.
pr. 12 d. —. 15
pr. 6 d. —. $7\frac{1}{2}$
pr. 3 d. —. $3\frac{3}{4}$

272 D. 8 gr. $\frac{3}{4}$

M. 9. 4 onc. à 9 Den. 10 gr.

81
pr. 8 gr. 3.
pr. 2 gr. — 18 gr.
pr. 1 gr. 1. 17

83 D. 11 gr.

2°. Ajoûtons ces Produits.

304 Den. 1 gr $\frac{1}{4}$.
142 15 gr $\frac{29}{32}$
272. 8 $\frac{1}{4}$.
89. 11. —

Somme. . 808 Den. 12 gr $\frac{13}{32}$ de fin.

3°. Multipliez par L. 2. 14 ſ., prix du D. de fin.

1616
pr. 14 ſ. . . 565. 12.
pr. 12 gr. . . . 1. 7.
pr. $\frac{8}{32}$ gr. . . . — — 6 d. $\frac{3}{4}$
pr. $\frac{4}{32}$ . . . . — — 3. $\frac{3}{8}$

Réponſe. . . . L. 2182. 19. 10 d $\frac{1}{8}$

NB. On a négligé $\frac{1}{32}$ de gr. de fin, comme dans le payement on négligera 1 d. $\frac{1}{2}$.

EXEMPLE V.

§. 335. On ſupoſe qu'on a acheté les Quantités d'Or que l'on va ſpécifier;

5 d. 6 gr. Or à 21 K $\frac{15}{16}$ ou $\frac{351}{364}$.
12. 8. . . à 23 K $\frac{7}{8}$ ou $\frac{575}{624}$.
9. 12. . . à 20 K.

On demande combien il faut payer au Vendeur à raiſon de L. 2. 10 ſ. le Karat de fin?

Cherchons 1°. Combien il y a de Karats de fin, que je ſubdiviſe en 64 parties.

5 d. 6 gr. à 21 K $\frac{60}{64}$ l'Once.

pr. 4 d.	3.	42
pr. 1 d.	—	58 $\frac{1}{2}$.
pr. 6 gr.	—	14 $\frac{5}{8}$.
	4 K $\frac{51}{64}$	$\frac{1}{8}$.

12 d. 8 gr. à 23 K $\frac{56}{64}$ l'Once.

pr. 8 d.	7.	61 $\frac{1}{8}$.
pr. 4 d.	3.	62 $\frac{2}{3}$.
pr. 8 gr.	—	21 $\frac{2}{9}$.
	12 K $\frac{17}{64}$	$\frac{2}{9}$.

9 d. 12 gr. à 20 K. l'Once.

pr. 6 d. . . .	5	— —
pr. 3 d. . . .	2.	32 —
pr. 12 gr. . .	—	26 $\frac{2}{3}$
	7 K $\frac{58}{64}$.	$\frac{2}{3}$.

2°. Aſſemblons ces produits.

4 K $\frac{51}{64}$. $\frac{1}{8}$	$= \frac{9}{72}$
12. 17. $\frac{2}{9}$	$= \frac{16}{72}$
7. 58. $\frac{2}{3}$	$= \frac{48}{72}$
24. K $\frac{63}{64}$. $\frac{1}{72}$. de fin.	

3°. Multiplions par L. 2. 10 ſ prix d'un K. de fin.

	48
pour 10 ſ. . . .	12
pour $\frac{32}{64}$	1. 5 —
pour $\frac{16}{64}$	— 12. 6 d.
pour $\frac{8}{64}$	— 6. 3
pour $\frac{4}{64}$	— 3. 1 $\frac{1}{2}$
pour $\frac{2}{64}$	— 1. 6 $\frac{3}{4}$
pour $\frac{1}{64}$	— — 9 $\frac{3}{8}$
Réponſe.	L. 62. 9. 2 d $\frac{5}{8}$

NB. On a négligé $\frac{1}{512}$ de $\frac{1}{64}$ de K.

EXEMPLE VI.

§. 336. Combien faut-il payer pour les Quantités ſuivantes d'Argent à L. 2. 15 ſ. le Denier de fin, ſavoir;

6 onces 20 d. Argent à 11 Den. 18 gr.
. . . 21 . . . à 11 . . . .
3 . . 16 . . . à 10 . . 16.

1°. Cherchons

1°. Cherchons combien il y a de Deniers de fin.

6 onc. 20 d. à 11 Den. 18 gr. le Marc.

pr. 4 onc.	5.	21	
pr. 2 onc.	2.	22	$\frac{1}{2}$
pr. 16 d.	—	23	$\frac{1}{2}$
pr. 4 d.	—	5	$\frac{7}{8}$
	10 Den. —	gr	$\frac{7}{8}$

21 d. à 11 Den. le Marc.

pr. 1 onc.	1 Den.	9 gr.	
pr. 12 d. . . .		16	$\frac{1}{2}$
pr. 6 d. . . .		8	$\frac{1}{4}$
pr. 3 d. . . .		4	$\frac{1}{8}$
	1 Den.	4 gr	$\frac{7}{8}$.

3 onc. 16 d. à 10 Den. 16 gr. le Marc.

pr. 2 onc.	2.	16.	
pr. 1 onc.	1.	8.	
pr. 16 d.	—	21	$\frac{1}{3}$.
	4 Den.	21 gr	$\frac{1}{3}$.

2°. Assemblons ces produits.

10 Den. —	gr	$\frac{7}{8}$	
1 D.	4.	$\frac{7}{8}$	
4.	21.	$\frac{1}{3}$	
15 Den.	3 gr.	$\frac{1}{12}$	de fin.

3°. à L. 2. 15 s. le Den. de fin.

	32			
pour 10 s. . . .	8			
pour 5 s. . . .	4			
pour 3 gr . . .	—	6.	10 d	$\frac{1}{2}$
pour $\frac{1}{12}$	—	—	2	$\frac{7}{24}$
Réponse	L. 44.	7 —	d	$\frac{19}{24}$.

NB. On comprend qu'on négligera les $\frac{19}{24}$ de d.

EXEMPLE VII.

§. 337. Dans un Lingot ou Masse pesant 124 Onces, il y a, suivant l'Essai, 3 d. 3 gr. d'Or fin par once; on demande quelle est la valeur de cette Masse à L. 2. 8 s. le K. d'Or fin, & à L. 2. 13. s. le Denier de fin de l'Argent qui s'est trouvé au Titre de 11 Den. 15 gr. de fin?

Cherchons d'abord combien il y a d'Or fin dans le Lingot ou la Masse de 124 onc. à 3 d. 3 gr. par Once.

pour 3 d. . . 15. 12 d.
pour 3 gr. —— 15. 12 gr.

Il y a . . 16. onc. 3 d. 12 gr. Or fin.
à . . 24 K par Once

64
32
pour 3 d. 3
pour 12 gr. — ½

387 K ½ d'Or fin;
à L. 2. 8 s. le K.

774
pour 8 s. . . 154. 16 s.
pour ½ K . . . 1. 4.

L. 930 — Valeur de l'Or.

Ensuite

Enſuite des 124 Onces poids de la Maſſe,
Otez 16 onc. 3 d. 12 gr. d'Or fin qui y eſt contenu,

Il reſte 107 onc. 20 d. 12 gr. Argent. ou M. 13. 3 onc. 20 d. 12 gr.
à 11 Den. 15 gr. de fin.

143

pr. 12 gr. 6. 12 —
pr. 3 gr. 1. 15 —
pr. 2 onc. 2. 21. 18
pr. 1 onc. 1. 10. 21
pr. 12 d. — 17. 10. 12
pr. 6 d. — 8. 17. 6
pr. 2 d. — 2. 21. 18
pr. 12 gr. — — 17. 10. 12

Argt. fin. 156 D. 17. 9. 22. 12
à L. 2. 13 ſ. le D. de fin.

312

pr. 12 ſ. . 93. 12 —
pr. 1 ſ. . 7. 16 —
pr. 12 . . 1. 6. 6 d.
pr. 4. —— 8. 10
pr. 1. —— 2. 2 $\frac{1}{2}$
pr. 6. ——. — 6 $\frac{5}{8}$
pr. 3. ——. — 3 $\frac{5}{16}$

Valeur de l'Argent. L. 415. 6. 4 d $\frac{7}{16}$
ajoûtez celle de l'Or 930 ——

Valeur de la Maſſe. . . . L. 1345. 6. 4 d $\frac{7}{16}$

NB. Dans la multiplication par 11 Den. le produit eſt des Den. fin, que j'ai diviſé en 24 gr. chaque gr. en 24emes., chaque 24eme. en 24 autres parties; Enſorte que l'on voit qu'on peut diviſer ainſi en 24emes. de 24emes. pour la commodité du Calcul. Enſuite dans la multiplication par L. 2. 13. ſ., j'ai négligé les dernières 24emes. dont la valeur étoit au-deſſous de 2 d.

DES CALCULS

Où l'on considère les deux & les trois Dimensions de l'Etendue.

Des Dimensions. §. 338. DAns les choſes qui ont quelque étendue, on y peut conſiderer trois *Dimenſions*, qui ſont la *longueur*, la *largeur*, & l'*épaiſſeur*, ou la *hauteur*, ou la *profondeur*, car la troiſieme Dimenſion reçoit l'un de ces trois noms ſelon la nature de la choſe dont il s'agit.

Quand on ne s'explique pas, on n'entend qu'une ſeule Dimenſion, qui eſt ordinairement la longueur. Mais comme il y a beaucoup de cas où il s'agit de deux & même des trois Dimenſions, je me propoſe de donner les Régles du Calcul à cet égard.

De la Toiſe ſimple. §. 339. Je me ſervirai de la *Toiſe*, qui eſt une Meſure connue en France où elle a 6 pieds; à Genève où elle a 8 pieds, & en Suiſſe où elle a 10 pieds, le *Pied* ſe diviſe en 12 Pouces, & le *pouce* en 12 Lignes. Ce que je dirai de la Toiſe & de ſes parties pourra être apliqué facilement à toute autre Meſure.

Toutes les fois que nous avons eu occaſion de parler ci-devant de quelque Meſure pour les choſes étendues, il n'a été queſtion que d'une ſeule Dimenſion; mais il s'agit ici d'y conſiderer 1°. deux Dimenſions, & 2°. les trois Dimenſions.

De la *Superficie*, qui comprend deux Dimenſions, & qui forme un *Plan*. §. 340. Et d'abord, quand on conſidère, dans une choſe deux Dimenſions, qui ſont, d'ordinaire, la longueur & la largeur, la contenance qu'on cherche s'apelle la *Superficie*, & la figure que forme cette ſuperficie, bornée par tous ſes côtés, ſe nomme un *Plan*; telle eſt la figure ſuivante, qui eſt un Parallelogramme ou Quarré long.

1.	2.	3.	4.	5.	6. Toiſes de long.	
1	2	3	4	5	6	1.
7	8	9	10	11	12	2.
13	14	15	16	17	18	3. Toiſes.

Largeur.

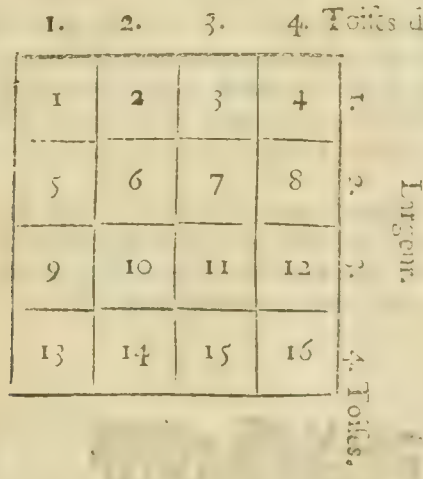
Vous

Vous voyez par-là que la longueur étant de 6 Toiſes, & la largeur de 3 Toiſes, toute la ſuperficie eſt de 18 Toiſes quarrees; c'eſt-à-dire, 1°. Que le produit de la longueur par la largeur donne la ſuperficie; & 2°. que les Toiſes de ce produit ſont *quarrees*, puiſque chacune a une largeur égale à la longueur.

§. 341. Il ſuit de là 1°. Que pour avoir la contenance ou la ſuperficie d'un plan, *il faut multiplier la longueur par la largeur, & qu'on a dans le produit la ſuperficie.* Régle pour trouver la Superficie.

2°. Que la Meſure qui, quand elle exprime ſéparément la longueur & la largeur, n'eſt que d'une dimenſion, ſavoir longueur ſans largeur, cette même Meſure eſt dans le produit, de deux dimenſions égales, qui forment ce qu'on apelle le *Quarré*.

3°. Qu'ainſi le *Quarré* eſt un *Plan* ou une figure dont les deux Dimenſions, la longueur & la largeur, ſont égales; & que *pour trouver la ſuperficie d'un Quarré, il faut auſſi multiplier, l'une par l'autre, ſes deux dimenſions égales.* Cela ſe voit à la figure ſuivante qui eſt un Plan quarré. Ce qu'on entend par un Quarré.



Ce Plan quarré, ayant 4 Toiſes de long & 4 Toiſes de large, a évidemment 16 Toiſes quarrees, ce qui eſt le produit de la longueur par la largeur.

§. 342. Le nombre qui exprime, en Toiſes ou autre Meſure quarrée, la ſuperficie d'un corps dont la longueur & la largeur ſont inegales, s'apelle *Nombre plan*, parce qu'il exprime la grandeur d'un Plan. Du *Nombre plan*

La longueur & la largeur, qu'on apelle les *Côtes* du Plan, ſont les *Racines* du Nombre plan. Ainſi les 18 Toiſes quarrées du plan (§. 340.) ſont un Nombre plan, & les Racines ou côtes ſont 3 & 6. *Racines* d'un Nombre plan.

Un

Un Nombre plan eſt donc toûjours le produit de deux nombres différens, qui ſont ſes Racines.

Diverſes Racines du même nombre plan.

§. 343. Et comme le nombre, 18, eſt auſſi le produit de 1×18, ou de 2×9, ou de $1\frac{1}{2} \times 12$, &c. On comprend qu'un Nombre plan peut avoir differentes Racines, & qu'un plan de 9 Toiſes de long & de 2 Toiſes de large, aura auſſi 18 Toiſes quarrées dans ſa ſuperficie, &c.

Du Nombre quarré.

§. 344. Le Nombre qui exprime la ſuperficie d'un Plan quarré, dont les côtés ſont égaux, s'appelle *Nombre quarré*, & les côtés ſont ſes Racines; mais comme les côtés ſont égaux, on n'en nomme qu'une, & on l'appelle *Racine quarrée*. Ainſi les 16 Toiſes quarrées du Quarré (§. 341.) ſont un Nombre quarré, dont la Racine quarrée eſt 4.

Racine quarrée.

Un Nombre quarré eſt donc toûjours le produit de deux nombres égaux, ou d'un Nombre par lui-même, qui eſt ſa Racine quarrée.

Voici les premiers nombres quarrés.

Nombres quarrés. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. 144. 169. 196. &c.
Racines quarrées. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. 13. 14. &c.

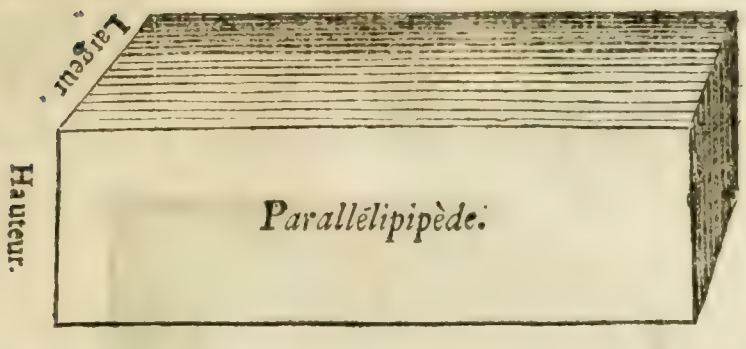
Un Nombre quarré peut être conçû comme un Nombre plan.

§. 345. Il eſt viſible qu'un Nombre quarré ne peut avoir diverſes Racines quarrées, comme le Nombre plan qui peut avoir diverſes Racines planes (§. 343.); Mais on peut concevoir tout Nombre quarré comme un Nombre plan. Ainſi le Nombre quarré, 36, peut être conçû comme un Nombre plan, dont les Racines ſont 1 & 36, ou 2 & 18, ou 3 & 12, ou 4 & 9, &c.

De la Solidité qui comprend les trois Dimenſions, qui forment un Solide.

§. 346. Quand on conſidere les trois Dimenſions dans une choſe, la quantité ou contenance qu'on cherche ſe nomme la *Solidité*, & la figure qui forme cette Solidité, bornée, par tous ſes côtés, ſe nomme un *Solide*: Telle eſt le *Parallélipipède* ſuivant, vû en perſpective.

Longueur



Si l'on ſupoſe la longueur de 6 Toiſes, la largeur de 3 Toiſes, & la hauteur de 2 Toiſes, en multipliant 1°. les 6 Toiſes de long par les 3 Toiſes de large, on trouve 18 Toiſes quarrées pour la ſuperficie, §. 341.); & en multipliant 2°. ces 18 Toiſes par les 2 Toiſes de haut, on a 36 Toiſes cubes pour la Solidité.

Il faut concevoir 1°. Que chaque Toiſe cube eſt égale en hauteur, largeur & longueur; 2°. Que ſi l'on a 36 ſolides chacun d'une Toiſe *cube*, c'eſt-à dire, dont les 3 Dimenſions ſont égales, & qu'on les arrange de manière qu'on en mette 6 pour la longueur, & 3 pour la largeur, à côté les uns des autres bien joints, on aura fait 3 rangs de 6 ſolides chacun, il y aura donc 18 ſolides. 3°. Que ſi, après cela, pour former la hauteur de 2 Toiſes, l'on poſe les 18 ſolides reſtans préciſément ſur les 18 qu'on a rangés en premier lieu, on fera un ſolide de la même figure que celui qui eſt ci-deſſus & exactement du même volume. 4°. Que ſi le ſolide devoit avoir 3 Toiſes de haut, il faudroit arranger encore 18 ſolides exactement ſur les 36 premiers, & l'on auroit un ſolide de 54 Toiſes cubes, dont la longueur ſeroit de 6 Toiſes, la largeur de 3 Toiſes, & la hauteur auſſi de 3 Toiſes. Or 54 eſt le produit de $6 \times 3 \times 3$, comme 36 eſt le produit de $6 \times 3 \times 2$. C'eſt en raiſonnant de cette manière qu'on conçoit la formation des ſolides quelles que ſoient leurs Dimenſions.

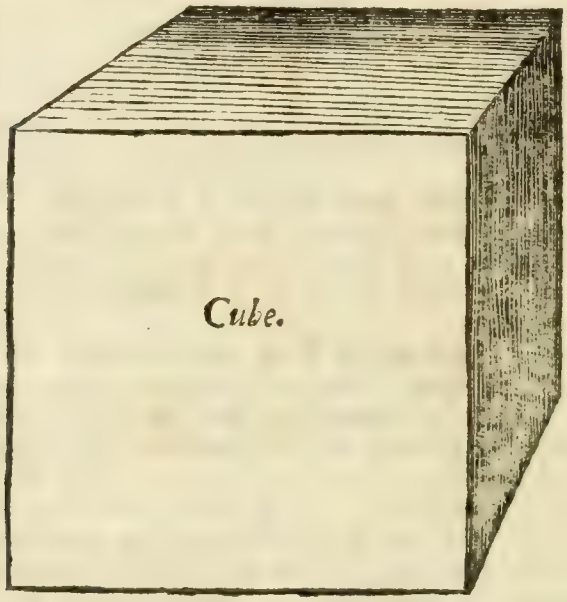
§. 347. Il ſuit de-là, 1°. Que pour avoir la contenance ou la ſolidité d'un ſolide, *il faut multiplier les trois Dimenſions données l'une par l'autre ſucceſſivement, ſavoir* 1°. *deux Dimenſions l'une par l'autre*, & 2°. *le produit par la* 3e. *Dimenſion.* Régle pour trouver la Solidité.

2°. Que le produit donne des Toiſes *Cubes* ou *Cubiques*, parce que la Meſure eſt, dans le produit, de trois Dimenſions égales, qui forment ce qu'on apelle *un Cube.*

3°. Qu'ainſi un *Cube* eſt un ſolide dont les trois Dimenſions ſont égales comme dans un Dé à jouer. Ce qu'on entend par *un Cube.*

4°. Que pour trouver la ſolidité d'un cube, *il faut auſſi multiplier ſucceſſivement ſes trois Dimenſions égales*, c'eſt-à-dire, que ſi le cube eſt de 4 pieds de long, d'autant de large, & d'autant de haut, on multiplie 1°. 4 par 4, & 2°. le produit, 16, encore par 4, ce qui donne 64 pieds cubes pour la ſolidité du cube propoſé.

Telle eſt la figure ſuivante, nommée *Cube*; vue en Perſpective.



Du Nombre Solide.

§ 348. Le nombre qui exprime en Toiſes, Pieds, ou autre Meſure, la contenance ou la ſolidité d'un corps dont les trois Dimenſions ſont inégales, ou dont deux ſeulement ſont égales, s'apelle un *Nombre ſolide*, parce qu'il exprime la grandeur ou le volume d'un ſolide.

La longueur, la largeur & la hauteur, épaiſſeur ou profondeur, qu'on apelle les *Côtés* du ſolide, ſont les Racines du nombre ſolide. Ainſi les 36 Toiſes cubes du ſolide (§. 346.) ſont un Nombre ſolide, dont les Racines ſont 2, 3 & 6. Ou les 54 Toiſes cubes d'un ſolide, ſont un Nombre ſolide dont les Racines ſont 3, 3, & 6.

Racines d'un Nombre Solide.

Un nombre ſolide eſt donc toûjours le produit de trois nombres inégaux, ou dont deux ſeulement ſont égaux; & ces trois nombres ſont ſes Racines.

Diverſes Racines du même Nombre ſolide.

§. 349. Et comme le nombre, 36, eſt auſſi le produit de $1 \times 2 \times 18$, ou de $1 \times 3 \times 12$, ou de $3 \times 3 \times 4$, &c. on comprend qu'un nombre ſolide peut avoir différentes Racines, & qu'un ſolide de 3 Toiſes de large, de 3 Toiſes de haut, & de 4 Toiſes de long, a auſſi 36 Toiſes cubes dans ſa ſolidité, & ainſi des autres.

§. 350.

§. 350. Le nombre qui exprime la ſolidité d'un *Cube*, dont les trois Dimenſions ſont égales, s'apelle *Nombre cube* ou *cubique*, & les trois côtés ou Dimenſions ſont ſes Racines; mais, comme elles ſont égales, on n'en nomme qu'une qu'on nomme *Racine cubique* ou *cube*. Ainſi les 64 pieds cubes (§. 347.) ſont un Nombre cube; dont la Racine cube eſt 4.

Nombre cube ou cubique. Racine cubique ou cube.

Un Nombre cube eſt donc toujours le produit d'un nombre multiplié ſucceſſivement deux fois par lui-même, ou, un nombre cube eſt le produit d'un nombre par ſon quarré, & ce nombre eſt la Racine cube du produit.

Voici les premiers nombres cubes.

Nombres cubes. 1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729. 1000. 1331. 1728. &c.
Racines cubes. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. &c.

§. 351. Remarquons ici que le même nombre peut quelquefois être conçû comme un Quarré ou comme un Cube: Tel eſt le nombre 64, qui, conſidéré comme un cube, a 4 pour ſa Racine cube; & conſidéré comme un quarré, il a 8 pour ſa Racine quarrée. Tel eſt encore l'Unité ou 1, qui peut être conçû comme un quarré ou comme un cube, & dont la Racine ſoit cube ſoit quarrée eſt auſſi 1.

Que le même nombre eſt quelquefois quarré ou cube.

§. 352. Pour comprendre comment la Racine cube ou la quarrée de 1 eſt 1, il faut faire d'abord attention que la Racine quarrée ne peut être égale à ſon quarré, ni la Racine cube a ſon Cube. Ainſi 1, conſidéré comme cube, n'eſt pas égal à 1, conſidéré comme Racine cube; ni 1, conſidéré comme quarré, n'eſt pas égal à 1, conſidéré comme Racine quarrée. Mais quand je dis que 1 eſt un quarré dont la Racine eſt 1, j'entens, 1 Toiſe ou autre Meſure quarrée, dont la Racine 1, eſt une des dimenſions; de ſorte qu'une Toiſe quarrée a deux dimenſions égales, & ſa Racine eſt une Toiſe d'une ſeule dimenſion.

Comment la Racine quarrée ou Cube de 1, peut être le même nombre 1.

De même, quand je dis que 1 eſt un Cube dont la Racine eſt 1, j'entens 1 Toiſe ou autre Meſure cube, dont la Racine eſt une des Dimenſions; de ſorte qu'une Toiſe cube a trois dimenſions égales, & ſa Racine eſt une Toiſe d'une ſeule dimenſion.

§. 353. Il eſt viſible que le Nombre cube ne peut avoir diverſes Racines cubes, comme le Nombre ſolide qui peut avoir diverſes Racines ſolides (§. 350.) Mais on peut concevoir tout Nombre cube comme un Nombre ſolide, & même comme un nombre plan. Ainſi le nombre cube, 64, peut être conçû comme un nombre ſolide, puiſqu'il eſt également le produit de $4 \times 4 \times 4$, ou de $1 \times 2 \times 32$, ou de $2 \times 4 \times 8$, &c.

Qu'un nombre cube peut être conſidéré comme un nombre ſolide, & comme un nombre plan.

Ce même Nombre, 64, ſera un nombre plan ſi on le conçoit formé de 1×64, ou de 2×32, ou de 4×16, &c.

§. 354. Après ces Inſtructions neceſſaires & préliminaires, il ſera aiſé de comprendre les Régles que l'on va donner du calcul dans les cas où l'on conſidére les deux & les trois dimenſions. Nous avons déja remarqué (§. 339.) que la Toiſe dont nous voulons faire uſage eſt de trois ſortes.

Toiſe & Pied quarré & Cube.

La Toiſe quarrée eſt, en *France*, de 36 pieds quarrés, & la Toiſe cube, de 216 pieds cubes; chaque dimenſion étant de 6 pieds.

A *Genève*, la Toiſe quarrée eſt de 64 pieds quarrés, & la Toiſe cube, de 512 pieds cubes; chaque dimenſion étant de 8 pieds.

En *Suiſſe*, la Toiſe quarrée eſt de 100 pieds quarrés, & la Toiſe cube, de 1000 pieds cubes; chaque dimenſion étant de 10 pieds.

Le Pied quarré eſt de 144 pouces quarrés, & le Pied cube de 1728 pouces cubes, chaque dimenſion étant de 12 pouces.

EXEMPLE I.

§. 355. On demande quelle eſt la ſuperficie d'un Pré qui a 94 Toiſes 4 pieds 8 pouces de long & 27 Toiſes 5 pieds 6 pouces de large, & la valeur de ce pré a L. 4. 15 ſ. la Toiſe quarrée?

Calculons 1°. la Toiſe de 6 pieds.
Je multiplie les 94 T. 4 pieds. 8 pouces de long
par les 27 T. 5 pieds. 6 pouces de large

		658				NB. L'on a pris pour les 5 pieds 6 pouces de large ſur les Toiſes, pieds & pc. de la long.; & l'on n'a pris les 4 pieds 8 pc. de long que ſur les 27 T. de large. Voyez là-deſſus 11de. Partie §. 112.
		188				
pr. 3 pieds	d'en bas.	47	2 p.	4 pouces		
pr. 2 pieds		31.	3.	6	8 lig.	
pr. 6 pces.		7.	5.	4.	8	
pr. 2 pieds	d'en haut.	9.	—	—	—	
pr. 2 pieds		9.	—	—	—	
pr. 8 pces.		3	—	—	—	

Toiſes quarrées. 2645 T. 5 pieds. 3 pouces 4 lignes pour la Superficie
à L. 4. 15 ſ. la Toiſe quarrée.

	10580		
pr. 10 ſ.	1322.	10	—
pr. 5 ſ.	661.	5	—
pr. 3 pieds	2.	7.	6 d.
pr. 2 pieds	1.	11	8
pr. 3 pces.	—	3.	11 $\frac{1}{2}$
pr. 4 lign.	—	—	5 $\frac{5}{12}$

L. 12567. 18 ſ. 6 d $\frac{7}{9}$ pour la Valeur.

§. 356.

§. 356. Le produit de la longueur par la largeur a donné la ſuperficie en Toiſes quarrees, (§. 341.) qui ſont ici de 36 pieds quarrés; cependant, pour la commodite, on ſubdiviſe la Toiſe quarrée en 6 parties qu'on peut nommer pieds, ce pied en 12 parties qu'on nomme pouces, & ce pouce en 12 autres parties qu'on nomme lignes. Si néanmoins, l'on veut évaluer en pieds & pouces quarres les 5 pieds 3 pouces 4 lignes du produit ci-deſſus, on le fera de cette manière: Remarque.

Si 6 pieds ſont 36 pieds quarrés, combien 5 pieds 3 pouces 4 lignes?
1 6 6

31 pieds $\frac{8}{12}$ $(=\frac{2}{3})$. Or, 1 pieds quarré a 144 pouces quarres, donc les $\frac{2}{3}$ ſont 96 pouces quarrés. Ainſi les 5 pieds 3 pouces 4 lignes ſont 31 pieds quarres & 96 pouces quarrés. Donc la ſuperficie eſt en Meſures toutes quarrées, 2645 Toiſes 31 pieds 96 pouces quarrés.

Et pour évaluer ces 31 pieds 96 pouces quarrés à L. 4. 15 ſ. la Toiſe quarrée: il faudroit prendre ſelon les parties de 36 pour les pieds, & ſelon celles de 144 pour les pouces; ou bien faire cette Regle de Trois à part;

Si 36 pieds quarrés coûtent L. 4. 15 ſ. comb. 31 pieds 96 pouces quarrés?

De l'une & de l'autre manière, on trouvera la même valeur, qu'on a trouvée plus commodément en diviſant la Toiſe quarrées en 6 pieds, ce pieds en 12 pouces & ce pouces en 12 lignes.

Le même Exemple en comptant la Toise simple de 8 pieds.

§. 357. 94 T. 4 pieds 8 pouces de long.
27 T. 5 p. 6 pouces de larg.

NB. Même remarque ici qu'au précédent Calcul.

658
188

pr. 4 pieds }	47.	2 p.	4 pouces.	
pr. 1 pieds } d'en bas	11.	6	7	
pr. 6 pces. }	5.	7.	3.	6 lign.
pr. 4pieds }	13.	4.	—	—
pr. 8pces. } d'en haut.	2.	2.	—	—

Toises quarrées 2618. 6 pieds 2 pouces 6 lignes pour la Superficie.
à L. 4. 15 f. la Toise quarrée.

10472

pr. 10 f.	1309.		
pr. 5 f.	654.	10	—
pr. 4 pieds	2.	7.	6 d.
pr. 2 pieds.	1.	3.	9
pr. 2 pces.	—	1.	11 $\frac{3}{4}$
pr. 6 lign.	—	—	5 $\frac{15}{16}$

L. 12439. 3. 8 d $\frac{11}{16}$ pour la Valeur.

Le produit eſt des Toiſes quarrés, qui ſont de 64 pieds quarrés ; Mais, pour la commodité, on les a ſubdiviſées comme des Toiſes ſimples de 8 pieds, le pied de 12 pouces, & le pouces de 12 lignes. Si néanmoins, on en veut ſavoir la valeur en pieds & pouces quarrés, on procédera ſelon la méthode de l'Exemple précédent.

Si 8 pieds ſont 64 pieds quarrés, comb. 6 pieds 2 pouces 6 lignes.
1 8 8

49 pieds $\frac{1}{12}$ ($= \frac{1}{3}$ ou 96 pouces quarrés.

Par-là, les 6 pieds 2 pouces 6 lignes ci-deſſus ſont 49 pieds quarrés & 96 pouces quarrés. Ainſi la ſuperficie eſt en Meſures toutes quarrées, 2618 Toiſes 49 pieds 96 pouces quarrés.

§. 358.

§. 358. 94 T. 4 pieds 8 pouces de long.
27 T. 5 p. 6 pouces de large.

658
188

pr. 5 pieds } d'en bas. 47 2 pieds 4 pces.
pr. 6 pces. } 4 7 2. 9 lig $\frac{3}{5}$

NB. Même remarque qu'aux deux précédens Calculs.

Le même Exemple en comptant la Toise simple de 10 pieds.

pr. 2 pieds } ..... 5. 4. — —
pr. 2 pieds } l'en haut 5. 4. — —
pr. 8 pces. } ..... 1. 8. — —

Toises quarrées. . 2602. 5 pieds 6 pces. 9 lig $\frac{3}{5}$ pour la Superficie.
à L. 4. 15 s la Toise quarrée.

10408.
pr. 10 s. . . . . 1301.
pr. 5 s. . . . . 650. 10 —
pr. 5 pieds . . . . . 2. 7. 6 d.
pr. 6 pces. . . . . — 4. 9
pr. 9 lig. . . . . — — $\frac{4}{5}$

L. 12362. 2. 10 $\frac{4}{5}$ pour la valeur.

La superficie est des Toises quarrées, qui sont de 100 pieds quarrés; mais, pour la commodité, on les subdivise comme des Toises simples de 10 pieds, le pied de 12 pouces, & le pouce de 12 lignes. Si l'on veut les réduire en pieds & pouces quarrés, on dira;

Si 10 pieds font 100 pieds quarrés, comb. 5 pieds 6 pouces 9 lignes $\frac{3}{5}$.
1 10 10

55 pieds $\frac{8}{12}$ ($= \frac{2}{3}$ ou 96 pouces quarrés.

Ainsi les 5 pieds 6 pouces 9 lignes $\frac{3}{5}$ ci-dessus font 55 pieds quarrés & 96 pouces quarrés. Et toute la superficie est en Mesures quarrées 2602 Toises 55 pieds 96 pouces quarrés.

Exemple II.

§. 359. On a fait un Fossé qui a 54 Toises 3 pieds 8 pouces de long, 23 Toises 5 pieds 10 pouces de large, & 3 Toises 2 pieds 6 pouces de profondeur; on demande combien il faut payer à l'Entrepreneur qui s'est chargé de le faire pour le prix de L. 1. 10 s la Toise cube.

1°. *En*

1°. *En calculant la Toise simple de 6 pieds.*

54 T. 3 pieds 8 pouces longueur,
par 23 T. 5 p. 10 pouces largeur.

		162			
		108			
pr. 3 pieds		27.	1.	10	
pr. 2 pieds	d'en bas.	18.	1.	2.	8 lig.
pr. 8 pces.		6.	—	4.	10 $\frac{2}{3}$
pr. 2 pces.		1.	3.	1.	2 $\frac{2}{3}$
pr. 3 pieds		11.	3	—	—
pr. 6 pces.	d'en haut	1.	5.	6	—
pr. 2 pces.		—	3.	10	—

Toises quarrées. 1309 — pieds 10 pouces 9 lig $\frac{1}{3}$ pour la Superficie.
par 3 T. 2 pieds 6 pouces de profondeur.

	3927.	2 pieds	8 pouces	4 lig.
pr. 2 pieds	436.	2.	3.	7. $\frac{1}{9}$
pr. 6 pces.	109.	—.	6	10. $\frac{7}{9}$

Toises cubes . . . 4472. 5 pieds 6 pouces 9 lig $\frac{8}{9}$ pour la Solidité.
à L. 1. 10 s. la Toise cube.

	4472
pr. 10 s.	2236
pr. 3 pieds	—— 15 —
pr. 2 pieds	—— 10 —
pr. 6 pces.	—— 2. 6 d.
pr. 9 lig.	—— = 3 $\frac{3}{4}$

Réponse. . . L. 6709. 7. 9 d $\frac{3}{4}$ qu'il faut payer à l'Entrepreneur.

Les 5 pieds 6 pouces 9 lignes $\frac{8}{9}$ qui sont au produit de la solidité, se réduisent en pieds & pouces cubes, par la Régle suivante.

Si 6 pieds font 216 pieds cubes, combien 5 pieds 6 pouces 9 lig $\frac{8}{9}$?

1	36		36
			180
		pour 6 pces.	18
		pour 9 lign.	$2\frac{1}{4} = \frac{6}{16}$
		pour $\frac{8}{9}$	$-\frac{2}{9} = \frac{6}{36}$
		Pieds cubes. . . .	$200\frac{17}{36}$

Ainsi la Solidité du Terrein enlevés pour faire ce fossé est de 4472 Toises 200 pieds $\frac{17}{36}$ cubes.

Si l'on demande combien de pouces cubes font les $\frac{17}{36}$ de pied cube, l'on fera la Régle suivante;

Si 36 font 1728 pouces cubes, combien 17?

3	144		48
1	48		136
			68
		Réponse . . .	816 pouces cubes.

§. 360. 2°. *En calculant la Toise simple de 8 pieds.*

54 T. 3 pieds 8 pouces de long,
23 T. 5 pieds 10 pouces de large.

162
108

pr. 4 pieds	. . . .	27.	1 pied	10 pces.	
pr. 1 pied	d'en bas.	6.	6.	5.	6 lig.
pr. 6 pces.		3.	3.	2.	9
pr. 4 pces.	. . . .	2.	2.	1.	10
pr. 2 pieds	. . . .	5.	6.	—	—
pr. 1 pied	d'en haut	2.	7.	—	—
pr. 8 pces.	. . . .	1.	7.	4	—
Toises quarrées.	. .	1292.	2 pieds	— pces.	1 lig. pour la Superficie,
		3 T.	2 pieds	6 pces.	de profondeur.
		3876.	6 pieds	— pces.	3 lig.
pr. 2 pieds	. . . . .	323.	—	6	— $\frac{1}{4}$
pr. 6 pces.	. . . . .	80.	6.	1.	6 $\frac{1}{16}$
Toises cubes.	. . .	4280.	4 pieds	7 pces.	9 lig $\frac{5}{16}$

Toises cubes. . . . . 4280. 4 pieds 7 pouces 9 lig. $\frac{5}{16}$ pour la Solidité.

à L. 1. 10 s. la Toise cube.

4280

pr.	10 s.	2140	
pr.	4 pieds	15	—
pr.	6 pces.	1. 10	d $\frac{1}{2}$
pr.	1 pce.	3	$\frac{3}{4}$
pr.	6 lig.	1	$\frac{7}{8}$

Rép. . . . . L. 6420. 17. 4 d $\frac{1}{8}$ pour la valeur.

Et pour l'évaluation en pieds & pouces cubes, dites ;

Si 8 pieds font 512 pieds cubes, combien 4 pieds 7 pouces 9 lig. $\frac{5}{16}$?

1 64 64

256

pr.	6 pces. . .	32	
pr.	1 pce. . . .	5.	576 pouces
pr.	6 lig. . . .	2.	1152
pr.	3 lig. . . .	1.	576
pr.	$\frac{4}{16}$	—	192
pr.	$\frac{1}{16}$	—	48.

On trouve . . . . 297 pds. 816 pouces cubes.

§. 361. 3°. *En calculant la Toise simple de* 10 *pieds.*

54 T. 3 pieds 8 pouces de long,
23 T. 5 pieds 10 pouces de large.

162
108

pr. 5 pieds } d'en bas.	27.	1 pieds	10 pces.		
pr. 10 pces. }	4.	5.	3.	8 lig.	
pr. 2 pieds }	4.	6.	—	—	
pr. 1 pied } d'en haut.	2.	3.	—	—	
pr. 8 pces }	1.	5.	4.	—	

Toises quarrées. . . . 1282. 1 pied 5 pces. 8 lig. Superficie.

Toises

Toiſes quarrées. . . . . 1282. 1 pied 5 pces. 8 lig. Superficie.
3 T. 2 pieds 6 pces. profondeur

3846. 4 pieds 5 pces.
pr. 2 pieds . . . . 256. 4. 3 6 lig $\frac{7}{9}$
pr. 6 pces. . . . . 64. 1. — 10 $\frac{2}{9}$

Toiſes cubes. . . . . 4166. 9 pieds 9 pces. 5 lig. Solidité.
à L. 1. 10 ſ. la Toiſe cube.

4166
pr. 10 ſ. 2083
pr. 5 pieds . . . . . 15 —
pr. 2 pieds . . . . . 6 —
pr. 2 pieds . . . . . 6 —
pr. 6 pouces . . . . . 1. 6 d.
pr. 3 pouces . . . . . — 9
pr. 4 lignes 1

L. 6250. 9. 4 d. pour valeur.

L'on évaluera en parties cubes les 9 pieds 9 pouces 5 lignes en faiſant cette Régle :

Si 10 pieds font 1000 pieds cubes, combien 9 pieds 9 pouces 5 lig.
1 100 100

900
pr. 6 pouces . . 50
pr. 3 pouces . . 25
pr. 4 lig. . . . . $2\frac{7}{9} = \frac{28}{36}$
pr. 1 lig. . . . . $= \frac{25}{36}$

L'on trouve. $978\frac{17}{36}$ pieds cubes.

Et pour évaluer en pouces cubes les $\frac{17}{36}$ de pied cube, faites cette autre Régle :

Si 36 *font* 1728 *pouces cubes combien* 17 ? qu'on a déja eu occaſion de faire ci-devant à la fin du §. 359. & vous trouverez 816 pouces cubes.

EXEMPLE III.

§. 362. Une Piéce de Marbre a 2 Toiſes 1 pied 4 pouces de long, 1 Toiſe 10 pouces de large, & 1 pied 3 pouces d'épais; on demande quelle eſt ſa ſolidité?

Nous ſupoſerons la Toiſe de 8 pieds.

2 Toiſes 1 pied 4 pouces de long,
1 Toiſe ——— 10 pouces de large.

	2 T.	1 pied	4 pouces	
pour 6 pouces . .		1.	1	
pour 4 pouces			8.	8 lig.
Toiſes quarrées. . . .	2.	3 pieds	1 pces.	8 lig. pour la Superficie.
par —		1 pied	3 pces.	d'épais.
pour 1 pied . . .		2 pieds	4 pces.	8 lig $\frac{1}{3}$
pour 3 pces. . — . —			7	2. $\frac{1}{8}$
Parties de Toiſes cubes. — .		2 pieds	11 p. c.	10 lig $\frac{5}{8}$ pour la Solidité.

Ayant calculé les parties de la Toiſe cube comme ſi elle avoit 8 pieds, ce pied 12 pouces & ce pouce 12 lignes; il faut, pour avoir ces mêmes parties en parties cubes, faire la Regle ſuivante.

Si 8 pieds font 512 pieds cubes, combien 2 pieds 11 pouces 10 lig $\frac{5}{8}$?

1 64 64

128

pour 6 pouces . .	32.		
pour 4 pouces . .	21.	576 pces.	
pour 1 pouce . .	5.	576.	
pour 6 lignes . .	2.	1152.	
pour 4 lig	1.	1344	
pour $\frac{4}{8}$		384	1728 | 4128
pour $\frac{1}{8}$		96	2 | 672
Pieds cubes. . .	191.	672 pces.	cubes, pour la

Solidité du Marbre en queſtion.

L'on remarquera que l'on a calculé, comme il le faloit, le pied cube pour 1728 pouces cubes.

§. 363.

§. 363. L'on peut auſſi trouver la ſolidité en réduiſant les trois Dimenſions en pouces, ce qui fera éviter les parties aliquotes & tout Rompu. Autre méthode.

Longueur.	*Largeur.*	*Epaiſſeur.*
2 T. 1 p. 4 pces.	1 T. — p. 10 pces.	1 pied 3 pces.
8	8 pieds	15 pouces.
17 pieds 4 pces.	12	
12	106 pouces.	
208 pouces.		

Puis multipliez les 208 pouces de long
par 106 pouces de large
1248
208
produit 22048 pces. quarrés, pour la Superficie.
Multipliez par 15 pces. d'épais.
110240
22048
produit 330720 pces. cubes, pour la Solidité, qui diviſée par 1728 pces. cubes 15792
2400
Donne 191 pieds cubes & 672 pces. cubes comme ci-devant.

§. 364. Cette Méthode de réduire les Dimenſions à leur moindre eſpèce eſt très commode, ſur tout lorſqu'il s'agit de petites Dimenſions comme celles du 3e. Exemple. On peut auſſi la pratiquer pour de grandes Dimenſions comme celles des deux premiers Exemples ; on évitera les parties aliquotes & toute fraction : mais on aura de grands nombres à multiplier & à diviſer. Avantage de cette dernière Méthode.

§. 365. Quand on a réduit les Dimenſions en Pouces, le produit de deux Dimenſions l'une par l'autre eſt, pour la ſuperficie des pouces quarrés, (§. 341.), qu'on réduira en Pieds quarrés en diviſant par 144 pouces quarrés qu'il y a dans un Pied quarré. Règle pour réduire les Pouces quarrés en pieds quarrés, & en Toiſes quarrées.

Les Pieds quarrés ſe réduiront en Toiſes quarrées, en diviſant
par 36 pieds quarrés, s'il s'agit de la Toiſe de 6 pieds ;
ou par 64 pieds quarrés, s'il s'agit de la Toiſe de 8 pieds ;
ou par 100 pieds quarrés, s'il s'agit de la Toiſe de 10 pieds.

§. 366. Les Pouces quarrés de deux Dimenſions étant multipliés par les pouces ſimples de la 3e. Dimenſion, donnent, pour la ſolidité, des pouces cubes (§. 347), qu'on réduira en Pieds cubes en diviſant par 1728 pouces cubes qu'il y a dans un Pied cube. Règle pour réduire les Pouces cubes en

Pieds cubes, & en Toises cubes.

Les Pieds cubes se réduiront en Toises cubes, en divisant par 216 pieds cubes, s'il s'agit de la Toise de 6 pieds; ou par 512 pieds cubes, s'il s'agit de la Toise de 8 pieds; ou par 1000 pieds cubes, s'il s'agit de la Toise de 10 pieds.

Cela posé je vai chiffrer les deux premiers Exemples par cette dernière méthode.

1°. *En Toises simples de 6 pieds.*

Le 1er. Exemple chiffré par la dernière Méthode s. (363).

§. 367. *Longueur*	*Largeur.*	Mult. 6824. pouc. de long.
94 T. 4 p. 8. pes.	27 T. 5. p. 6 pes.	par 2010 pes. de large.
6	6	
568 pieds 8 pes.	167 pieds 6 pes.	68240
12	12	13648
6824 pouces.	2010 pouces.	137160240 pouces quarrés.

Divisez ces pouces quarrés de la superficie par 144 pouces quarrés.

Il vient 95251 pieds quarrés & 96 pouces quarrés

756
362
744
240
96

Divisez ensuite ces 95251 pieds quarrés par 36 Pieds quarrés,

232
165
211
31

vous aurez 2645 Toises quarrées & 31 pieds quarrés.

La superficie est donc 2645 Toises 31 pieds 96 pouces quarrés (§. 356).

2°. En

2°. *En Toiſes ſimples de 8 pieds.*

Longueur	*Largeur*	Multipl. 9080 pes. de long.
94 T. 4. p. 8 pes.	27 T. 5 p. 6 pes.	par 2658 pes. de large.
8	8	
750 pieds 8 pes.	221 pieds 6 pes.	212640
12	12	23922
9080 pouces.	2658 pouces.	24134640 pouces quarrés.

Diviſez ces pouces quarrés de la ſuperficie par 144 pouces quarrés.

Il vient 167601 pieds quarrés & 96 pouces quarrés

Diviſez enſuite ces 167601 pieds quarrés par 64 pieds quarrés,

vous aurez 2618 T. quarrées & 49 pieds quarrés.

La Superficie eſt donc 2618 Toiſes 49 pieds 96 pouces quarrés, comme on l'a trouvé §. 357.

3°. *En*

3°. *En Toiſes ſimples de* 10 *pieds.*

Longueur.	*Largeur.*	Mult. 11336 pouc. de long
94 T. 4 p. 8 pouc.	27 T. 5 p. 6 pouc.	par 3306 pouc. de large.
10	10	
944 p. 8 pouc.	275 p. 6 pouc.	68016
12	12	34008
11336 pouces.	3306 pouces.	34008

Diviſez cette Superficie par 144 pouces quarrés. 37476816 pouces quarrés.
867
368
801
816
96

Il vient 260255 pieds quarrés & 96 pouces quarrés.

Diviſez enſuite ces 260255 pieds quarrés par 100 pieds quarrés.

Vous aurez 2602 Toiſes quarrées 55 pieds quarrés.

La Superficie eſt donc de 2602 Toiſes 55 pieds 96 pouces quarrés, comme §. 358.

1°. *En Toiſes ſimples de 6 pieds.*

§. 368.

Longueur.	*Largeur.*	*Profondeur.*
54 T. 3 p. 8 pouces.	23 T. 5 p. 10 pouces.	3 T. 2 p. 6 pouces.
6	6	6
327 pieds 8 pouces.	143 p. 10 pouces.	20 p. 6 pouces
12	12	12
3932 pouces.	1726 pouces.	246 pouces.

Le 2d. Exemple chiffré par la dernière méthode §. (363.)

Multipliez 3932 pouces de long
par 1726 pouces de large.

23592
7864
27524
3932

Superficie. 6786632 pouces quarrés
par 246 pces. de profondeur.

40719792
27146528
13573264

Solidité. 1669511472 pces. cubes, à diviſer par 1728 pouces cubes.

11431
10631
2634
9067
4272
816

Il vient 966152 pieds cubes & 816 pouc. cubes.

Diviſez enſuite ces 966152 pieds cubes par 216 pieds cubes.

1021
1575
632
200

Vous aurez 4472 Toiſes cubes 200 pieds cubes.

La Solidité eſt donc de 4472 Toiſes 200 pieds 816 pouces cubes, comme deſſus §. 359.

2°. *En Toiſes ſimples de 8 pieds.*

Longueur.	*Largeur.*	*Profondeur.*
54 T. 3 p. 8 pouces.	23 T. 5 p. 10 pouces.	3 T. 2 p. 6 pouces.
8	8	8
435 p. 8 pouces.	189 p. 10 pouces.	26 p. 6 pouces.
12	12	12
5228 pouces.	2278 pouces.	318 pouces.

Mult. 5228 pouces de long
par 2278 pouces de large.

41824
36596
10456
10456

Superficie. 11909384 pouces quarrés
par 318 pouces de profondeur.

95275072
11909384
35728152

Solidité. 3787184112 pouces cubes.

Diviſez ces 3787184112 pouces cubes par 1728 pouces cubes.

3311
15838
2864
11361
9931
12912
816

Il vient 2191657 pieds cubes & 816 pouces cubes.

Diviſez enſuite ces 2191657 pieds cubes par 512 pieds cubes.

1436
4125
297

Vous aurez 4280 Toiſ. cubes & 297 pieds cubes.

La Solidité eſt donc de 4280 Toiſes 297 pieds 816 pouces cubes, comme ci-deſſus §. 360.

3°. *En*

3°. *En Toiſes ſimples de* 10 *pieds.*

Longueur.	*Largeur.*	*Profondeur.*
54 T. 3 p. 8 pouces.	23 T. 5 p. 10 pouces.	3 T. 2 p. 6 pouces.
10	10	10
543 p. 8 pouces.	235 p. 10 pouces.	32 p. 6 pouces.
12	12	12
6524 pouces.	2830 pouces.	390 pouces.

Mult. 6524 pouces de long
par 2830 pouces de large.

195720
52192
13048

Superficie. 18462920 pouces quarrés
par 390 pouc. de profondeur.

166166280
55388760

Solidité. 7200538800 à diviſer par 1728 pouces cubes.

2885
11573
12058
16908
13560
14640
816

Il vient 4166978 pieds cubes & 816 pouces cubes.

Diviſez enſuite ces 4166978 pieds cubes par 1000 pieds cubes ;
Vous aurez 4166 Toiſes cubes & 978 pieds cubes.
La Solidité eſt donc de 4166 Toiſes 978 pieds 816 pouc. cubes (§. 361.)

Manière d'évaluer les pieds & pouces quarrés à tant la Toiſe quarrée.

§. 369. Pour évaluer tant de pieds & de pouces quarrés qu'on voudra à tant la Toiſe quarrée, on le fera toûjours par une Régle de Proportion, comme dans les Exemples ſuivans.

Exemple I. On demande la valeur de 31 pieds quarrés à L. 4. 15. ſ. la Toiſe quarrée.

1°. Supoſons-la à 36 pieds quarrés, & diſons;

Si 36 pieds quarrés coûtent L. 4. 15. ſ. combien 31 pieds quarrés?

Rép. L. 4. 1. ſ. 9 d. $\frac{2}{9}$.

4. 15.
124
pour 10. ſ. . . . 15. 10.
pour 5. ſ. . . . 7. 15.
147. 5.
3
20
65
29
12
348
24
36 $= \frac{2}{3}$.

2°. Supoſons-la à 64 pieds quarrés, & diſons;

Si 64 pieds quarrés coûtent L. 4. 15. ſ. combien 31 pieds quarrés?

Rép. L. 2. 6. ſ. — d. $\frac{3}{16}$

L. 4. 15.
124
15. 10.
7. 15.
147. 5.
19
20
385
1
12
64 $= \frac{3}{16}$.

3°. On voit bien que ſi la Toiſe eſt de 100 pieds quarrés, on fera de même, mais l'on diviſera par 100.

Exemple II. On demande la valeur de 96 pouces quarrés à L. 4. 15. ſ. la Toiſe quarrée. Ici il faut deux Régles de Trois, qui ſe font commodément par la Régle Conjointe.

Ainſi en ſupoſant la Toiſe ſimple de 6 pieds.

Si 144 pouces quarrés font 1 pied quarré,
Si 36 pieds quarrés coûtent L. 4. 15. ſ.

864	Combien 96 pouces quarrés ?	
432		384
5184	pr. 10 ſ. . .	48
	pr. 5 ſ. . .	24
Rép. L. — 1. ſ. 9. d.		456
		20
Ainſi on a la valeur		9120
de 31 pieds qui eſt L. 4. 1. 9 d.		3936
& de 96 pouc. —— — 1. 9.		12
Donc L. 4. 3. 6 d. pour		47232
31 pieds 96 pouc. quarr. à L. 4. 15 ſ. la Toiſe quarree.		576 Reſte qu'on néglige.

On évaluera auſſi par la Régle de Trois ou Conjointe les pieds & pouces cubes à tant la Toiſe cube.

§. 370. *Exemple I.* On demande la valeur de 200 pieds cubes à L. 1. 10. ſ. la Toiſe cube ?

Manière d'évaluer les pieds & pouces cubes à tant la Toiſe cube.

1°. Supoſons-là de 216 pieds cubes.

Si 216 pieds cubes coûtent L. 1. 10 ſ., combien 200 pieds cubes ?

Rép. L. 1. 7. ſ. 9. d.

pour 10 ſ. . . 100
300
84
20
1680
168
12
2016
Reſte . . 72 qu'on néglige.

2°. Supoſons-la de 512 pieds cubes.

Si 512 pieds cubes coûtent L. 1. 10. ſ., combien 200 pieds cubes?

Rép. L. — 11. ſ. 8. d.

pr. 10 ſ. . . 100
300
20
6000
880
368
12
4416
Reſte . 320 qu'on néglige.

3°. Suppoſons-la de 1000 pieds cubes.

Si 1000 pieds cubes coûtent L. 1. 10 ſ. combien 200 pieds cubes?

Rép. L. — 6 ſ — d.

pr. 10 ſ. 100
300
20
6000

Exemple II. On demande la valeur de 816 pouces cubes à L. 1. 10. ſ. la Toiſe cube? Ici il faut deux Régles de Trois ou la Régle Conjointe. Ainſi en ſupoſant la Toiſe ſimple de 6 pieds.

Si 1728 pouces cubes ſont 1 pied cube.
Si 216 pieds cubes coûtent L. 1. 10. ſ.

10368
1728
3456
373248

Combien 816 pouces cubes?

816
pr. 10 ſ. 408
1224
20
24480
12
293760

Rép. L. — — ſ. — d.

Ne pouvant produire un denier, on négligera alors la fraction de denier, qui ſeroit $\frac{293760}{373248} = \frac{85}{108}$ de denier, laquelle ne ſe peut payer.

Avis. §. 371. On ne ſe propoſe pas ici de montrer la manière de meſurer la ſuperficie ou la ſolidité de toutes les figures irrégulières que peuvent avoir les choſes

choſes étendues qui ſont l'objet du Calcul ; cela étant proprement du reſſort de la *Trigonométrie*. Il s'agit uniquement d'en montrer les opérations arithmétiques ; C'eſt pourquoi les Exemples que nous avons donnés ſupoſent les figures regulières. Dans celles qui ne le ſont pas, on ſuit les Régles de la Trigonometrie pour avoir les Dimenſions, & il n'eſt queſtion dans le calcul que de faire pluſieurs fois de ſemblables opérations à celles que nous avons vûes, en employant auſſi l'addition & la Souſtraction. Nous allons donner encore quelques Exemples.

Autres Exemples.

§. 372. Un Arbre taillé & équarré, à 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$ de large, & 2 pieds 5 pouc. $\frac{1}{4}$ d'épais, on en demande la valeur à raiſon de L. 12. 12. ſ. le pied quarré ?

Multipliez 3 pieds 7 pouces $\frac{1}{2}$ de large.
Par 2 pieds 5 pouces $\frac{1}{4}$ d'épais.

7 pieds 3 pouces.

pr. 4 pouces .	1.	2.	6 lig.
pr. 1 pouce .	—	3.	7 $\frac{1}{2}$
pr. $\frac{1}{4}$	—	—	10. $\frac{7}{8}$
Pieds quarrés.	8.	10 pouc. — lig.	$\frac{3}{8}$

à L. 12. 12 ſ. le pied quarré.

	100.	16	—
pr. 6 pouces .	6.	6	—
pr. 4 p.	—	4. 4	—
Rép. . . L.	111.	6 ſ.	—

Supoſé que le prix ſoit fixé à 1 ſ. 9 d. le pouce quarré. On réduit les Dimenſions en pouces.

3 pieds 7 pouc. 6 lig. de large
12

43 pouc. 6 lignes. d'épais
par 29 pouc. 3 lignes de large.

387
86

pr. 3 lig.	10.	10 lig $\frac{1}{2}$
pr. 6 lig.	14.	6
pouc. quarrés.	1272.	4 lig $\frac{1}{2}$

1272 pouc. 4 lig $\frac{1}{2}$
à 1. ſ. 9. d. le pouc.

1272

pr. 6 d. . .	636	
pr. 3 d. . .	318	
pr. 3 lign. —		5 d $\frac{3}{4}$
pr. 1 lign $\frac{1}{2}$ —		2 d $\frac{5}{8}$
	2226 ſ.	7 d $\frac{7}{8}$

Rép. L. 111. 6 ſ. 7 d $\frac{7}{8}$.

Une Pierre de Cornaline a $\frac{1}{4}$ de pied de long, $\frac{1}{6}$ de pieds de large, & $\frac{1}{3}$ de pouce d'épaiſſeur ; on demande 1°. quelle en eſt la Superficie, & 2°. quelle en eſt la Solidité ?

1°. Multi-

1°. Multipliant la longueur, $\frac{1}{4}$ par $\frac{1}{6}$ de large, on a $\frac{1}{24}$ de pied quarré pour la Superficie.

2°. Il faut multiplier la Superficie trouvée par l'épaiſſeur; mais comme cette dimenſion eſt ici exprimée en partie de pouce, au lieu que les autres le ſont en partie d'un pied, il faut conſidérer qu'un pouce étant $\frac{1}{12}$ du pied, il ſuit que $\frac{1}{3}$ de pouce eſt le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{12}$ de pied, ſavoir $\frac{1}{36}$ de pied: Ainſi l'épaiſſeur eſt $\frac{1}{36}$ de pied ce qui eſt egal à $\frac{1}{3}$ de pouce.

Multipliez donc la Superficie trouvée; $\frac{1}{24}$ de pied quarré, par l'épaiſſeur, $\frac{1}{36}$ de pied. Or $\frac{1}{24} \times \frac{1}{36} = \frac{1}{864}$ de pied cube pour la Solidité de la Cornaline.

Et pour évaluer cette fraction de pied cube en pouces cubes, dites;

Si 864 font 1728 pouces cubes combien 1?

000

Rép. 2 pouces cubes.

Autre Manière. La longueur de la Pierre eſt de 3 pouces, qui multipliés par 2 pouces de largeur, donne 6 pouces quarrés pour la ſuperficie, ce qui eſt la même valeur que le $\frac{1}{24}$ de pied quarré trouvé ci-deſſus.

Multipliez enſuite ces 6 pouces quarrés de ſuperficie par le $\frac{1}{3}$ de pouce d'épaiſſeur, & vous trouverez auſſi 2 pouces cubes pour la ſolidité.

Autrement encore. Réduiſez les dimenſions en Lignes, & multipliez 36 lignes de longueur par 24 lignes de largeur,

144
72

vous aurez 864 lignes quarrées de ſuperficie.
Multipliez par 4 lignes d'épaiſſeur.

On trouve 3456 lignes cubes de ſolidité.

Or 1728 lignes cubes font 1 pouce cube. Donc en diviſant 3456 lignes par 1728, on a 2 pouces cubes comme ci-deſſus.

Queſtion qui ſert de preuve à l'Exemple ci-deſſus. §. 355.

§. 373. Un Pré qui, à L. 4. 15 ſ. la Toiſe quarrée de 36 pieds quarrés, coûte L. 12567. 18. ſ. 6. d., & l'on ſait que la largeur de ce Pre eſt de 27 Toiſes 5 pieds 6 pouces. On demande quelle eſt ſa longueur.

1°. Si

1°. Si L. $4\frac{3}{4}$ font 1 Toiſe quarrée, combien L. 12567. 18. ſ. 6. d ?

4	4
19	50271. 14 ——
	122
2645 Toiſes quarrées 5 pieds 3 pouces 3 lignes de ſuperficie.	87
	111
	16. 14
	6
	100. 4
	5. 4
	12
	62. 8
	5. 8
	12
	64. 16
	7. 16

On a calculé la Toiſe quarrée comme la Toiſe ſimple, c'eſt-à-dire, comme ſi elle avoit 6 pieds, le pied 12 pouces, & le pouce 12 lignes, ſelon la Remarque §. 356.

2°. Pour trouver la longueur, il faut conſidérer que les Toiſes quarrées de la ſuperficie ſont le produit de la longueur par la largeur, ſi donc nous diviſons ce produit par la largeur, qui eſt l'une de ſes Racines, nous aurons au Quotient la longueur, qui eſt l'autre Racine, (1e. Partie §. 135.)

Largeur pour Diviſeur.	*Superficie pour Dividende.*
27 T. 5 p. 6 pouces.	2645 T. 5 p. 3 pces. 3 lignes.
6	6
167 p. 6 pouces.	15875. 1. 7. 6
2	2
335.	31750. 3. 3
	1600
94 Toiſes 4 p. 7 pouces longueur.	260
	6
	1563
	223
	12
	2679
	334

Il ne vient pas tout-à-fait 8 pouces, comme il le faudroit, parce que j'ai négligé 1 d. & la fraction qui eſt au produit §. 355.

Il eſt facile de voir la petite différence qu'il y auroit à obſerver, dans les deux Régles qu'on vient de faire, ſi l'on devoit compter la Toiſe ſimple de 8 ou de 10 pieds.

Connoiſſant la ſuperficie & l'une des Dimenſions trouver l'autre.

§. 374. Il paroît par cet Exemple que diviſant la ſuperficie connue par l'une de ſes Dimenſions, l'on trouve l'autre Dimenſion dans le Quotient.

§. 375. On a fait un Foſſé qui a 54 Toiſes 3 pieds 8 pouces de long & 3 Toiſes 2 pieds 6 pouces de profondeur, lequel, à raiſon de L. 1. 10 ſ. la Toiſe cube, a coûté L. 6709. 7. ſ. 10. d. On demande quelle eſt la largeur de ce Foſſé, la Toiſe ſimple étant comptée de 6 pieds?

Queſtion qui ſert de preuve à l'Exemple ci-deſſus §. 359.

1°. Si L. 1. 10 ſ. font 1 Toiſe cube, combien L. 6709. 7. ſ. 10. d?

2 | 2

3 | 13418. 15. ſ. 8. d.
14
21
8
2. 15. 8
6
16. 14
1. 14
12
20. 8
2
12
28. 16

4472 Toiſes cubes 5 pieds 6 pces. 9 lig. Voilà la ſolidité.

Reſte . . . 1. 16 qu'on néglig.

On a calculé la Toiſe cube de 6 pieds comme la Toiſe ſimple, ſelon la Remarque ci-deſſus §. 359. à la fin.

2°. Multipliez 54 T. 3 pieds 8 pces. de long.
par 3 T. 2 pieds 6 pces. de profondeur.

163 T. 5 pieds
pr. 2 pieds . 18. 1. 2 pces. 8 lignes
pr. 6 pouces . 4. 3. 3. 8

Toiſes quarrées. . . 186. 3 pieds 6 pces. 4 lignes. Superficie par la longueur & la profondeur.

3°. Par

3°. Par ces 186 T. 3 p. 6 pces. 4 lig. produit de la longueur & de la profondeur, diviſez la ſolidité 4472 T. 5 p. 6 pces. 9 lig.

6	6
1119 pieds	26837 p.
12	12
13434 pces. 4 lig.	322050 pces. 9 lign.
3	3
40303	966152 pces. 3 lign.
	160092
	39183 $\frac{1}{4}$
	6
	235099 $\frac{1}{2}$
	33584 $\frac{1}{2}$
	12
	403014
	40287
	12
	483444
	80414
	40111

On trouve 23 Toiſes 5 p. 9 pces. 11 lig. pr. la largeur du Foſſé.

NB. Il viendroit 10 pces. exactement ſi l'on n'avoit pas négligé un rompu.

§. 376. Il paroît, par cet Exemple, que diviſant la ſolidité connue par le produit de deux Dimenſions, l'on trouve la 3e. Dimenſion dans le Quotient.

Connoiſſant la ſolidité & le produit de deux Dimenſions trouver la 3e.

§. 377. Et ſi l'on diviſe la ſolidité connue par l'une de ſes Dimenſions, on aura, dans le Quotient, le produit des deux autres Dimenſions.

Et divisant la solidité par l'une des Dimensions, l'on trouve le produit des deux autres Dimensions dans le Quotient.

Ainsi, divisant la solidité de l'Exemple précédent 4472 T. 5. p^ds. 6 p^es. 9 lig. par 23 Toises 5 pieds 10 p^ces. de largeur

6

343 p. 10 p^ces.

6

863

6

26837. 3. 4. 6

6

161025. $\frac{3}{6}$. $\frac{3}{144}$

7472
5685
507
6

3044
455
12

5463
285
12

3420
831

On a 186 Toises quarrées 3 p. 6 p^ces. 3 lig. qui est le produit de la longueur par la profondeur, à 1 lig. près à cause du reste négligé.

Question servant de preuve à l'Exemple du §. 362.

§. 378. Une Pièce de Marbre qui a 191 pieds 672 pouces cubes dans sa solidité, 2 Toises 1 pied 4 pouces de long, & 1 pied 3 pouces d'épais; on demande quelle est sa largeur, en comptant la Toise simple de 8 pieds, & par conséquent, la Toise quarrée de 64 pieds quarrés, & la Toise cube de 512 pieds quarrés?

1°. Multipliez les 2 T. 1 p^d. 4 p^ces. de long, par 1 p^d. 3 p^ces. d'épais.

pr. 1 pied . . — 2 p^ds. 2 pouc.
pr. 3 pouc. — — 6 6 lignes

— 2 p^ds. 8 pouc. 6 lignes, qui sont des parties de Toise quarrée de 64 pieds quarrés, mais divisée, comme la Toise simple, en 8 pieds; le pied en 12 pouces & le pouce en 12 lignes.

2°. Ré-

2°. Réduiſez les 191 pieds 672 pouces cubes en parties de la Toiſe cube diviſée, comme la Toiſe ſimple, en 8 pieds, & pour cela dites;

Si 512 pieds cubes font 8 pieds, combien 191 pieds 672 pouces cubes?

64 1 ou 191 pieds $\frac{672}{1728}$ ($=\frac{7}{18}$.)

63 $\frac{7}{18}$
12
760 $\frac{2}{3}$
120
56 $\frac{2}{3}$
12
680
40
64 $=\frac{5}{8}$

Vous aurez 2 pieds 11 pouc. 10 lig $\frac{5}{8}$, qui eſt une autre manière d'exprimer la ſolidité, 191 pieds 672 pouces cubes.

3°. Diviſez cette ſolidité, 2 pieds 11 pouces 10 lignes $\frac{5}{8}$ par les 2 pieds 8 pces. 6 lig. produit de la longueur par l'épaiſſeur.

12 × 32 pouces 6 lig. = 35 pouces 10 lign $\frac{5}{8}$

2 × 65 = 71 pouces 9 lign $\frac{1}{4}$

6. 9 lign $\frac{1}{4}$
8
54. 2 lign.
12
650
000

(*) Vous aurez 1 Toiſe — p. 10 pouc. de large, ce qui répond à la Queſtion.

§. 379. Réduiſés les Dimenſions données en pouces, ſavoir;

2 Toiſes 1 pd. 4 pces. de long. × 8 = 17 pieds 4 pouces. × 12 = 208 pouces.

1 pd. 3 pces. d'épais. × 12 = 15 pouces.

Produit de la longueur par l'épaiſſeur. Mult. 208 pces. de long. par 15 pces. d'épais.

10.40
208
3120 pces. quarrés.

Le même Calcul en réduiſant tout en pouces.

(*) Comme le Diviſeur & le Dividende ſont des parties, le premier, de Toiſe quarrée, & le ſecond de Toiſe cube; & que le Diviſeur, qui eſt une ſuperficie, eſt inférieur au Dividende, qui eſt la ſolidité: C'eſt la raiſon pourquoi la 1ere. eſpeçe du Quotient eſt 1 Toiſe.

Le produit de deux dimenſions étant en pouces quarrés, il faut auſſi réduire celui de la ſolidité en pouces cubes.

Multipliez donc 1728 pouces cubes que contient 1 pied cube,
par les 191 pieds 672 pouces cubes.

1728
15552
1728
672

Et diviſez ces 330720 pouces cubes par les 3120 pouces quarrés
18720
0000 Vous trouverez 106 pouces pour la largeur
qui font 8 pieds 10 pouces
ou 1 Toiſe — p. 10 pouces.

Queſtion ſervant de Preuve au ſecond Ex. du §. 372.

§. 380. Une Cornaline a 2 pouces cubes ou $\frac{1}{864}$ de pied cube dans ſa ſolidité, 2 pouces ou $\frac{1}{6}$ de pied de large, & 4 lignes ou $\frac{1}{3}$ de pouces d'épais; on demande quelle eſt ſa longueur?

On peut s'y prendre de deux manières.

I. Diviſez 1°. la ſolidité par la largeur.

Diviſeur. à diviſer.
Largeur. $\frac{1}{6}$ × $\frac{1}{864}$ *Solidité. Quotient.* $\frac{6}{864} = \frac{1}{144}$ de pied quarré.

Et 2°. Diviſez $\frac{1}{144}$ de pied quarré par $\frac{1}{3}$ de pouce d'épais, qui eſt $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{12}$ de pied, ſavoir $\frac{1}{36}$ de pied.

Diviſeur. Dividende.
Epaiſſeur. $\frac{1}{36}$ × $\frac{1}{144}$ *Superficie. Quotient.* $\frac{36}{144} = \frac{1}{4}$ de pied de long ou 3 pouces; & c'eſt la reponſe à la Queſtion propoſée.

II. Diviſez 1°. la ſolidité par l'épaiſſeur, $\frac{1}{36}$ de pied.

Diviſeur. à diviſer.
Epaiſſeur. $\frac{1}{36}$ × $\frac{1}{864}$ *Solidité. Quotient.* $\frac{36}{864} = \frac{3}{72} = \frac{1}{24}$ de p^d. quarr.

Et 2°. diviſez $\frac{1}{24}$ de pied quarré par $\frac{1}{6}$ de pied en largeur.

Diviſeur. Dividende.
Largeur. $\frac{1}{6}$ × $\frac{1}{24}$ *Superficie. Quotient.* $\frac{6}{24} = \frac{1}{4}$ de pied de long ou 3 pouces, comme de la 1re. manière.

Deux autres méthodes.

§. 381. I. Diviſez 1°. les 2 pouces cubes de ſolidité par 2 pouces de large, le Quotient eſt 1 pouce quarré de ſuperficie.

2°. Diviſez

2°. Diviſez 1 pouce quarré par $\frac{1}{3}$ de pouce d'épais, le quotient de 1 par $\frac{1}{3}$ eſt 3. C'eſt donc 3 pouces de long.

II. Diviſez 1°. les 2 pouces cubes par l'épaiſſeur qui eſt $\frac{1}{3}$ de pouce: or 2 diviſez par $\frac{1}{3}$ donne 6 au Quotient; c'eſt donc 6 pouces quarrés de ſuperficie.

Diviſez 2°. ces 6 pouces quarrés par les 2 pouces de large, le Quotient eſt 3 pouces de long, comme ci-deſſus.

Aplication à des Exemples de la Régle de Proportion compoſée.

§. 382. Parmi les Exemples que j'ai donné de la Règle de Proportion compoſée, il y en a qui peuvent être chiffrés ſans le ſecours de cette Régle, parce que, s'agiſſant là de Dimenſions, on peut les réſoudre par les Régles que nous avons données pour les calculs où il eſt queſtion des deux ou des trois Dimenſions.

Tel eſt 1°. le VI. Exemple, (§. 209.) où l'on demande combien coûtera une pièce de Terre de 25 Toiſes de long ſur 10 de large, à proportion qu'une autre Pièce de 20 Toiſes de long ſur 15 de large, a coûté L. 1000.

Cherchez 1°. la ſuperficie de l'une & de l'autre piece de Terre, vous aurez pour la première 250 Toiſes quarrées, & pour la ſeconde 300 Toiſes quarrées.

Puis dites Si 300 T. quarrées coûtent L. 1000, combien 250 T. quarrée?

1000

2,000|0

Rép. L. 833.0.1.0.d.

Tel eſt 2°. le VIII. Exemple (§. 211.) où l'on demande combien il faut de Briques de 8 pouces de long, 4 pcs. de large & 3 pcs. d'épais, pour faire une muraille; à proportion que, pour une ſemblable muraille, on a employé 5400 Briques de 6 pouces de long, 3 pouces de larges & 2 pouces d'épais.

Cherchez 1°. la ſolidité des deux ſortes de Briques.

8 pouces de long	6 pouces de long
4 pouces de large	3 pouces de large
32 pouces quarrés ſuperficie	18 pouces quarrés de ſuperficie
3 pouces d'épais.	2 pouces d'épais.
96 pouces cubes de ſolidité.	36 pouces cubes de ſolidité.

Puis

Puis dites:

Si des Briques de 36 pouces cubes il en faut 5400, combien de celle de 96 pouces cubes? Et comme plus elles ont de ſolidité, plus elle font de volume, & que parconſéquent, il en faut moins, c'eſt ici une Proportion indirecte, où le nombre des Briques qu'on cherche doit être plus petit que celui de 5400, à proportion que 96 eſt plus grand que 36. On a donc

96 pouces	36 pouces	: :	5400 Briques
8.	3.		675
1.			3
			2025

Rép. . . 2025 Briques.

Tel eſt 3°. le XIe. Exemple (§. 214.) où il s'agit de trouver dans combien de tems 750 Pionniers feront un foſſe de 1050 Toiſes de longueur ſur 10 de large & 7½ de profondeur, à proportion que 500 Pionniers ont fait un autre foſſé de 1200 Toiſes de longueur ſur 15 de large & 6 de profondeur, dans l'eſpace de 2 mois.

1050 T. de long	1200 T. de long
10 T. de large	15 T. de large
10500 T. quarrées de ſuperficie.	18000 T. quarrées ſuperficie
7½ T. de profondeur	6 T. profondeur
73500	108000 T. cubes de ſolidité.
5250	
78750 T. cubes de ſolidité.	

Enſuite comme il y a ici deux Raports à conſidérer, celui de la ſolidité des deux Foſſes, & celui du nombre des Pionniers, on rangera les 4 termes de ces deux raiſons de Régle de Proportion compoſée, ſuivant l'ordre qu'on a expliqué quand on a traité de ce cette Régle.

Antecedens.	*Conſéquens.*
750 Pionniers.	500 Pionniers. 60 j.
108000 T. cubes.	78750 T. cubes.

Les

Les termes diminués autant qu'ils peuvent l'être ſuivant les Régles, ſe trouvent réduits à ceux-ci:

$$\begin{array}{cc} 1. & 1 \\ 6. & 175 \end{array} :: 1$$

On n'a donc qu'à diviſer 175 par 6, en prenant la 6e. & l'on trouve $29\frac{1}{6}$ jours pour réponſe à la Queſtion.

Tel eſt enfin l'exemple XII. (§. 215.) où l'on demande combien coûteront 20 aunes d'un drap de $\frac{3}{4}$ d'aune de large, à proportion que 7 aunes $\frac{3}{7}$ d'un drap de même qualité, mais de $\frac{5}{6}$ d'aunes de large, a coûté L. 52. 10ſ.

20 aunes par $\frac{3}{4}$ de large donne 15 aun. quarr. de ſuperfic.

7 aunes $\frac{3}{7}$ multiplié par $\frac{5}{6}$ de large.
pr. $\frac{5}{6}$ 3 aunes $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$
pr. $\frac{3}{7}$ 2. $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$

6 aunes $\frac{7}{18}$ quarrées de ſuperficie.

Puis dites

Si 6 aunes $\frac{7}{18}$ quarrées coûtent L. 52. 10ſ., comb. couteront 15 aun. quarrées?

18	18	* 2835	3
115	416	53	
23	529	75	
	945	6	
	3	20	
	2835. *	120	
		5	
		12	
		60	
		14	

Rép. L. 123. 5ſ. 2. d $\frac{14}{15}$.

§. 383. On a vû (§. 375 *& ſuivans*,) 1°. que diviſant la ſolidité connue en meſures cubes par l'une des Dimenſions, le Quotient donne des meſures quarrées pour le produit des deux autres Dimenſions. Conſéquences.

2°. Que ſi l'on diviſe la ſolidité connue en meſures cubes par la ſuperficie connue en meſures quarrées, c'eſt-à-dire, par le produit de deux Dimenſions, le Quotient donne l'autre Dimenſion.

3°. Enfin que ſi l'on diviſe la ſuperficie connue en meſures quarrées, c'eſt à dire, le produit de deux Dimenſions, par l'une des Dimenſions, le Quotient donnera l'autre Dimenſion.

§. 384. Mais on voit que dans ces ſuperficies & ces ſolides dont les Dimenſions ſont inégales, il faut en connoître une ou deux pour trouver l'inconnue; au lieu que lorſqu'une ſuperficie eſt quarrée; ou qu'un ſolide eſt cube, De l'Extraction des Racines quarrée & cube.

cube, toutes les Dimenſions étant égales, dès qu'on en connoit une, on les connoit toutes. Or une ſuperficie quarrée étant connue, on peut trouver quelles ſont ſes deux Dimenſions égales, en extraiſant la Racine quarrée de ce nombre quarré. De même un ſolide cube étant donné, on trouvera quelles ſont ſes trois Dimenſions égales en extraiſant la Racine cube de ce nombre cube.

MÉTHODE POUR EXTRAIRE LA RACINE QUARRÉE.

1er. Principe. §. 385. ON trouve, par le moyen de l'Algèbre, que tout nombre Quarré contient 1°. le quarré de chacun des caractères de ſa Racine 2°. pluſieurs nombres plans qui ſont formés, ſavoir; Les premiers du double du 1er. caractère à gauche de la Racine multiplié par le ſecond, par le 3e. par le 4e. caractere, &c. Les ſeconds, du double du 2d. caractère de la Racine multiplié par le 3e. par le 4e. caractère, &c. Les troiſièmes du double du 3e. caractère de la Racine multiplié par le 4e. par le 5e. caractère &c. & ainſi de ſuite. On peut s'en convaincre en formant de cette manière un nombre quarré.

Soit 2345 la Racine quarrée,

2345

11725
9380
7035
4690

Donc 5499025 eſt le Nombre quarré.

Or

Or ce nombre quarré contient exactement;

1°. Le quarré du 1er. caractère de la Racine, qui eſt 2 mille, dont le quarré eſt	4000000
Le quarré de 3 cent, 2d. caractère de la Racine. . .	90000
Le quarré de 4 dixaines, 3e. caractère	1600
Le quarré de 5, 4e. caractère	25
2°. Le Nombre plan formé de 4 mille, double du 1er. caractère de la Racine, multiplié par 3 cent, 2d. caractère	1200000
Le plan auſſi de 4 mille par 4 dixaines, 3e. caractères . .	160000
Le plan auſſi de 4 mille par 5, 4e. caractère . . .	200000
Plus le plan de 6 cent, double du 2d. caractère, par 4 dixaines, 3e. caractère	24000
Le plan auſſi de 6 cent par 5, 4e. caractère	3000
Plus le plan de 8 dixaines, double du 3e. caractère, par le 4e. & dernier caractère, 5.	400
On trouve le nombre quarré ci-deſſus.	5499025

§. 386. Si l'on partage enſuite ce nombre quarré en ſections de deux en deux chiffres de la droite à la gauche, comme j'ai fait dans cet Exemple, on trouvera 1°. autant de ſections qu'il y a de caractères à ſa Racine, & que la dernière ſection à gauche peut n'avoir qu'une figure. 2d. Principe

2°. Que le quarré du 1er. caractère de la Racine eſt dans cette dernière ſection à gauche, que je nommerai la première ſection; Que le quarré du ſecond caractère de la Racine ſe trouve dans la ſeconde ſection; Que le quarré du 3e. caractère eſt dans la 3e. ſection; Que le quarré du 4e. caractère eſt dans la 4e. ſection, & ainſi de ſuite.

3°. Que le 1er. nombre plan ſe trouve dans la 1re. & 2de. ſection, commençant toujours à gauche; Que le ſecond plan eſt dans la 2de. ſection; Que le 3e. plan eſt dans la 2de. & 3e. ſection; Que le 4e. plan eſt auſſi dans la 2de. & 3e. ſection; Que le 5e. plan eſt dans la 3e. ſection; Que le 6e. plan eſt dans la 3e. & 4e. ſection, & ainſi de ſuite.

Cela étant poſé, voici la Méthode d'extraire la Racine quarrée.

Prenons pour exemple le même nombre quarré, 5499025, dont nous ſupoſons qu'on ignore la Racine quarrée, & cherchons-la

§. 387. D'abord on le partage en ſections de deux en deux chiffres de la droite à la gauche, & y trouvant 4 ſections, nous concluons qu'il y aura 4 figures à ſa Racine. Et 1°. tirons la Racine quarrée de la première ſection à gauche, ſavoir de 5, On trouve 2 pour la Racine quarrée de 4; 2 eſt donc la 1ere. figure de la Racine que nous cherchons. 2°. Retranchons ſon quarré de cette ſection, où il eſt contenu,

5|49|90|25
1 49

Méthode d'extraire la Racine quarrée Exemple I.

par le 2^d. Principe, il reſte 1. 3°. Abaiſſons les deux chiffres de la ſection ſuivante, nous avons 149, qui, par le même principe, contient le 1er. nombre plan. 4°. Doublons la 1ere. Figure trouvée, nous avons 4, pour 1ere. Racine de ce plan. 5°. Diviſons 14) par ce double, 4, nous aurons l'autre (1ere. *Partie* §. 135.) ſavoir 3, qui par le 1er. principe, eſt le 2^d. chiffre de la Racine. Et comme, par le ſecond principe, le quarré de ce ſecond chiffre eſt contenu dans la 2de. ſection, je mets auſſi ce 2^d. chiffre 3, à côté de 4, double du premier par lequel j'ai diviſé 14, afin d'avoir 43 à multiplier. 6°. par ce 2^d. chiffre 3, & 7°. je ſouſtrais le produit 129 de 149, ce qui laiſſe 20 de reſte.

Vous voyez que par là, je retranche de 149, à la fois le 1er. plan & le quarré de 3, qui y ſont contenus l'un & l'autre.

	43	
Racine	23	5|49|90|25
		1 49
		20

Récapitulation de la méthode de trouver les deux prémières figures de la Racine.

§. 388. Avant que d'aller plus loin, récapitulons la Méthode par laquelle on vient de trouver les deux premières figures de la Racine. 1°. On prend la Racine quarrée de la première ſection, ce qui donne la 1ere. figure de la Racine. 2°. On retranche ſon quarré de la 1er. ſection. 3°. On abaiſſe les deux figures de la 2de. ſection. 4°. On double la 1ere. figure qu'on a trouvée de la Racine. 5°. On diviſe par ce double le nombre formé du reſte de la 1ere. ſection & des deux chiffres de la 2de.; le Quotient eſt le 2^d. chiffre de la Racine cherchée, lequel on poſe auſſi à droite du Diviſeur, qui étant ainſi augmenté d'une figure, on le multiplie 6°. par le 2^d. chiffre de la Racine, & l'on retranche enfin le produit.

Les deux premiers de ces ſept articles, n'ont lieu que pour la 1ere. ſection & pour trouver la 1ere. figure de la Racine; mais les cinq autres ſe répétent, comme on va le voir dans la continuation de l'Exemple.

Continuation de la méthode.

§. 389. Pour trouver la 3e. figure de la Racine, j'abaiſſe les deux chiffres de la 3e. ſection à côté du Reſte des deux prémières, & j'ai ici 2090, à diviſer par 46 ſavoir par le double des deux 1res. figures trouvées de la Racine. Je dis donc, 4 en 20, y eſt 5 fois; Mais ſi je mettois 5 pour 3e. figure à la Racine & pour 3e. figure au diviſeur 46, le produit de 465 par 5, ne pourroit être retranché de 2090, ainſi je ne mets que 4 pour 3e. figure de la Racine, & pour 3e. chiffre au diviſeur; Puis je multiplie le Diviſeur ainſi augmenté, ſavoir 464, par 4, 3e. figure de la Racine, en retranchant le produit du nombre 2090, & il reſte 234.

	43. 464.	
Racine	234	5|49|90|25
		1 49
		20 90
		2 34

Pour

Pour avoir la 4e figure de la Racine, j'abaiſſe les deux chiffres de la 4e. ſection à côté du reſte que j'ai eu, & j'ai 23425 a diviſer par 468, ſavoir par le double des trois premieres figures trouvées de la Racine. Je dis donc, 4 en 23, y eſt 5 fois; je poſe donc 5 pour 4e. figure de la Racine, & pour 4e. Chiffre au Diviſeur. Puis je multiplie le Diviſeur ainſi augmenté, ſavoir 4685, par 5, 4e. figure de la Racine, en retranchant le produit du nombre 23425, & il ne reſte rien, ce qui fait connoître que 5495025 eſt un Nombre quarré dont la Racine eſt 2345, comme il a été prouvé ci-devant.

43.464.4685.	
Racine.	5|49|90|25.
2345.	149
	2090
	2342 5
	0000

S'il y avoit une 5e. 6e. ſection, &c. on procéderoit de la même manière pour une 5e. 6e. figure &c. à la Racine.

§. 390. La demonſtration de la Methode d'extraire la Racine quarrée conſiſte à faire voir que par ſon moyen, on retranche exactement du nombre propoſé toutes les parties dont nous avons vû (§. 385) qu'il eſt compoſé. Or, en ſe rendant attentif à la Methode que nous venons d'expliquer, il eſt aiſé de voir, qu'en la ſuivant, ce retranchement ſe fait exactement, & qu'on trouve par ſon moyen la Racine quarrée du nombre propoſé. Car 1°. on retranche de la 1ere. ſection le quarré de la 1ere. figure de la Racine; 2°. On retranche du reſte de la 1ere. ſection joint à la 2de. le nombre plan formé du double du 1er. chiffre de la Racine par le 2d. chiffre avec le quarré de ce 2d. chiffre; 3°. On retranche du Reſte joint à la 3e. ſection, les plans formés du double des deux premiers chiffres de la Racine par le 3e. chiffre avec le quarré de ce 3e. chiffre, &c. On voit auſſi qu'on retranche ces plans & ces quarrés exactement des ſections où nous avons vû (§. 386.) qu'ils ſont contenus. Démonſtration de cette methode.

EXEMPLE II.

Où il y a des zéro à la Racine.

§. 391. Soit le nombre 490840300, dont on veut extraire la Racine quarrée.

14006.	
Racine. 70060.	49|08|40|36|00
	. . 00 40 36
	0000000

Avant pû partager le nombre donné en cinq ſections, l'on voit que la Racine doit avoir cinq figures.

1°. Je prens la Racine quarrée de la 1ere. ſection, 49, qui eſt 7, & c'eſt la 1ere. figure de la Racine, dont le quarré étant retranché il ne reſte rien.

2°. J'abaiſſe les deux figures de la 2de. ſection, mais je n'ai que 8, que je ne puis diviſer par 14, double de la 1ere. figure de la Racine, je poſe donc 0 pour la 2de figure.

3°. J'abaiſſe la 3e. ſection, mais je n'ai alors que 840, que je ne puis diviſer par 140. double, des deux 1res. figures de la Racine, parce que ſi je mettois ſeulement 1 pour 3e. figure, il faudroit auſſi la mettre au Diviſeur pour 4e. figure, qui ſe trouvant alors 1401, ne pourroit être retranché de 840. Je poſe donc 0 pour 3e. figure de la Racine.

4°. J'abaiſſe la 4e. ſection 36, & j'ai 84036, que je diviſe par 1400, double des trois premieres trouvées de la Racine, en diſant 1 en 8, y eſt 8 fois; Mais ſi je mettois 8, & même ſeulement 7 pour la 4e. figure de la Racine, j'aurois 14007 à multiplier par 7, dont le produit, 98049, ne pourroit être retranché de 84036: Je ne mets donc que 6 pour 4e. figure de la Racine, & pour 5e. figure au Diviſeur; Multipliant donc 14006 par 6, & retranchant le produit, il ne reſte rien.

Enfin j'abaiſſe la dernière ſection, mais n'ayant que des zéro, je poſe 0 pour 5e. & dernière figure de la Racine.

Remarque & Preuve. §. 392. On voit que chaque ſection fournit une figure de la Racine, qui eſt un chiffre ſignificatif ou un zéro.

Ainſi le Nombre propoſé eſt quarré, & ſa Racine eſt 70060. La Preuve en eſt que multipliant 70060

par lui-même 70060

4203600
490420

On a le Nombre donné . . 4908403600

EXEMPLE III.

Aplication. §. 393. Supoſé qu'on ait 20596 Soldats, dont il s'agit de former un Bataillon quarré à Centre plein; on demande combien il y aura de lignes égales, & par conſéquent de ſoldats à chaque ligne?

Pour le ſavoir, il faut extraire la Racine quarrée de ce nombre, car ſi l'on n'avoit que 16 ſoldats, il eſt évident que le Bataillon quarré ſeroit formé de 4 lignes de 4 ſoldats chacune, comme on voit à cette figure, dont les points repréſentent les ſoldats.

. . . .
. . . .
. . . .
. . . .

Or 4 eſt la Racine quarrée de 16. Extraiſons donc la Racine quarrée du Nombre donné.

Ayant

Ayant pû partager le nombre donné en trois ſections, la Racine aura trois figures.

1°. Je prens la Racine quarrée de 2, on trouve 1 pour la Racine de 1. Ainſi 1 eſt la 1re. figure de la Racine qu'on cherche.

	24. 283	2|05|96.
Racine.	143.	105
		996
	Reſte	147

2°. Je retranche le quarré de 1, qui eſt 1, du nombre 2, & il reſte 1.

3°. J'abaiſſe les deux figures de la 2de. ſection, & j'ai 105, que je diviſe 4°. par 2, double de la 1re. figure qu'on a trouvée, en diſant, 2 en 10, y eſt 5 fois, mais ſi je poſois 5 pour la 2de. figure de la Racine, il la faudroit auſſi poſer pour 2de. figure du diviſeur, qui ſeroit alors 25, & multipliant 25 par 5, le produit; 125, ne pourroit être retranché de 105. Je ne poſe donc que 4 pour 2de. figure à la Racine & au Diviſeur; Multipliant donc 5°. 24 par 4, j'ai 96, que je retranche de 105, il reſte 9.

Enſuite, j'abaiſſe les figures de la 3e. ſection, & j'ai 996, à diviſer par 28, double des deux premières figures de la Racine, en diſant, 2 en 9, y eſt 4 fois. Mais ſi je mettois 4 pour 3e. figure à la Racine & au diviſeur, qui ſeroit alors 284, il faudroit multiplier 284 par 4, mais le produit ne pourroit être retranché de 996. Je ne mets donc que 3 pour 3e. figure de la Racine & au diviſeur; multipliant donc 283 par 3, & retranchant le produit, il reſte 147, parce que ce nombre n'eſt pas quarré, mais ſa Racine la plus aprochante en nombre entier eſt 143, ce qui ſuffit pour répondre à la Queſtion propoſée, ſavoir qu'il faut faire 143 lignes de 143 ſoldats chacune, & l'on aura formé le Bataillon quarré à Centre plein. Il y aura 147 hommes de reſte.

La preuve en eſt que multipliant 143
par 143

429
572
143

On a 20449, Nombre quarré.
Ajoûtant le reſte 147.
On a . . . 20596, Nombre donné.

§. 394. Si l'on demande comment on peut évaluer le Reſte en fraction, je répons d'abord que tout nombre qui, par la methode preſcrite, laiſſe un reſte, n'eſt pas un nombre quarré. On pourroit penſer qu'il y a quelque fraction qui ajoûtée à la Racine trouvée en nombre entier, feroit ſa Racine quarrée exactement. Par exemple le nombre 12, n'eſt pas un nombre quarré, mais ſa Racine quarrée la plus aprochante en Nombre entier eſt 3, dont le quarré, 9, étant retranché, il reſte 3.

Quand après avoir fait l'opération preſcrite, il y a un reſte, c'eſt une marque

Supoſons que cette fraction ſoit $\frac{1}{2}$, il faudroit que $3\frac{1}{2}$ multiplié par $3\frac{1}{2}$, fit exactement

que le Nombre n'eſt pas quarré.

exactement 12, afin que $3\frac{1}{2}$ fut exactement ſa Racine quarrée, & que 12 fut un vrai nombre quarré; mais $3\frac{1}{2} \times 3\frac{1}{2}$, ou $\frac{7}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{49}{4}$, c'eſt-à-dire, $12\frac{1}{4}$: Donc la fraction $\frac{1}{2}$ eſt trop grande.

Que tout nombre entier ne peut avoir une Racine quarrée avec fraction.

§. 395. Si l'on penſe qu'il y ait une fraction un peu plus petite que $\frac{1}{2}$, qui ajoutée à 3, faſſe exactement la Racine quarrée de 12; je répons qu'on la chercheroit en vain, parce que tout nombre entier dont la Racine quarrée n'eſt pas un nombre entier, ne peut en avoir une en fraction: La Raiſon en eſt que tout nombre fractionnaire, c'eſt-à-dire, toute fraction quelconque multipliée par elle-même ne peut donner au produit un Nombre entier. On peut s'en convaincre facilement quand il s'agit d'une fraction dont le Numérateur eſt inférieur au Dénominateur, voyez 2de. Partie §. 74, 75 & 76.

§. 396. Quand le Numérateur eſt plus grand que le Dénominateur, la démonſtration n'eſt pas ſi facile. Voici comment je raiſonne: Dans ce cas il faut néceſſairement que le Dénominateur ne ſoit pas aliquote du Numérateur, ou, ce qui eſt la même choſe, que le Numérateur ne ſoit pas multiple du Dénominateur, parce que s'il l'étoit, la fraction ſeroit égale à un nombre entier, & ne ſeroit pas par conſéquent, une fraction proprement dite.

Théorême, c'eſt-à-dire Propoſition dont il faut démontrer la vérité.

§. 397. Il s'agit donc de prouver *Que toute Fraction, dont le Numérateur n'eſt pas multiple du Dénominateur, étant multipliée par elle-même, donnera une autre Fraction, dont les termes ſeront des Nombres quarrés, mais dont la valeur ne ſera pas un Nombre entier, parce que le Numérateur ne ſera pas multiple du Dénominateur.*

Pour la démonſtration, il ſera plus commode que la Fraction ſoit réduite en ſes moindres termes, enſorte qu'ils ſoient premiers entr'eux, c'eſt-à-dire, qu'ils n'aient point d'autre Meſure commune que l'Unité.

Cela poſé, je dis que dans toute fraction dont le Numérateur n'eſt pas multiple du Dénominateur, le quarré du prémier ne ſauroit être multiple du quarré du ſecond; ou le produit du Numérateur par lui-même. (On ſait que l'on multiplie une fraction par elle-même en multipliant chacun de ſes deux termes par lui-même).

Soit la Fraction $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$. Le quarré de cette Fraction eſt $\frac{25}{9} = 2\frac{7}{9}$. Il faut prouver que le Numérateur, 5, de la fraction $\frac{5}{3}$ n'étant pas multiple de ſon Dénominateur, 3, le quarré de 5, qui eſt 25, ne peut être multiple du quarré de 3, qui eſt 9.

1°. Je dis que puiſque 5 n'eſt pas multiple de 3, 25 ne l'eſt pas non plus. 25 c'eſt 5 fois 5: Si 5 étoit multiple de 3, il eſt évident que 25 en ſeroit un multiple quintuple. D'où il ſuit que 5 n'étant pas multiple de 3, le quarré de 5 ne l'eſt pas non plus.

2°. Puiſque le quarré de 5, ſavoir 25; ne peut être multiple de 3, il ne peut non plus l'être de 9. quarré de 3, car ſi 25 étoit multiple de 9, il le ſeroit des aliquotes ou ſous-multiples de 9, & par conſéquent de 3.

Or

Or on a prouvé que 25 ne peut être multiple de 3, il ne l'eſt donc pas de 9.

Donc les quarrés des termes 5 & 3 ſont premiers entr'eux des que 5 & 3 le ſont. Et comme on peut apliquer le même raiſonnement à toute autre fraction dont le Numerateur ne ſera pas multiple du Dénominateur, il s'enſuit que toute Fraction, dont le Numerateur n'eſt pas multiple du Dénominateur, étant multipliée par elle-méme, donne une autre Fraction dont les termes ſont des Nombres quarrés, mais premiers entr'eux, donc par conſequent, le Numerateur n'eſt pas multiple du Denominateur. Ainſi la valeur de cette fraction ne ſauroit etre un Nombre Entier; ce qu'il faloit démontrer.

§. 398. Il eſt donc démontré 1°. Que tout nombre entier qui n'a pas une Racine quarrée en nombre entier, ne peut en avoir une en nombre fractionnaire, & que ce nombre n'eſt pas quarré. Conſéquences.

2°. Que tout nombre fractionnaire, c'eſt-à-dire, tout nombre accompagné d'une fraction, étant multiplié par lui-meme, ne ſauroit donner au produit un nombre entier.

§. 399. Quoi-qu'on ne puiſſe pas trouver exactement la Racine quarrée d'un nombre qui n'eſt pas quarré, quelque fraction qu'on ajoûte à la Racine trouvée par la méthode preſcrite; on peut cependant en aprocher, même à l'infini. Pour cet effet, conſiderez que la Racine quarrée de 100 eſt 10, que celle de 10000 eſt 100, que celle de 1000000 eſt 1000. &c. Aproximation des [illegible] Racines.

Si donc vous multipliez par 100 le nombre dont il s'agit d'extraire la Racine quarrée, vous le réduirez en centiémes; & en extraiſant la Racine quarrée, vous aurez des dixiémes à cette Racine, qui ne differera de la véritable que de $\frac{1}{10}$ au plus.

Si vous le multipliez par 10000, vous le réduirez en dix milliémes; & en extraiſant la Racine quarrée, vous aurez des centiémes à cette Racine, qui ne differera de la veritable que de $\frac{1}{100}$ au plus.

Si vous le multipliez par 1000000, vous le réduirez en millioniémes; & en extraiſant la Racine quarrée, vous aurez des milliémes a cette Racine, qui ne differera de la véritable que de $\frac{1}{1000}$ au plus, & ainſi de ſuite.

On voit qu'il ne s'agit que d'ajoûter au nombre dont on doit extraire la Racine quarrée, deux zéro, pour avoir des dixiémes à la Racine; ou quatre zéro, pour avoir des centiémes à la Racine; ou ſix zéro, pour avoir des milliemes à la Racine, &c.

1er. Exemple. §. 400. Supoſons qu'on demande la Racine quarrée, à $\frac{1}{10}$ près, de 20596, nombre que nous avons vû n'être pas quarré. En le multipliant par 100, on a 2|05|96|00. Centiémes.

24. 283. 2865. 1 05

Racine quarrée. 1435. dixiémes. 9 96

ou $143\frac{1}{2}$ 1 47 00

Reſte 3 75

La Racine quarrée de 20596. eſt donc . . $143\frac{1}{2}$ à moins de $\frac{1}{10}$ près, puiſqu'il y a un Reſte.

$143\frac{1}{2}$

429

572

143

$71\frac{3}{4}$

$71\frac{1}{2}$

$20592\frac{1}{4}$. Quarré de $143\frac{1}{2}$

Il manque $3\frac{3}{4}$ ſeulement.

20596. Nombre donné.

2d. Exemple. §. 401. Si l'on veut avoir la Racine quarrée à $\frac{1}{1000}$ près, on ajoûte ſix zéro au nombre 20596. Et l'on a, pour en extraire la Racine quarrée

2|05|96|00|00|00

24. 283. 2865. 28701. 287023. 1 05

Racine quarrée. 143513 milliémes, 996

14700

ou $143\frac{513}{1000}$ pour Racine où il ne manque pas $\frac{1}{1000}$ 37500

879900

Reſte 18831

Multipliez 143513

par 143513

430549

143513

717565

430539

574052

143513

20595981179. Produit du Numérateur, par lui-même, qui diviſé par 1000000 produit du Dénominateur auſſi par lui-même donne $20595\frac{981179}{1000000}$

Il ne manque donc que . . . . $\frac{18821}{1000000}$,

20596. Nombre donné.

Il eſt clair que ſi l'on ajoûte 8 zéro au nombre donné, on aura la Racine à $\frac{1}{10000}$ près; & qu'on peut ainſi en aprocher à l'infini à meſure qu'on ajoûtera davantage de zéro, deux à deux.

Extraire la Racine quarrée des Fractions.

§. 402. L'on extrait auſſi la Racine quarrée des Fractions. Toute fraction étant multipliée par elle-même donne ſon Quarré; Or pour multiplier une fraction par elle-même, il faut multiplier chacun de ſes termes par lui-même. Donc pour avoir la Racine quarrée d'une fraction, il faut extraire celle de chacun de ſes termes par la méthode preſcrite.

Ainſi le quarré de $\frac{2}{3}$ eſt $\frac{4}{9}$, parce que $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$.

Donc pour avoir la Racine quarée de $\frac{4}{9}$, je prens la Racine quarrée de chaque terme, & j'ai $\frac{2}{3}$.

Il ſuit de-là que ſi les deux termes d'une fraction ne ſont pas des nombres quarrés, on ne pourra en avoir la Racine quarrée que par aproximation, en opérant ſur chaque terme, où ſur celui des termes qui n'eſt pas quarré, par la méthode du §. 399.

Extraire la Racine d'un nombre fractionnaire ou Mixte.

§. 403. Si l'on a à extraire la Racine quarrée d'un nombre mixte, il eſt facile de voir qu'il faut d'abord le réduire en fraction, dont on extraira la Racine quarrée de chaque terme.

Soit $5\frac{1}{16}$ dont on demande la Racine quarrée.

Je fais d'abord $5\frac{1}{16} = \frac{81}{16}$. Puis tirant la Racine quarrée de 81 & de 16, j'ai $\frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$ pour la Racine quarrée de $5\frac{1}{16}$.

Si, après la réduction en fraction, les deux termes ne ſont pas des nombres quarrés, ou que l'un des termes ſeulement ne ſoit pas quarré; l'on ne pourra avoir la Racine quarrée que par la méthode d'aproximation.

MÉTHODE D'EXTRAIRE LA RACINE CUBE.

Principe.

§. 404. ON trouve auſſi par l'Algèbre, que tout nombre cube contient I°. le cube de chaque figure de ſa Racine; II°. Pluſieurs Plans formés ſavoir, le 1er. du triple du quarré de la 1ere. figure multiplié par la ſeconde.

Le 2d. Plan eſt formé du triple de la 1ere. figure multiplié par le quarré de la ſeconde.

Le 3e. du triple du quarré des deux premières figures multiplié par la troiſiéme.

Le 4e. du triple des deux premières figures multiplié par le quarré de la troiſiéme; & ainſi de ſuite.

Soit 234 Racine cube de 12812904.

234

936
702
468

54756. Nombre quarré.

234

219024
164268
109512

12812904. Nombre cube.

Nous allons voir que ce nombre cube contient les parties ci-deſſus deſignées.

Cube de 2 cent, 1re. figure de la Racine . . .	8000000.
Plan forme du triple du quarré de cette 1re. figure par la ſeconde, 3 dixaines, ſavoir; 120000 par 30	3600000.
Plan formé du triple de la même 1re. figure, 2 cent par le quarré de la 2de. 3 dixaines, ſavoir; 600 par 900	540000.
Plan forme du triple du quarré des deux 1res. figures, 23 dixaines, par la 3me. 4, ſavoir; 158700. par 4	634800.
Plan formé du triple des deux premières figures, 23 dixaines, par le quarré de la 3e. 4, ſavoir; 690 par 16	11040.
Cube de la 2de. figure, 3 dixaines	27000.
Cube de la 3e. figure, 4	64.
	12812904

En partageant ce nombre par Sections de 3 figures commençant à la droite, on voit dans quelles ſections ſont contenues ces parties, & particuliérement que le cube de la 1re. figure de la Racine cube eſt contenu dans la 1re. ſection à gauche; Que le cube de la 2de. figure eſt contenu dans la 2de. ſection qui ſuit à droite; Que le cube de la 3e. figure ſe trouve dans la 3e. ſection, &c.

Cela étant poſé, voici la Méthode d'extraire la Racine cube d'un nombre.

§. 405.

Méthode d'extraire la Racine cube.

§. 405. Prenons pour exemple le même nombre cube. D'abord, je le partage en ſections de trois en trois chiffres en commençant à la droite, & voyant qu'il y a trois ſections, je conclus que ſa Racine cube aura trois figures. Enſuite, je tire 1°. la Racine cube de la 1re. ſection à gauche, ſavoir de 12. Je trouve 2 pour la Racine cube de 8. Je poſe donc 2 pour 1re. figure de la Racine cube que je cherche. 2°. Je retranche ſon cube, 8, de 12 où il eſt contenu il reſte 4. que je poſe deſſous.

12|812|904.
8
45
36
121
54
672
27
645.

3°. J'abaiſſe la 1ere. figure de la 2de. ſection, & j'ai 48, qui contient le 1er. Nombre plan forme du triple du quarré de la 1ere. figure trouvée par la 2de. Or 4 eſt le quarre de cette 1ere. figure, dont le triple eſt 12; & c'eſt l'une des deux Racines de ce plan. Pour avoir la 2de. je diviſe 4°. 48 par 12, le Quotient eſt 4; Mais je ne dois pas poſer 4 pour 2de. figure de la Racine cube, parce qu'il ne me reſteroit rien de la diviſion, ainſi je ne pourrois retrancher le 2d. plan ni le cube de cette figure. Je ne poſe donc que 3 pour ſeconde figure de la Racine cube que je cherche. Par cette figure, 3, je multiplie 12, & je retranche ſon produit, 36, du nombre 48; il reſte 12.

5°. J'abaiſſe le 2d. chiffre de la 2de. ſection, & j'ai 121. J'en retranche 6°. le 2d. Plan formé de 6, triple de la 1ere. figure de la Racine par 9 quarré de la 2de. ſavoir, 54; il reſte 67.

7°. J'abaiſſe le 3e. chiffre de cette 2de. ſection, & j'ai 672, d'où je retranche 8°. le cube de la 2de. figure de la Racine, ſavoir 27, il reſte 645.

Pour avoir la 3e. figure, j'abaiſſe la figure qui ſuit dans le Nombre donné, qui eſt la premiere de la 3 ſection, & j'ai 6459; qui par le Principe §. 404. contient un Plan forme du triple du quarré des deux 1res. figures déja trouvées, multiplié par la 3e. L'une des deux Racines de ce Plan eſt connue en faiſant le quarré de 23 qui ſont les deux 1res. figures trouvées.

23
69
46
529. quarré des deux 1res. figures
1587. Triple de ce quarré; c'eſt la

Racine connue du Plan contenu dans 6459. Pour avoir l'autre je diviſe 6459 par 1587. & trouvant 4 pour Quotient, j'eſſaie ſi en le poſant pour 3e. figure de la Racine que nous cherchons, on pourra enſuite retrancher l'autre Plan & le cube de cette figure; & trouvant qu'on le peut, je poſe 4 pour 3e. figure de la Racine cube. Je ſouſtrais le produit, 6348;

il reſte 111. J'abaiſſe le 2d. chiffre de la 3e. ſection, & j'ai 1110, d'où je retranche le 2d. plan, ſavoir le produit de 69, triple des deux 1eres. figures de la Racine, par 16, qui eſt 1104, il reſte 6. J'abaiſſe enfin le dernier chiffre du nombre donné, & j'ai 64. d'où je retranche le cube, 64, de 4, 3e. & dernière figure de la Racine, & il ne reſte rien. Ce qui marque que le nombre donné eſt un vrai cube, dont la Racine cube eſt 234. Voici l'opération entière.

12. 1587. 12|812|904.

Racine cube. 234.

Cube de la 1re. figure. 8

Plan, du triple quarré de cette 1re. fig. par la 2de. 3 . . . . . } 48 36

Plan, triple de cette 1re. fig. par le quarré de la 2de. 3 . . . . . } 121 54

672

Cube de la 2de. figure. 27

6459

Plan, du triple quarré de 23 par 4, 3e. figure. . . 6348

1110

Plan, du triple de 23, par le quarré de 4. même 3e figure. 1104

64

Cube de la 3e. & dernière figure 4 64

0

Démonſtration.

§. 405 La démonſtration de cette Méthode conſiſte a faire voir que par ſon moyen, on retranche exactement du nombre propoſé toutes les parties dont nous avons vû (§. 404.) qu'il eſt compoſé: Or cela eſt évident.

1°: On retranche de la 1ere. ſection à gauche le cube de la 1re figure de la Racine cube.

2°. Le Plan formé du triple quarré de cette 1ere. figure, par la 2de.

3°. Le Plan formé du triple de cette même 1ere. figure, par le quarré de la 2de.

4°. Le Cube de cette 2de. figure.

5°. Le Plan formé du triple quarré des deux 1res. figures déja trouvées, par la 3e.

6°. Le Plan formé du triple des deux 1res. figures, par le quarré de la 3e.

7° Le Cube de cette 3e. figure.

On voit qu'à chaque retranchement on abaiſſe une figure du nombre donné en avançant juſqu'à la dernière à droite.

S'il y a une 4e. ſection au Nombre donné, il faut retrancher 8°. le Plan formé

formé du triple quarré des trois premières figures déja trouvées de la Racine, par la 4e.

9°. Le Plan formé du triple de ces trois 1res. figures, par le quarré de la 4e.

10°. Le Cube de cette 4e. figure. Et ainsi de suite, s'il y avoit plus de quatre sections.

§. 407. La principale ou même la seule difficulté de cette méthode, est la division qu'il faut faire par le triple quarré de la figure ou des figures de la Racine cube deja trouvées, pour avoir une nouvelle figure à cette Racine; parce que, souvent, il ne faut pas poser tout le Quotient de la Division, mais une figure inférieure, telle qu'on puisse ensuite retrancher le Plan forme de son quarré par le triple de la figure ou des figures trouvées avant elle, plus son cube. On a vû ce cas dans cet Exemple à la 2de. figure de la Racine cube. Remarque.

§. 408. Voici un Exemple où il y a des zéro à la Racine cube. On veut extraire la Racine cube de . . . . . 29|506|493|522|701. Exemple où il y a des zéro à la Racine.

Puisqu'il y a cinq sections, la Racine aura cinq figures.

Racine cube. 30901.

```
29|506|493|522|701.
27
25064
24300
  7649
  7290
   3593
    729
   28645-27
   28644200
       9270
       9270
       . . . . 1
               1
               0
```

1°. De la 1ere. section, 29, retranchez le plus grand cube qui y est contenu, savoir 27, dont la Racine 3, est la première figure de celle que nous cherchons. Il reste 2. 2°. Abaissez la 1ere. figure de la 2de. section, on a 25, à diviser par le triple quarré de 3, 1ere. figure trouvée, savoir par 27. Mais on ne peut diviser 25 par 27, il vient donc zéro pour 2de. figure de la Racine que nous cherchons. 3°. Abaissez les deux autres figures de la 2de. section avec la 1ere. de la 3e. On a 25064 à diviser par le triple quarré de 30, qui sont les deux figures trouvées. Or 30 par 30 est 900, dont le triple est 2700. Divisant donc 25064 par 2700, on trouve au quotient 9 pour 3e. figure de la Racine. 4°. Retranchez de 25064 le produit de 2700 par 9, savoir 24300, il reste 764. 5°. Abaissez la 2de. figure de la 3e section, vous aurez, 7649. d'où il faut retrancher le produit du triple de 30 par le quarré de 9, savoir $90 \times 81 = 7290$, il reste 359. 6°. Abaissez la 3e. figure de la 3e. section, vous aurez, 3593, d'où il faut retrancher le cube de 9, 3e. figure trouvée, savoir 729, il reste 2864. 7°. Abaissez la 1ere. figure de la 4e. section, vous aurez 28645, à diviser par

par le triple quarré de 309, figures déja trouvées, ſavoir par 286443, mais la diviſion ne peut ſe faire; il vient donc zéro pour 4e. figure de la Racine. 8°. Abaiſſez les deux figures reſtantes de la 4e. ſection avec la 1ere. de la dernière, vous aurez 28645227, à diviſer par le triple quarré de 3090, figures déja trouvées, ſavoir par 28644300, vous aurez 1 pour quotient, qui ſera la 5e. & dernière figure de la Racine que nous cherchons.

9°. Retranchez de 28645227, le produit de 28644300 par 1, il reſte 927; 10°. Abaiſſez la 2de. figure de la dernière ſection, vous aurez 9270 d'où il faut retrancher le produit du triple de 3090 par le quarré de 1; ce qui étant fait il ne reſte rien. Abaiſſez enfin la dernière figure du nombre donné, ſavoir 1, & retranchez en le cube de 1 dernière figure trouvée, il ne reſte rien. La Preuve conſiſte à former le cube de 30901, en multipliant ce nombre par lui-même, ce qui donnera ſon quarré, qui multiplié par ſa Racine, ſavoir encore par 30901, donnera ſon cube ſavoir le nombre propoſé 29506493522701.

Aplication. §. 409. Pour donner un Exemple de l'uſage de l'Extraction de la Racine cube, ſupoſons que pour faire un foſſé dont la longueur, la largeur & la profondeur ſont égales, on ait enlevé 15625 pieds cubes de terrein; on demande quelle eſt la longueur, la largeur & la profondeur de ce Foſſé.

Ou bien ſupoſé qu'on ait fait un ſolide cube, en terrein ou en maçonnerie, de 15625 pieds cubes, on demande quelles ſont ſes dimenſions egales.

L'extraction de la Racine cube de ce nombre, fera connoitre que le Foſſé ou le ſolide cube a 25 pieds dans chacune de ſes trois dimenſions, ou dans chacun de ces ſix côtes.

	12.		15|625
Racine cube.	25.	Cube de 2	8
			76
Produit du triple quarré de 2 par 5			60
			102
Produit du triple de 2 par le quarré de 5			150
			125
Cube de 5			125
			0

Théorêmes. §. 410. I. Tout nombre qui n'a pas une Racine cube en nombre entier, ne peut en avoir une en nombre fractionnaire, ainſi un tel nombre n'eſt pas cube.

II. Tout nombre fractionnaire, ne peut avoir pour ſon Cube un nombre entier.

Cela ſuit de ce qu'on a démontré (§. 397.) que le produit de toute fraction par elle-même ne peut être un nombre entier, & qu'il en eſt de même de toute fraction dont le Numérateur eſt ſupérieur au Dénominateur ſans être ſon multiple. §. 411.

§. 411. Mais quoi qu'on ne puiſſe trouver juſte la fraction qui manque à la Racine cube d'un nombre qui n'eſt pas cube, on peut cependant en aprocher, même à l'infini. Pour cet effet, conſiderez que le cube de 10 eſt 1000, que celui de 100 eſt 1000000, que celui de 1000 eſt 1000000000, &c.

Si donc vous multipliez par 1000 le nombre dont il s'agit d'extraire la Racine cube, en y ajoutant trois zero, vous le réduiſez, en milliemes, & en extraiſant la Racine cube, vous aurez des dixiemes à cette Racine, qui ne differera de la véritable que de $\frac{1}{10}$ au plus.

Si vous le multipliez par 1000000, en y ajoûtant ſix zéro, vous le réduirez, en millioniemes, & en extraiſant la Racine cube, vous aurez des milliémes à cette Racine, qui ne differera de la véritable que de $\frac{1}{1000}$ au plus, & ainſi de ſuite.

§. 412. Supoſons qu'on demande la Racine cube, à $\frac{1}{10}$ près, de 173084. Je multiplie ce nombre par 1000, en y ajoûtant trois zero, pour le reduire en milliemes, & j'ai 173084000, dont extraiſant la Racine cube, j'aurai cette Racine en dixiémes.

Diviſeurs. 75. 9075.
Racine cube. 557 dixiémes.

173|084|000
125
400
375
1058
375
6834
125
67090
63525
35650
6085
275650
343
Reſte 275307

Ainſi la Racine cube de 173084. eſt $55\frac{7}{10}$ à moins de $\frac{1}{10}$ près.

Pr. Preuve, je fais le cube de 557, auquel cube j'ajoûte le Reſte 275307, pour retrouver le nombre 173084000.

Comme le Reſte de l'opération eſt fort grand, on pourroit penſer qu'il n'eſt pas vrai qu'il ne s'en faille que moins de $\frac{1}{10}$, pour que la Racine cube, $55\frac{7}{10}$, que nous avons trouvée, ſoit la véritable du nombre propoſé, 173084: Mais pour s'en convaincre, on n'a qu'à faire le cube de $55\frac{8}{10}$ ou $55\frac{4}{5}$ qui eſt $\frac{1}{10}$ de plus, & l'on trouvera un nombre plus grand de $657\frac{14}{125}$ que le ſuſdit nombre 173084; ce qui montre clairement que $55\frac{7}{10}$ eſt, à moins de $\frac{1}{10}$ près, la Racine cube de 173084. Voici l'opération.

$$
\begin{array}{lll}
 & & 55\frac{4}{5} \\
 & & 55\frac{4}{5} \\
\hline
 & & 275 \\
 & & 275 \\
\text{d'en bas} & \left\{ \begin{array}{l} \text{pr. } \frac{1}{5} \ldots 11\frac{4}{25} \\ \text{pr. } \frac{3}{5} \ldots 33\frac{12}{25} \end{array} \right. & \\
\text{d'en haut} & \left\{ \begin{array}{l} \text{pr. } \frac{1}{5} \ldots 11 \\ \text{pr. } \frac{3}{5} \ldots 33 \end{array} \right. & \\
\hline
 & & 3113\frac{16}{25} \text{ Quarré.} \\
 & & 55\frac{4}{5} \\
\hline
 & & 15565 \\
 & & 15565 \\
 & \text{pr. } \frac{1}{5} \ldots & 622\frac{91}{125} \\
 & \text{pr. } \frac{3}{5} \ldots & 1868\frac{23}{125} \\
 & \text{pr. } \frac{5}{25} \ldots & 11 \\
 & \text{pr. } \frac{5}{25} \ldots & 11 \\
 & \text{pr. } \frac{5}{25} \ldots & 11 \\
 & \text{pr. } \frac{1}{25} \ldots & 2.\frac{1}{5} = \frac{25}{125} \\
\hline
 & & 173741.\frac{14}{125} \text{ Cube de } 55\frac{4}{5} \text{ ou } 558 \text{ dixiémes.} \\
\text{Otez} & \ldots & 173084 \text{ Nombre donné} \\
\hline
\text{On trouve} & \ldots & 657\frac{14}{125} \text{ de trop}
\end{array}
$$

Donc la Racine cube, $55\frac{8}{10}$; eſt trop grande, & celle de $55\frac{7}{10}$ eſt trop petite: La véritable Racine cube de 173084 eſt donc entre $55\frac{7}{10}$ & $55\frac{8}{10}$; Mais il eſt impoſſible de l'aſſigner. On pourra en aprocher juſqu'à $\frac{1}{100}$ près ſi l'on ajoûte au nombre propoſé ſix zéro; juſqu'à $\frac{1}{1000}$ près ſi l'on ajoûte neuf zéro, &c.

Extraire la Racine cube des fractions.

§. 413. L'on extrait auſſi la Racine cube des fractions, en prenant celle du Numérateur & celle du Dénominateur.

Ainſi la Racine de $\frac{8}{27}$ eſt $\frac{2}{3}$, puiſque $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$ & ſi les deux termes de la fraction ou l'un d'eux, ne ſont pas des nombres cubes, on ne pourra avoir ſa Racine cube que par aproximation, en opérant ſur chaque Terme, ou ſur celui des termes qui n'eſt pas cube, comme on vient de le montrer dans le §. précédent.

Je finirai cet Ouvrage par l'examen de diverſes Queſtions utiles qui n'ont pû trouver leur place dans ce qui précéde, & qui ſerviront à exercer au Calcul.

QUES-

QUESTIONS DIVERSES.

QUESTION PREMIERE.

§. 414. ON a payé L. 980. pour un Lingot d'Or au Titre de 22 K $\frac{5}{6}$, à L. 2. 8. ſ. 6. d. le Karat, on demande quel étoit le poids du Lingot ?

On la réſoudra par une Régle Conjointe.

97. L. 4. 17. Si L. 2. 8. ſ. 6. d. font 1 Karat de fin,
181. Si 22 K $\frac{5}{6}$ de fin font 1 Once d'Or

181 — Combien d'onces feront L. 980 ?

97

1267
1629

17557

Rép. 17 onc. 20 d. 16 gr $\frac{1}{2}$

J'ajoûte $\frac{1}{2}$ gr. à cauſe du grand reſte qui eſt preſque la moitié du Diviſeur.

L. 980

L. 1960

39200

313600
138030
15131
24

60524
30262

363144
12004
24

48016
24008

288096
112526
7184

QUESTION SECONDE.

§. 415. On a payé L. 980. pour un Lingot d'or au Titre de 22 K $\frac{5}{8}$, pesant 17 onces 20 d. 16 gr $\frac{1}{2}$. On demande combien revient le Karat de fin ?

181. Si 22 K $\frac{5}{8}$ font 1 Once d'or

35 onc. 17 d. 9 gr. Si 17 onc 20 d. 16 gr $\frac{1}{2}$ coût. L. 980, 7840. 15680. 125440.

285 onc. 19 d. Comb. 1 Karat ?

24	* 6859	24
1140	181	501760
570	6859	250880
19	54872	3010560
6859 *	6859	527602
	1241479	20
		10[illegible]040
		620208
		12
		7442496
		1235101

Rép. . L. 2. 8. s. 5. d. ou plutôt, à cause du grand reste, L. 2. 8. s. 6. d. le Karat de fin.

QUESTION TROISIEME.

§. 416. On a payé L. 980 pour un Lingot d'Or pesant 17 onces 20 d. 16 gr $\frac{1}{2}$ sur le pié de L. 2. 8. s. 6. d. le Karat de fin, on demande quel doit être le Titre de ce Lingot.

35 onc. 17 d. 9 g. Si 17 onc. 20 d. 16 gr $\frac{1}{2}$ Or coûtent L. 980, 1960

285 onc. 19 d. Si L. 2. 8. s. 6. d. font . . . . 1 K. de fin, 15680

6859. 97. L. 4. 17 s. Comb. de K. contient 1 Once ? 376320

6859	752640
97	15052800
48013	1746340
61731	415694
665323	32
	831388
	1247082
	13302208
	6648978
	661071

Rép. 22 K $\frac{19}{32}$. Et comme il y a un grand reste, on comptera $\frac{20}{32} = \frac{5}{8}$; ainsi la réponse est que le Titre du Lingot est 22 K $\frac{5}{8}$.

QUES-

QUESTION QUATRIEME.

§. 417. On a payé L. 825. 5. ſ. 9. d. pour une Barre d'argent au Titre de 10 Den. 21 gr. à L. 2. 14. ſ. 6. d. le Denier de fin, on demande quel etoit le Poids de cette Barre.

109, L. 5. 9. Si L. 2. 14. ſ. 6. d. font 1 Den. de fin,
87. Si 10 Den. $\frac{7}{8}$ font 1 Marc
Combien L. 825. 5. ſ. 9. d?

109	1650. 11. 6
87	33011. ſ. 6. d
763	264092
872	74432
9503	8051
	8
Rép. Marcs 27. 6 onc. 19 d.	64408
	7510
	24
	30040
	15020
	180240
	85419
	063

§. 418. Remarquez que, comme je l'ai expliqué en traitant de la Régle Conjointe & de la Régle de Proportion compoſée, je réduis toûjours les termes, les augmentant pour les debaraſſer de leurs rompus, obſervant de faire également cette augmentation ſur un Antecedent & ſur un Conſéquent; & que je poſe à côté ou deſſous les nouveaux Nombres qui proviennent, pour m'en ſervir, dans les multiplications, à la place de ceux d'où ils ſont provenus. Ainſi dans la Queſtion III. §. 416. J'ai multiplié 1°. l'Antecedent 17 onces 20 d. 16 gr. $\frac{1}{2}$ par 2, ce qui a produit 35 onces 17 d. 9 gr; En même tems, j'ai multiplié le Conſéquent L. 980 auſſi par 2, ce qui a donné L. 1960. Remarque ſur la Réduction des termes dans la Régle Conjointe.

2°. J'ai multiplié les 35 once 17 d. 9 gr. Antecedent ſubſtitué par 8, ce qui a produit 285 onces 19 d. En même tems j'ai multiplié auſſi L. 1960, Conſéquent ſubſtitué, auſſi par 8, ce qui a donné 15680.

3°. J'ai multiplié les 285 onces 19 d. par 24, ce qui a donné 6859; Et 15680 auſſi par 24, & à produit 376320.

4°. J'ai multiplié le ſecond Antecedent, L. 2. 8 ſ. 6 d. & le Conſéquent 376320, chacun par 2, ce qui a donné L. 4. 17 ſ. & 752640.

Enfin, j'ai multiplié L. 4. 17 ſ. & 752640; chacun par 20 ce qui a produit 97 & 15052800.

Les termes ont donc été réduits à ces nombres Entiers, ſavoir, 6859 & 97. pour les Antecedens; & 15052800 pour Conſéquent qui ſe trouve ſeul dans cet Exemple.

Quand les termes ſont ſuſceptibles *d'être diminués également*, on obſerve le même ordre que pour l'augmentation.

QUESTION CINQUIEME.

§. 419. On a payé L. 825. 5 ſ. 9 d. pour une Barre d'Argent au Titre de 10 Den. 21. gr. peſant marc 27. 6 onces 19 d. on demande à combien revient le Denier de fin?

87. Si 10 Den. $\frac{7}{8}$ font 1 Marc
Si M. 27. 6 onc. 19 d. coûtent L. 825. 5. ſ. 9. d. L. 6602. 6 ſ.
Comb. 1 Den. de fin?

222 onc. 19 d.

24

888
444

19

5347

87

37429
42776

4651890

66023
528184

24

2112736
1056368

12676416
3372636

20

67452720
20933820
2326260

12

27915120
0003780

Rép. L. 2. 14. ſ. 6. d. le Denier de fin.

QUESTION SIXIEME.

§. 420. On a payé L. 825. 5 ſ. 9 d. pour une Barre d'Argent peſant marc 27. 6 onces 19 d. ſur le pié de L. 2. 14 ſ. 6 d. le Denier de fin; on demande quel doit être le Titre de cette Barre?

222 onc. 19 d. Si M. 27. 6 onc. 19 d. coûtent L. 825. 5. ſ. 9. d.
24 Si L. 2. 14. ſ. 6. d. font . . . . . 1 Den. de fin
888 L. 5. 9 Combien de Den. de fin pr. 1 M.
444
19 109 L. 1650. 11. 6
5347 33011. ſ. 6. d.
109 264092
48123 24
5347 1056368
582823 528184
6338208
509978
24
2039912
1019956
12239472
583012
0189

Rép. 10 Den. 21 gr. Titre de la Barre.

QUESTION SEPTIEME.

§. 421. Combien de l'argent Courant de Genève vaut la Piaſtre du Titre de 10 Deniers 20 gr. de fin & du poids de 21 d. à L. 2. 14 ſ. le Denier de fin?

32. 288. 1440. Si 24 d. font 1 Once
Si 8 onc. tiennent 10 Den. 20 gr. de fin 65. 13.
Si 1 Den. de fin vaut L. 2. 14 ſ. 27. 3.
32 Combien 21 d?
8 39
256 21
39
78
819
51
20
1020
252
12
3024
464
208
$= \frac{26}{32} = \frac{13}{16}$.
256

Rép. L. 3. 3. ſ. 11. d $\frac{13}{16}$.

QUESTION HUITIEME.

§. 422. Le Croiſat ou Ecu d'argent de Génes valant L. 4. 10 ſ. à Genève & étant du poids de 30 d. au Titre de 11 deniers 8 gr. On demande à combien revient le Denier de Fin ?

17. 34. Si 11 Den. $\frac{1}{2}$ font 8 onces
5. Si 1 once $\frac{1}{4}$ vaut L. 4. 10. ſ. L. 13. 10. ſ. L. 54. 27.

17 Comb. 1 D. de fin?
5
85 27
8
216
Rép. L. 2. 10. ſ. 9. d. 46
le Denier de fin. 20
920
70
12
840
75

QUESTION NEUVIEME.

§. 423. *Calcul tel qu'il ſe fait à Gènes.*

Combien coûtera une Barre d'Argent du Poids de ℔. 16. 10 onces 6 d. 8 gr. à 11 Denier 20 gr. donnant 15 Karats d'Or par ℔. peſant, (laquelle eſt de 12 onces); Le prix du Fin de l'Argent étant fixé à L. 38. 3 ſ. 8 d. $\frac{3}{4}$ de *numerata* chaque Karat d'or à 10 ſ. & l'agio de la Banque à 15 p. $\frac{0}{0}$.

EXPLICATIONS.

1°. Les L. 38. 3 ſ. 8 d. $\frac{3}{4}$ ſont le prix de la ℔. peſant de l'Argent fin.

2°. Sur 15 K. d'Or on en ôte 3 qu'on donne toûjours à l'Affineur.

3°. Les Barres d'Argent ont un Agio variable de $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$. plus ou moins, de profit ou de perte : On ſupoſera ici que la Barre gagne $\frac{1}{2}$ p. $\frac{0}{0}$. d'Agio.

4°. Lors que dans une Barre, il y a 12 K. d'Or, chaque 6 Karats fait diminuer le Titre de l'Argent de 1 gr. Ainſi dans notre Exemple, où la Barre donne 15 K. d'Or, ces 15 K. font diminuer le Titre de cette Barre de 2 gr. $\frac{1}{2}$; Car

Si 6 K. font diminuer 1 gr. combien 15 K.? *Rép.* 2. gr. $\frac{1}{2}$.

Si

5°. L'Ecu d'Argent vaut L. 4. 10. ſ. monnoie de Cartulaire, qui font L. 7. 12 ſ. en Banque ; & L. 100. en Banque font L. 115. hors de Banque. Tout cela étant connu, il faut.

1°. Des 11 Den. 20 gr. Titre de la Barre,
Oter ——— 2 ½ gr. p. les 15 K. d'or.
Il reſte 11 Den. 17. gr. ½ p. le Titre de la Barre.

2°. Si ℔. 1 donne 11 Den. 17 gr ½ de fin, comb. ℔. 16. 10. onc. 6. d. 8. gr.

pour 4 d. . .	℔. 5.	7. onc.	10. d.	2. g	2/3
pour 4 d. . . .	5.	7.	10.	2.	2/3
pour 3 d. . . .	4.	2.	13.	14.	
pour 12 gr. . . .		8.	10.	6.	1/3
pour 4 gr.		2.	19.	10.	1/9
pour 1 gr. ½. . . .		1.	1.	6.	19/24
Argent Fin	℔. 16.	5. onc.	16. d.	18 g	41/72

à L. 38. 3. ſ. 8 d. ¾.

128
48

pour 3 ſ. 4 d. . .	2.	13.	4. d.
pour —— 4 d. . . .		5.	4.
pour —— ¾ d. . . .			8.
pour —— ¼ d. . . .			4.
pour 4 onc. . .	12.	14.	6 11/12 = 264/288
pour 1 onc. . . .	3.	3.	7 35/48 = 210
pour — 12. d. . .	1.	11.	9 83/96 = 249
pour — 4. d. . .		10.	7 83/288 = 83
pour — 16. gr. . . .		1.	4. peu moins.
pour — 2. gr.			2.
Monnoye Cartulaire	L. 6.	9. 1.	9. d. 806/288

NB. On a négligé les dernières fractions, comme ne valant pas la peine d'être calculées.

3°. Si L. 4 ½ de Cartulaire font △. 1. d'argt. comb. L. 629. 1. ſ. 9 d. de Cartul.

2 / 9 — 2 / 1258. 3. 6 d.

△ d'argent. 139. 16 l. —
4°. Ajoûtez le ½ p% d'Agio en faveur de la Barre — 14 —
△ 140. 10 l. d'argent
5°. Multipliez-les par . . . . . L. 7. ⅗ en Pqie.
983. 10 —
pour ⅕ . . 28. 2 —
pour ⅖ . . 56. 4 —
Valeur ou montant de l'argent fin L. 1067. 16 l. en Bque.

6°. Des 15 Karats d'Or qu'il y a par ℔.
On ôte les 3 K. qu'on donne à l'Affineur,

Il reſte 12 K. d'Or à calculer par ℔. ſur les ℔. 16. 10 onc. 6 Den. 8 gr.
Ainſi, on multiplie 7°. ces ℔. 16. 10 onc. 6 d. 8 gr. poids de la Barre par 12 K.

par 12 K.

Et l'on a 202 K $\frac{3}{12}$.

qui à 10 ſ. le K. font L. 101. 2. ſ. 6. d. Monnoie de Cartulaire.

8°. Si L. $4\frac{1}{2}$ font △ 1 d'argent Combien L. 101. 2. ſ. 6. d.

2 / 9 / 2

202. 5. 1.

△ 22. 9. 1. 5. d $\frac{1}{5}$ d'argt.

9°. Multipliez par L. 7. $\frac{3}{5}$ en Bque.

157. 6. 1 d $\frac{1}{5}$
pour $\frac{1}{5}$ . . . 4. 9.10 $\frac{2}{5}$
pour $\frac{3}{5}$ . . . 8.19. 9 $\frac{1}{5}$

Valeur de l'Or L. 170.15. 9 d $\frac{1}{5}$ en Bque.
Ajoûtez celle de l'argent . . . 1067.16 ——
Pour la Barre entière. L. 1238.11. 9 d $\frac{1}{5}$ en Bque.

Enfin ſi L. 100 en Bque. font L. 115 hors de Bque. comb. L. 1238.11. ſ. 9 d $\frac{1}{5}$ en Bque.
123.17 2 $\frac{2}{15}$
61.18. 7 $\frac{1}{15}$

Valeur ou montant de toute la Barre . . . L. 1424. 7. 6 d $\frac{1}{15}$ en Monnoie courante de Génes hors de Banque.

QUESTION DIXIEME.

§. 424. *Autre Calcul qui ſe fait à Gênes.*

Compte d'une Barre d'Or.
qui peſe ℔ 3. 11 onc. 14 d. à 19 K $\frac{13}{16}$

1°. pr. 12 K. . . .	℔ 1.	11 onc.	19 d.	
2°. pr. 6 K.	—	11 —	21 —	12 gr.
3°. pr. 1 K.	—	1 —	23 —	14
4°. pr. $\frac{3}{16}$ de K . .	—	— —	23 —	19
5°. pr. $\frac{4}{16}$	—	— —	11 —	21 $\frac{1}{2}$
6°. pr. $\frac{1}{16}$	—	— —	2 —	23 $\frac{5}{8}$
On a ainſi	℔ 3.	3 onc.	6 d.	17 gr $\frac{7}{8}$ Or à 24 K.
Ajoûtez l'onziéme	—	3	13 d.	17 gr.
pour avoir	℔ 3.	6 onc.	20 d.	10 gr. Or à 22 K. C'eſt ainſi l'uſage ordinaire.

℔. 3. 6 onc. 20 d. 10 gr. Or à 22 K.
à 93 △ 5 ſ. d'or la ℔.

279. 15

pr. 6 onc. .	46.	12.	6		
pr. 18 d. . . .	5.	16.	6	$\frac{3}{4}$ = 216	
pr. 2 d. . . .	—	12.	11	$\frac{5}{12}$ = 120	288mes.
pr. 8 gr. . .	—	2.	1	$\frac{65}{72}$ = 260	
pr. 2 gr. . .	—	—	6	$\frac{137}{288}$ = 137	
Ecus d'or	332.	19.	8	$\frac{157}{288}$	733 | 288
à L.	9.	8 ſ. en B.			157 | 2 d.
	2996.	17.	4	$\frac{29}{288}$ =	145
pr. 4 ſ. . .	66.	19.	10	$\frac{735}{1440}$	$\frac{1440}{733}$
pr. 4 ſ. . .	66.	19.	10	$\frac{733}{1440}$	733
En Banque L.	3130.	17.	1	d $\frac{171}{1440}$	1611
	313.	1.	6	p. 15 pr° d'agio	$\frac{1443}{}$
	156.	10.	9		

L. 3600. 9. 4d. hors de Banque
plus 36. — 2 pour agio variable, ſupoſé ici à 1 pour °/°.
L. 3636. 9. 6 d. hors de Banque, pour valeur de la Barre d'Or.

QUESTION ONZIEME.

§. 425. Une Barre d'Or peſant à Génes ℔. 3. 11. onces 14 den. au Titre de 19 K. $\frac{13}{16}$, y a coûté L. 3636. 9 ſ. 6. d. hors de Banque; On demande à combien revient, en argent courant de Genève, le Karat de fin; en ſupoſant que l'on peut remettre à Génes, pour le payement de cette Barre, ſur le pied de △. 95 $\frac{5}{6}$ de Genève pour L. 575 de Génes hors de Banque; que ℔. 1736 du poids de Genève, qui eſt de 18 onces poids de marc, font ℔. 3025 du poids ſubtil de Génes, qui eſt de 12 onces; & que les fraix vont à 10 p. $\frac{0}{0}$?

Poſition des termes.

317. 79 $\frac{1}{4}$ Si		19 K $\frac{13}{16}$ font	1 onc. d'Or,		
℔.3.6.18. 90.		18 onc font ℔.1 poids de Genève			
434.	℔.	1736 d°. ℔.3025 de Génes. 605. 121.			
571. 47 $\frac{7}{12}$	℔.	3. 11 onc. 14 d. d. d°. coût.	L.3636. 9.ſ.6.d. h.de B.	14545.18	ſ.58183.12.
℔. 23. 115.	L.	575. hors de Banq. font △ 95 $\frac{5}{6}$	de Genève . .	1150.	290918.
	△.	1 de Genève vaut . . .	L. 3. d°. 1	13800.	145459.
1	L.	100 d°. . . .	L. 110 avec les fraix 11.	2760.	
		Combien 1 Karat?		276.	
				92.	
				23.	
				1.	

Voici

Voici les Termes reduits.

317 . . . . . I.
1 . . . . . I.
434 . . . . . 121.
571 . . . . . 145459.
1 . . . . . I.
1 . . . . . I.
1 . . . . . II.
I.

434
3038
2170
247814
317
1734698
247814
743442
78557038

145459.
145459
1600049
121
1600049
19200588
193605929
36491853
20
729837060
22823718
12
273884616
38213502

Rép. L. 2. 9. ſ. 3. d. le K.

QUESTION DOUZIEME.

§. 426. On demande 1°. Combien de Marcs, onces, & d. font les ℔. 3. 11 onces 14 d. de la Barre d'Or de la Queſtion précédente ;

2°. De réduire ces marcs onces & d. en Karats de fin, pour ſavoir combien cette Barre en contient, cet Or étant à 19 K. $\frac{13}{16}$;

3°. La valeur de cet Or, & par conſéquent de la Barre, à L. 2. 8 ſ. argent courant de Genève le Karat de fin.

10. Si ℔. 3025 Poids de Gênes font ℔ 1736 Poids de Genève, 217.
Si ℔. 1 Poids de Genève à 18 Onces,
1. Si 8 onces . . font . 1 Marc

Comb. de Marcs, onc. & d. p^r. ℔. 3. 11 onc. 14. d. pds. de Gênes?

3025

Rép. 5 Marcs — onc. 23 d.
ou 40 onces 23 den.

217
18
1736
217
3906
3 ℔. 11. onc. 14. d.

11718
pour 6 onces . . 1953
pour 4 onces . . 1302
pour 1 once . . 325 1/2
pour 12 den. . . . 162 3/4
pour 2 den. . . . 27 1/8
15458 3/8
363
8
2907 *

* 2907.
24
11628
5814
69768
9268
193

II°. 40 Onc. 23 d. Or
à 19 K 13/16. l'Once,

760
3/16 . . . . 20. 11 1/2
pour 4/16 . . . . 10. 5 3/4
pour 1/16 . . . . 2. 13 7/16
pour 12 d. . . 9. 12 —
pour 8 d. . . 6. 8 —
pour 3 d. . . 2. 9 —
811 K 11 d 11/16 de fin.

III°. à L. 2. 8 f. le K. de fin.

1622
pour 8 f. . . 324. 8 —
pour 8 d. . . —— 16 —
pour 3 d. . . —— 6 —
pour 8/16 . . . —— 1 —
pour 3/16 . . . —— — 4 d 1/2

Rép. L. 1947. 11. 4 d 1/2 Argt. cour. de Gen. valeur de la Barre d'Or.

QUES-

QUESTION TREIZIEME.

§. 427. La Livre d'Or, poids ſubtil de Génes, au Titre de 22 K. valant 93 $\frac{1}{4}$ Ecus d'Or de L. 9. 8 ſ. en Banque avec 1. p. $\frac{0}{0}$ d'agio; on demande à combien reviendra le Karat de fin en Argent Courant de Genève, le change étant à △. 95 $\frac{5}{6}$ de L. 3. de Genève p. L. 575. de Génes hors de Banque, dont L. 115. font L. 100. en Banque, les fraix ſupoſés à 10 p. $\frac{0}{0}$. & ſachant que ℔. 3025. poids ſubtil de Génes font ℔. 1736. poids de Genève qui a 18 onces poids de Marc?

1. 11. Si 22 K. font . . . . 1 once à Genève
36. 108. 18 on. . . . . ℔. 1 à Genève
℔ 1736 de Genève. 3025 à Génes. 605. 121.
℔. 1 de Génes. △. 93 $\frac{1}{4}$ d'Or 373.
△. 1 d'Or . . . L. 9 $\frac{2}{5}$ Bc°. 47.
4. 20. L. 100 Bc°. . . . L. 115 H. Bc°. 1.
4. 20. L. 100 id. . . . . L. 101 id. Agio.
20. 100. 11500. 2300. L. 575 id. . . . △. 95 $\frac{5}{6}$ Genève. 575. 115. 23.
△. 1 Genève. L. 3 Genève. 1.
L. 100 id. . . . . L. 110 id. fraix 55. 11. 1.
Combien 1. K.

Voyez l'Opération à la Page ſuivante.

Combien

1736	373
36	121
10416	373
5208	4476
62496	45133
4	47
249984	315931
4	180532
999936	2121251
20	101
1999872000	2121251
	2121251

Rép. L. 2. 9 f. 3 d. le Karat de fin.

214246351
23
642739053
428492702
4927666073
927922073
20
18558441460
559593460
12
6715121520
715505520. Reſte qu'on néglige.

QUESTION QUATORZIEME.

§. 428. On demande deux Nombres tels que les $\frac{3}{5}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{4}{7}$ de l'autre ?

Il ne faut que réduire ces deux fractions à une Dénomination commune, les deux nouveaux Numérateurs ſeront les deux Nombres demandés.

$$\frac{3}{5}=\frac{21.}{35.} \qquad \frac{4}{7}=\frac{20}{35}$$

Donc

Donc 21 & 20 ſont les deux Nombres demandés : Car les $\frac{3}{7}$ de 20 ſont 12, & les $\frac{4}{7}$ de 21 ſont 12 auſſi.

QUESTION QUINZIEME.

§. 429. On demande deux Nombres tels, que les $\frac{2}{9}$ & le $\frac{1}{7}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{2}{11}$ & au $\frac{1}{8}$ de l'autre.

1°. J'additionne $\frac{2}{9}$ & $\frac{1}{7}$, qui ſont $\frac{5}{9}$,
& $\frac{2}{11}$ & $\frac{1}{8}$, qui ſont $\frac{16}{88} + \frac{11}{88} = \frac{27}{88}$.

La Queſtion ſe réduit donc à trouver deux nombres, dont les $\frac{5}{9}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{27}{88}$ de l'autre. Ainſi, comme dans la Queſtion precedente, il ſuffit 2°. de reduire $\frac{5}{9}$ & $\frac{27}{88}$ à une Dénomination commune, & les nouveaux Numerateurs ſeront les nombres demandés.

Or $\frac{5}{9} = \frac{440}{792}$, & $\frac{27}{88} = \frac{243}{792}$.

Donc 440 & 243.		Sont les nombres demandés.	
Car les $\frac{8}{11}$ de	440	Et les $\frac{2}{9}$ de	243
ſont	80	ſont	54
qui avec la $\frac{1}{8}$	55	qui avec le $\frac{1}{3}$	81
font	135.	font auſſi	135.

Quoique ces deux Queſtions paroiſſent plus curieuſes qu'utiles, il y a néanmoins bien des cas où dans les Calculs que les Affaires occaſionnent, on a beſoin d'en mettre de ſemblables en uſage pour parvenir à ce que l'on cherche.

QUESTION SEIZIEME.

§. 430. Une Veuve avoit trois Enfans, que je nomme *Ami*, *Bénédict* & *Charles* : *Ami* meurt *ab inteſtat* & laiſſe *Bénédict*, *Charles* & ſa Mère pour ſes héritiers par égales portions. *Bénédict* meurt auſſi & laiſſe *Charles* & ſa Mère qui en héritent également. On demande quelle eſt la portion préciſe de *Charles* & de ſa Mère ?

La totalité des Biens de ces trois Enfans étant repréſentée par l'Unité, la portion de chacun d'eux eſt repréſentée par $\frac{1}{3}$.

Or 1°. *Ami* meurt, & *Charles*, *Bénedict* & la Mère, héritent chacun le $\frac{1}{7}$ de ſon $\frac{1}{3}$ qui eſt $\frac{1}{21}$.

Bénédict & *Charles* avoient déja chacun $\frac{1}{3} = \frac{7}{21}$, ils ont donc à préſent chacun $\frac{8}{21}$, & la Mère $\frac{1}{21}$.

2°. *Bénédict* meurt, & *Charles* & ſa Mère, en héritent chacun la moitié, ſavoir $\frac{2}{21}$.

Charles avoit déja $\frac{8}{21}$ & la Mère $\frac{1}{21}$, *Charles* a donc préſentement $\frac{6}{21} = \frac{2}{7}$ & la Mère $\frac{3}{21} = \frac{1}{7}$.

L'enfant reſtant, a donc les $\frac{2}{3}$ des Biens, & la Mère l'autre $\frac{1}{3}$. Voyez ci-après. §. 503.

QUESTION DIX-SEPTIEME.

§. 431. Un Tuteur chargé de L. 6500 ſt. de Capital, apartenant à ſes Enfans, aux Vieilles Annuités de la Compagnie du Sud en Angleterre; ayant vendu ce Fonds pour en acheter de Nouvelles Annuïtés à 3 p. $\frac{0}{0}$, de l'an 1744, les quelles ne valent que 86 p. $\frac{0}{0}$, au lieu que les Vieilles ſont à 102 p. $\frac{0}{0}$: on demande quel eſt le Capital qui doit ſe trouver de Nouvelles Annuïtes, pour être en égalité des L. 6500. des Vieilles?

On ſait que 86 ou 102 p. $\frac{0}{0}$ ſignifie que pour L. 100. d'Annuïté on débourſe ou reçoit L. 86 ou L. 102.

Cela étant poſé, on reſoud la Queſtion par cette Régle de Trois:

Comme L. 86 ſont à L. 102, ainſi L. 6500 ſont au nombre demandé.

6500.
51000
Rep. L. 7709. 6. $\frac{2}{43}$ de nouvelles Annuïtés, pour les L. 6500. de vieilles. 610
663000
610
800
26
20
520
4
86 $= \frac{2}{43}$.

Pour Preuve, il faut que la vente que l'on feroit des vieilles & des nouvelles Annuïtés chacune à leur prix poſé dans la Queſtion, produiſe la même ſomme les unes & les autres, comme on va voir.

1°. On vend L. 6500 de vieilles Annuités à 102 p $\frac{0}{0}$.

Si L. 100 d'Annuïté donne L. 102, combiem L. 6500?

102
13000
Rép. L. 6630. 6500
66.30

2°. On vend L. 7709. 6. $\frac{2}{43}$ de nouvelles Annuités à 86 p $\frac{0}{0}$.

Si

Si L. 100 Annuité donne L. 86, combien L. 7709. 6. f. $\frac{2}{43}$?

Rép. L. 6630.

86

46254

61672

pour 4 f. . . . 17. 4.
pour 2 f. . . . . 8. 12.
pour $\frac{2}{43}$ de fol . . 4.

6630|00.

QUESTION DIX-HUITIEME.

§. 432. Un Tuteur doit rendre compte à ſon Fils, devenu majeur, de L. 6500. ſterlings à lui apartenant aux Vieilles Annuités de la Compagnie du Sud en Angleterre; lequel Capital le Tuteur ſe trouve avoir vendu, & n'avoir à ſa place que 7500. ſterlings aux nouvelles Annuités à 3 p $\frac{0}{0}$. de 1744. On demande combien il doit faire bon à ſon Fils de ces nouvelles Annuités, après avoir prelevé $\frac{1}{3}$ qui lui en revient pour ſon hérédité de deux de ſes Enfans morts *ab inteſtat*. On ſupoſe les prix des vieilles Annuités à 102 p $\frac{0}{0}$, & celui des nouvelles à 86 p $\frac{0}{0}$?

1°. Des L. 6500. ſterl. aux Vieilles Annuités,
Otez le $\frac{1}{3}$ 2166 13. f. 4. d. pour le Père,
Il reſte L. 4333. 6. f. 8. d. ſterl. pour le Fils.

2°. Comme L. 86 ſont à L. 102, à combien ſeront L. 4333. 6. f. 8. d.?

102

8666
4333
34

442000
120
340
820
46
20

920
60
12

720
32

Rép. L. 5139. 10. f. 8 d. aux nouvelles Annuités de 3 p $\frac{0}{0}$. pour le fils.

Ainſi des L. 7500. ſt. de nouvelles Annuités
Le Fils aura 5139. 10. f. 8. d. ſterl.
Il reſtera L. 2360. 9. f. 4. d. ſterl. pour le Père.

QUESTION DIX-NEUVIEME.

§. 433. On a une certaine ſomme en Angleterre aux Annuïtés de 4 p $\frac{0}{0}$, que l'on vend à 112 $\frac{1}{2}$ p $\frac{0}{0}$, & du produit, on en achète de nouvelles qui ne rapportent que 3 p $\frac{0}{0}$, & que l'on ſe procure à 90 p $\frac{0}{0}$; On demande à combien pour cent l'argent ſe trouve placé après cette opération.

1°. La vente de L. 100. des Annuïtés de 4 p $\frac{0}{0}$ produit L. 112 $\frac{1}{2}$ d'argent comptant, avec quoi on en achète de nouvelles à 90 pour $\frac{0}{0}$, qui ne raportent que 3 p $\frac{0}{0}$. Donc:

Si avec L. 9|0. j'ai L. 10|0 de capital, combien avec L. 112 $\frac{1}{2}$?

10
1125
Rép. L. 125.

2°. Si L. 1|00 donnent L. 3 d'intérêt, combien L. 125?

3
Rép. L. 3. 15. ou 3 $\frac{3}{4}$ p $\frac{0}{0}$. 3|75
20
15|00

Ou en une ſeule Régle de Trois.

Si L. 90 raportent par l'opérat. L. 3 d'int. combien L. 112 $\frac{1}{2}$?

3
Rép. L. 3. 15. ſ. comme ci-deſſus. 337 $\frac{1}{2}$
67
L'argent ſe trouvera donc placé à 3 $\frac{3}{4}$ p $\frac{0}{0}$. 20
1350
450
00

QUESTION VINGTIEME.

§. 434. Si l'on demande à quel prix il faudroit qu'on pût acheter les nouvelles Annuités afin que le capital qu'on s'y feroit raportât, au 3 p. $\frac{0}{0}$, préciſément autant que celles qu'on a vendues & qui donnoient le 4 p. $\frac{0}{0}$?

1°. Si

1°. Si L. 3 d'intérêt font L. 100 de Capital, combien L. 4 d'intérêt ?

4

400

Rép. L. $133\frac{1}{3}$ de Capital.

2°. Si L. $133\frac{1}{3}$. coûtent L. $112\frac{1}{2}$ p°, combien valent L. 100?

6 — 800 — 6 — 675

Rép. L. $84\frac{3}{8}$

Ou plus briévement :

Si L. 4 d'int. ſe réduiſent à L. 3 d'int. à combien L. $112\frac{1}{2}$?

3

$337\frac{1}{2}$

Rép. L. $84\frac{3}{8}$. comme ci-deſſus.

C'eſt-à-dire, qu'il faudroit acheter les nouvelles Annuités à $84\frac{3}{8}$ p. °/°, pour ſatisfaire à la Queſtion.

Preuve.

1°. Si avec L. $84\frac{3}{8}$ j'ai L. 100 de Capital, combien avec L. $112\frac{1}{2}$?

8 — 675 — 135 — 27

Rép. L. $133\frac{1}{3}$ de Capital.

8 — 900 — 180 — 36 — 100 — 3600 — 90 — 90 — 9 — 27 = $\frac{9}{2}$

2°. Si L. 100 raportent L. 3, combien L. $133\frac{1}{3}$?

3

400

Rép. L. 4. ou le 4 pour °/° ?

Ou dans une ſeule Régle de Trois :

Si L. 84 $\frac{3}{8}$ Nouvell. Ann. donn. L. 3 d'int. comb L. 112 $\frac{1}{2}$ produit des vieilles?

8 — 1 — 8

675 — 900

225 — 000

Rép. L. 4 comme ci-deſſus.

QUESTION VINGT-UNIEME.

§. 435. Si, au lieu de demander à combien il faudroit qu'on pût obtenir les nouvelles Annuïtés qu'on ſupoſe ne pouvoir acheter qu'à 90, on vouloit ſavoir à combien il faudroit vendre les vieilles afin que l'Argent raportât également le 4 p. $\frac{0}{0}$? on le trouveroit par cette Régle de Trois:

Si L. 100 coûtent L. 90, combien L. 133 $\frac{1}{3}$ trouvé ci-devant?

10. — 9. — 9

1200

Rép. L. 120 Il faudroit vendre les vieilles Annuïtés à 120 p. $\frac{0}{0}$.

Preuve.

Si L. 90 donnent L. 3 d'intérêt combien L. 120?

3

360

Rép. 4 pour $\frac{0}{0}$

QUESTION VINGT-DEUXIEME.

§. 436. Il s'agit ici de comparer la perte qu'on fait par la diminution des intérêts, avec le gain qu'on ſe procure en augmentant ſon Capital.

On a par exemple, un Capital de L. 1000 dans des fonds qui valent 108 $\frac{1}{4}$ p. $\frac{0}{0}$ & qui raportent le 4 p. $\frac{0}{0}$: Si l'on vend ce Capital de L. 1000 à ce prix de 108 $\frac{1}{4}$, il produira la ſomme de L. 1082 10 ſ. comme on le trouve par cette opération.

Si L. 1000 donnent L. 108 $\frac{1}{4}$, combien donneront L. 1000?

10

Rép. L. 1082. 10.

Enſuite, qu'on achète, avec ces L. 1082 10 ſ. des fonds, qui ne raportent que le 3 p. $\frac{0}{0}$, mais que l'on peut obtenir à 91 p. $\frac{0}{0}$, quel Capital ſe fera-t-on?

Pour

Pour le trouver je fais cette Régle de Trois.

Si L. 91. donnent L. 100, combien donneront L. 1082. 10 ſ?

100

Rép. L. 1189. 11. ſ. 2. d. 108250
172
815
870
51
20
1020
110
19
12
228
46

Or Si L. 1|00 raportent L. 3. combien L. 1189. 11. ſ. 2. d?

3

Rép. L. 35. 13. ſ. 9. d. 35|68. 13. 6.
20
13|73
12
8|52

Ainſi le nouveau Capital de L. 1189. 11. ſ. 2. d. à 3 pour $\frac{0}{0}$ raporte L. 35. 13. 9 d. Et l'ancien de L. 1000 à 4 pour $\frac{0}{0}$ raportoit L. 40.

On diminuera donc ſon revenu de L. 4 6 ſ. 3 d. en augmentant ſon Capital de L. 189 11 ſ. 2 d.

Or Si L. 4. 6 ſ. 3 d. font 1 an, combien L. 189. 11 ſ. 3 d.?

4

17. 1.
4
69

Rép. 43 ans 11 mois 14 jours.

4

750. 5.
4
3033
273
66
12
792
102
33
30
990
300
2½

Donc

Donc la perte des revenus de près de 44 ans égalera les L. 189. 11 ſ. 3 d. dont le Capital a augmenté. Mais ſi l'on peut eſpérer, qu'avant l'expiration de ce terme, les nouveaux fonds viennent au pair, ſavoir, à 100 p. % au lieu qu'on y a acheté à 91 p. %; on ſera, en les revendant alors, bien indemniſé de la perte ſur le revenu annuel, puiſqu'on augmentera de nouveau de 9 ſur 91. & qu'on ſe trouvera un Capital de L. 1307. 4 ſ. 2 d. comme on le voit par la Régle ſuivante:

Si L. 91 donnent L. 100, combien L. 1189. 11 ſ. 3 d.?

100

Rép. L. 1307. 4 ſ. 2 d. 118900

50

6. 5.

Lequel à 3 p % donnera L. 39. 4 ſ. 3 d. de rente annuelle comme on le voit par la Régle ſuivante: 118956. 5.

279

656

19

20

385

Si L. 1|00 raportent L. 3. comb. L. 1307. 4 ſ. 2 d. 21

3 12

39|21.12. ſ. 6. 252

20 70

4|32

12

3|90

Ce nouveau Revenu égale preſque l'ancien qui donnoit L. 40. Et dans une ſemblable ſpéculation on eſt fondé à eſpérer que le nouveau fonds augmentera juſqu'au-delà du pair qui eſt au deſſus de 100 p. %, ce qui fera monter ſon revenu juſqu'à L. 40 & au-delà.

Voilà qui ſuffit pour donner une idée de ſemblables ſpéculations.

Les Queſtions ſuivantes ſont ſemblables aux trois précédentes, mais l'on ſupoſe que le revenu des Fonds eſt, auſſi bien que leur prix, exprimé par le Denier de la Rente.

QUESTION VINGT-TROISIEME.

§. 437 On a une certaine ſomme dans un Fonds public au Denier 25, que l'on vend au Denier $\frac{2}{3}$, & du produit on achète d'un nouveau Fonds qui

raportera ſeulement au Denier 33 $\frac{1}{3}$, mais que l'on peut acheter au Denier 1 $\frac{1}{9}$: On demande à quel Denier l'Argent ſera placé après cette opération?

Supoſons L. 8000 de Capital dans le Vieux Fonds au Denier 25, que l'on vend au Denier $\frac{8}{9}$, & voyons combien produira cette vente.

Pour cet effet, diviſons les L. 8000 par $\frac{8}{9}$

9

72000

L'on trouve L. 9000 pour le produit de la vente.

Avec ces L. 9000 quel Capital aura-t on du nouveau Fonds au Denier 33 $\frac{1}{3}$, acheté au Denier 1 $\frac{1}{9}$?

Pour le trouver, je multiplie L. 9000.

1 $\frac{1}{9}$

9000
1000

Le produit L. 10000. eſt le Capital qu'on aura dans le Fonds du Denier 33 $\frac{1}{3}$.

Quel revenu produira ce Capital? Pour le trouver, je diviſe

L. 10000 par 33 $\frac{1}{3}$.

3 3

30000 100

Et je trouve L. 300 de Rente annuelle.

Diviſons, enfin, le premier Capital L. 8000, par cette Rente de L. 300 & nous trouverons . . . . . 26. $\frac{2}{3}$; ce qui nous aprend, qu'après cette opération, l'Argent ſe trouve placé au Denier 26 $\frac{2}{3}$ ce qui eſt un peu moins avantageux que le Denier 25 auquel il étoit.

Mais, par contre, le Capital eſt augmenté de 25 p. $\frac{0}{0}$ puiſqu'il eſt préſentement de L. 10000.

QUESTION VINGT-QUATRIEME.

§. 438. On demande à quel Denier il auroit fallu acheter le nouveau Fonds, qui raporte au Denier 33 $\frac{1}{3}$ en vendant le vieux au Denier $\frac{8}{9}$, pour que le Capital qu'on ſe ſeroit fait dans ce nouveau Fonds raportât préciſément autant que les L. 8000 du vieux Fonds qui reporte au Denier 25?

1°. Le Capital doit être plus grand que L. 8000 à proportion que le Denier 25 donne une Rente plus groſſe que le Denier 33 $\frac{1}{3}$.

Donc 25 eſt à $33\frac{1}{3}$ comme L. 8000 au nombre cherché.

3	3	4
75	100	32000
15	20	*Rép.* L. 10666. 13. 4 d.
3	4	

2°. Le Capital nouveau devant être L. 10666. 13 ſ. 4 d. pour trouver à quel Denier il faut l'acheter, diviſez les L. 10666. 13 ſ. 4 d. par L. 9000 qu'à produit la vente du vieux Fonds.

Diviſeur.	*Dividende.*
L. 9000.	L. 10666. 13. 4 d.
3	3
27000	32000
	5

Rép. Au Denier $1\frac{5}{27}$. C'eſt ce que l'on demandoit dans la Queſtion.

POUR PREUVE, je ſupoſe qu'avec les L. 9000. (produit de la vente des L. 8000 du vieux Fonds) on achète du nouveau au Denier $1\frac{5}{27}$; il s'agit de ſavoir quel Capital on y aura, & de montrer qu'il raporte, au Denier $33\frac{1}{3}$ le même revenu que les L. 8000 au Denier 25.

1°. On cherche quel Capital on aura dans le Nouveau Fonds ou l'on emploie L. 9000 au Denier $1\frac{5}{27}$. Pour cet effet on multiplie les L. 9000 par $1\frac{5}{27}$

pour $\frac{3}{27}$	1000
pour $\frac{2}{27}$	666. 13. 4 d.

On a L. 10666. 13. 4 d. de Capital dans le nouveau Fonds.

2°. Diviſant L. $10666\frac{2}{3}$ par le Denier de la Rente, $33\frac{1}{3}$ qu'il raporte.

3	3
32000	100

On a L. 320 de revenu, qui eſt celui que raportoit le 1er. Capital de L. 8000 au Denier 25.

Car diviſant L. 8000. par 25. On a auſſi L. 320.

50 L. 320.
000

QUESTION VINGT-CINQUIEME.

§. 439. Mais ſi l'on demandoit à quel Denier il faudroit vendre les L. 8000 du vieux Fonds, afin, qu'en achetant, avec le produit de la vente, le nouveau Fonds au Denier $1\frac{1}{9}$, on s'y procurât le même Capital L. 10666. 13. 4 d.

Diviſez 1°. les L. 10666. 13. ſ. 4. d. par le Denier $1\frac{1}{9}$.

9	9
96000	10

On trouve par-là, qu'afin que le nouveau Capital, acheté au Denier $1\frac{1}{9}$, produiſe L. 10666. 13 ſ. 4. d. il faut qu'il coûte L. 9600; Il faut donc que la vente des L. 8000 du vieux Fonds produiſe auſſi L. 9600. Or pour ſavoir à quel Denier il faut vendre ces L. 8000 pour s'en procurer L. 9600, diviſez les L. 9600 par les L. 8000.

1600 On trouve le Denier $1\frac{1600}{8000} = \frac{16}{80} = \frac{1}{5}$.

C'eſt-à-dire le Denier $1\frac{1}{5}$.

En effet vendant L. 8000 au Denier $1\frac{1}{5}$ on trouve le produit de la vente en multipliant les L. 8000

par $1\frac{1}{5}$

8000
1600

Ce qui donne L. 9600.

Or ſi avec ces L. 9600 on achète le nouveau Fonds au Denier $1\frac{1}{9}$ on ſe fera le Capital de L. 10666. 13 ſ. 4 d. comme on le trouve en multipliant L. 9600.

par $1\frac{1}{9}$

9600
1066. 13. 4 d.

L. 10666. 13. 4 d.

QUESTION VINGT-SIXIEME.

§. 440. *Pierre* doit à *Jaques* L. 1200 avec intérêt à 4 p. $\frac{0}{0}$ l'an: *Jaques* offre à *Jean* de lui céder cette ſomme ſans interêt moyennant L 300 par année juſqu'à fin de payement qui arrivera au bout de 4 ans, on demande qnelle eſt la perte de *Jaques*, en évaluant les interêts au 4 p. $\frac{0}{0}$ l'an?

Méthode.

1°. Supoſant que le 1er. Payement ſe faſſe à la fin de la première année, il faut d'abord calculer les intérêts & intérêts des intérêts de L. 300 pour 3 ans au 4 p. ° l'an.

2°. Faire la même choſe du ſecond payement pour 2 ans ſeulement.

3°. Calculer l'intérêt du 3eme. payement pour un an.

4°. Ajoûter ces trois ſommes avec le 4eme. payement, qui étant le dernier n'a point d'intérêt; le total ſera ce que *Jaques* aura reçû ou pû recevoir pendant 4 ans.

5°. Enſuite, il faut chercher à quoi monteroit le Capital de L. 1200 avec les intérêts & intérêts des intérêts pour 4 ans au 4 p. ° l'an. Ce que ce dernier Calcul produira de plus que le premier ſera la perte de *Jaques* dans cette convention.

Voici toutes ces opérations.

Ier. *Opération.*

L. 100.
L. 100.
L. 1|00.
10000.

L. 337. 9. ſ. 2. d.

L. 104.
L. 104. : : L. 3|00
L. 104.
416
104
10816
104
43264
10816
1124864
3
337|4592
20
9|1840
12
2|2080

IIde. *Opé-*

II^de. *Opération.*

L. 1|00. L. 104. : : L. 3|00.
L. 1 00. L. 104.

L. 324. 9. ſ. 7. d.

416
104
10816
3
324|48
20
9|60
12
7|20

IIIeme. *Opération.*

L. 1|00. L. 104 : : L. 3|00.
3
L. 312.

IVeme. *Opération.*

Ajoûtons L. 337. 9. ſ. 2. d. . . 1er. Payement & les intérêts & intérêts des intérêts pour 3 ans.
324. 9. 7. . . . 2^d. Payement & les intérêts & intérêts des intérêts pour 2 ans.
312. — — . . . 3e. Payement & intérêt d'un an.
300. — — . . . 4e. Payement qui n'a point d'int.

On a . . . L. 1273. 18. ſ. 9. d. que *Jaques* recevra ou pourra avoir reçû au bout de 4 ans. Je dis *pourra avoir reçû* pour faire entendre qu'il doit faire valoir chacun des trois payements en le plaçant à l'intérêt.

Veme. *Opération.*

L. 1|00.	L. 104.		
L. 100.	L. 104.	: :	L. 12|00.
L. 100.	L. 104.		
L. 100.	L. 104.		
1|000000.	416		
	104		
L. 1403. 16. s. 7. d.	10816		
	10816		
	64896		
	10816		
	86528		
	10816		
	11698856		
	12		
	1403|830272		
	20		
	16|605440		
	12		
	7|265280		

Les L. 1200. auroient raporté à *Jaques* dans 4 ans, en faiſant valoir les intérêts de chaque année, ... L. 1403. 16. s. 7. d.
Et il ne recevra, ſuivant la 4e. opération, que 1273. 18. 9

Il fait donc une perte de . . . . L. 129 17. 10. d.

QUESTION VINGT-SEPTIEME.

§. 441. On eſt obligé de payer L. 1000. chaque année pour penſion viagère; on demande combien on payera préſentement pour L. 5000. penſion de 5 années à venir, en eſcomptant l'intérêt à raiſon de 5 p% l'année.

Méthode.

Méthode en calculant l'Intérêt ſimple.

Cherchons d'abord combien la Perſonne penſionnée aura reçû au bout de 5 ans, ſi elle place chaque année ſa penſion au 5 pour $\frac{0}{0}$. Et ſupoſant qu'elle ne reçoit la 1re. qu'au bout de la 1re. annee, elle jouira pour cette penſion de l'intérêt de 4 ans, ſavoir de 20 pour $\frac{0}{0}$.

Donc 1°. Si L. 100 donnent L. 20, combien L. 1000?
Reponſe . . . 200 d'intérêt

faiſant . . L. 1200.

Recevant enſuite ſa ſeconde Rente au bout de la 2de. année, elle jouit de l'intérêt de 3 ans, ſavoir de 15 pour $\frac{0}{0}$.

Donc 2°. Si L. 100 donne L. 15. combien L. 1000?
Rép. . 150 d'intérêt.

faiſant L. 1150.

Sur le même pié nous dirons pour la 3e. Rente;

3°. Si L. 100. donne L. 10, combien L. 1000?
Rép. . 100. d'intérêt.

faiſant L. 1100.

Et 4°. Si L. 100. donne L. 5, combien L. 1000. 4e. Rente
Rép. . 50. d'interet.

faiſant L. 1050.

Aſſemblons ces Sommes.

L. 1200.	1ere. Rente avec intérêts de 4 ans.
1150.	2de. Rente avec interêts de 3 ans.
1100.	3e. Rente avec interêts de 2 ans.
1050.	4e. Rente avec interets de 1 ans.
1000.	5e. Rente qui ſe paye au bout de la 5e. année.
L. 5500.	Somme que la Perſonne penſionnee aura reçûe au bout de 5 ans

La Queſtion ſe réduit ainſi à chercher qu'elle ſomme on doit payer préſentement pour qu'avec l'interet de 5 ans au 5 p. $\frac{0}{0}$ l'an, elle produiſe L. 5500.

C'eſt

C'eſt donc ici la Régle d'Eſcompte : L'intérêt au 5 p. $\frac{0}{0}$ l'an eſt 25 p. $\frac{0}{0}$ Dites donc ?

Si L. 125 ſe réduiſent a L. 100 à combien ſe réduira

25	20	la Somme de L. 5500
5	4	4
		22000
		Rép. L. 4400.

En effet, ſi la perſonne penſionné place pour 5 ans à 5 p. $\frac{0}{0}$ l'an, les L. 4400 qu'on lui payera preſentement, on trouvera que les intérêts de 5 ans, lui donneront L. 1100, qui avec les L. 4400. feront 5500 que lui auroient produit ſes Rentes annuelles de 5 ans.

Méthode en Calculant l'Intérêt & l'Intérêt de l'Intérêt.

§. 442. La penſion de la première année produira les Intérêts & Intérêts des Intérêts de 4 ans, qu'on trouvera par la Régle ſuivante.

2. 20. L. 100.	L. 105. 21	
2. 20. 100.	105. 21	: : L. 1000. 1.
2. 20. 100.	105. 21	
20. 100.	105. 21	

Les Termes réduits ſont,

2	21.	* 194481
2	21.	344
2	21.	248
20	21.	881
40	21.	81
4	42	20
100	441	1620
	441	20
L. 1215. 10. 1	441	12
	1764	240
	1764	80
	19481 *	

La Penſion de la 2de. année produira les intérêts & intérêts des intérêts de 3 ans, qu'on trouve par une ſemblable Régle, ſavoir;

1. L. 100.	L. 105. 21	
2. 20. 100.	105. 21	L. 1000. 1.
4. 20. 100.	105. 21	
8	21	
	42	
	441	
	21	
	441	
	882	
	9261	
	Rép. L. 1157. 12. 6. d.	

La Penſion de la 3e. année doit être calculée pour 2 ans, comme ſuit;

2. 20. L. 100. L. 105. 21. L. 1000. 1.
1. 100. 105.

105
21

105
210

2205

L. 1102. 10.

Pour la 4e. Rente, elle n'a que l'intérêt d'un an.

Aſſemblons ces ſommes.

L. 1215.10.ſ. 1. d. 1re. Rente avec intérêt & intérêt d'intérêt pour 4 ans.
1157.12. 6. d. 2de. Rente & idem . . . pour 3 ans.
1102.10 —— 3e. Rente & id. . . . . pour 2 ans.
1050. — —— 4e. Rente avec intérêt d'un an.
1000. — —— 5e. Rente, ſans intérêt, étant payée à la fin de la 5e. année.

L. 5525.12.ſ.7. d. ſomme qu'aura reçûe la perſonne penſionnée au bout de 5 ans, en ſupoſant qu'elle a placé chaque année ſes Rentes & les intérêts au 5 pour $\frac{0}{0}$.

La Queſtion ſe réduit donc à trouver quelle ſomme on doit lui payer préſentement, pour que cette ſomme avec les intérêts & intérêts des intérêts de 5 ans, lui produiſe L. 5525. 12. ſ. 7. d. Pour cet effet il faut eſcompter les intérêts & intérêts des intérêts pour 5 ans au 5 pour $\frac{0}{0}$ l'an, qui ſont compris dans la ſomme de L. 5525, 12. ſ. 7. d. Et pour trouver ces intérêts & intérêts des intérêts à eſcompter, faiſons la Régle ſuivante.

21.	L. 105.	L. 100. 20. 4.	
21.	105.	100. 20. 4.	
21.	105.	100. 20.	L. 5525. 12. ſ. 6. d.
21.	105.	100.	
21.	105.	100.	

21		20
42		4
441		80
441		4
441		3200000
1764		5525. 12. ſ. 6. d.
1764		1105000000
194481		16575
21		pr. 10 ſ. . . 1600000
194481		pr. 2. 6. d. 400000
388962		17682000000
4084101		13455960
		12036570
		38683680
Rép. L. 4329. 9. ſ. 5. d.		1926771
		20
		38535420
		1778511
		12
		21342132
		921627

C'eſt la ſomme qu'il faut payer préſentement. En effet, ſi nous y ajoûtons continuellement l'intérêt & l'intérêt de l'interêt pour 5 ans, nous aurons la ſomme de L. 5525. 12. ſ. 6. d. Nous le pourrons faire aiſement en ajoûtant ſucceſſivement la 20e. parce qu'au 5 pour $\frac{0}{0}$ l'intérêt eſt la 20e. partie. Nous négligerons les fractions de den.

Ainſi à ajoût. p. la 1re. année $\frac{1}{20}$,	L. 4329.	9.	5. d. 5	La 1re. mét. donne	L. 4400 —	
	216.	9.	5	La 2de.	4329	9. 5 d
	L. 4545.	18.	10	Difference	L. 70.	10. 7
pour la 2de. année	227.	5.	11			
	L. 4773.	4.	9			
pour la 3e.	238.	13.	3			
	L. 5011.	18.				
pour la 4e.	250.	12.				
	L. 5262.	10.				
pour la 5e.	263.	2.	6			
	L. 5525.	12.	6			

QUESTION VINGT-HUITIEME.

§. 413. Un Particulier doit faire trois Payemens égaux, le prémier dans 3 mois, le ſecond dans 8 mois, & le troiſieme dans 9 mois; on demande dans combien de mois il pourroit faire, en un ſeul Payement, le montant des trois, de maniére que les termes differens ſoient exactement compenſés?

Il faut employer la méthode du 1er. cas de l'Article 1er. de la Régle d'Aliage §. 254. Ainſi additionnez les trois termes, 3|m. 8|m. & 9|m. Prenez le tiers de la ſomme, 20, vous trouverez 6|m $\frac{2}{3}$ pour le terme commun. Le Particulier doit donc payer en une ſeule fois au bout de 6 mois $\frac{2}{3}$.

Pour Preuve, ſupoſons chaque Payement de L. 100. & l'intérêt à 5 pour $\frac{0}{0}$ l'an.

L'Intérêt du 1er. Payement pour 3 mois eſt . .	L.	1.	5 —
du 2d. pour 8 mois		3.	6. 8 d.
du 3e. pour 9 mois		3.	15 —
L'intérêt monte pour les 3 ſommes a . . .	L.	8.	6. 8 d.

Or l'intérêt des L. 300 pour 6 mois $\frac{2}{3}$ monte auſſi L 8. 6. ſ. 8. d.

Donc les termes differens ſont exactement compenſés par le terme moyen qu'on a trouvé.

Il eſt facile de comprendre qu'à quelque prix qu'on ſupoſe l'intérêt, on trouvera toûjours la même égalité.

QUES-

QUESTION VINGT-NEUVIEME.

§. 444. Un Négociant doit payer L. 4000 dans 3 mois, L. 2000 dans 5 mois, & L. 1200 dans 8 mois; on demande dans combien de mois il pourroit payer ces trois ſommes enſemble de manière que les termes différens ſoient exactement compenſés?

Il faut employer la méthode du 2d. cas de l'Article 1er. de la Régle d'Alliage, (. 260. Ainſi multipliez chaque ſomme par ſon terme, & diviſez la ſomme des produits par la ſomme des payemens; le Quotient donnera la réponſe à la Queſtion.

Opération.

L. 4000 par 3 mois	produit	12000.
2000 par 5 mois . . .		10000.
1200 par 8 mois . . .		9600.
7200 Somme des Payem.		31600. Somme des produits.

28

Quotient. 4|m. 11 j $\frac{2}{3}$ Terme moyen. 30 j.

840

La Réponſe eſt qu'il faut payer dans 4|m. 11 j. $\frac{2}{3}$.

120
48
72 $= \frac{2}{3}$

Pour preuve, il ne faut que faire voir que l'intérêt de L. 7200, montant des trois Payemens, eſt égal, pour 4|m. 11 j. $\frac{2}{3}$; aux intérêts de L. 4000. pour 3 mois, de L. 2000 pour 5 mois, & de L. 1200 pour 8 mois.

Supoſons, pour cet effet, l'intérêt à 4 pour $\frac{0}{0}$ l'an.

Calculons 1°. l'intérêt de chaque Payement ſelon ſon terme.

Si L. 100 donnent L. 4, combien L. 4000? *Rép.* L. 160 pr. un an
4
16000 Donc L. 40 pr. 3 mois.

Si L. 100 donnent L. 4, combien L. 2000? *Rép.* L. 80. pr. un an.
4
8000 Donc L. 26. 13. 4 pr. 4 mois
& 6. 13. 4 pr. 1|m.

Ainſi L. 33. 6. 8 d. pr. 5|m.

Si L. 100 donnent L. 4, combien L. 1200? *Rép.* L. 48. pr. un an.

4

4800 Donc L. 32. pr. 8 mois.

Assemblons ces intérêts { L. 40. / 33. 6. 8 d / 32 — } font L. 105. 6. s. 8. d.

2°. Cherchons l'intérêt de L. 7200, montant des Payemens, pour 4|m. 11 jours $\frac{2}{3}$.

Si L. 100 donnent L. 4, combien L. 7200? *Rép.* L. 288. pr. un an

4

28800 Donc L. 96 — pr. 4|m.
8 — pr. 10 j.
1. 6. 8. d. pr. 1 j. $\frac{2}{3}$

Ainsi L. 105. 6. 8. d. comme ci-dessus.

QUESTION TRENTIEME.

§. 445. On doit faire quatre Payemens égaux de L. 3000 chacun, le premier dans 3 mois, le second dans 5 mois, le troisième dans 9 mois, & le quatrième dans 12 mois, sans intérêt; mais on propose de payer présentement le tout, qui est L. 12000, moyennant l'escompte à raison de 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année: Combien doit-on payer comptant.

Méthode.

Il faut chercher ce qu'on doit payer comptant pour chacun des Payemens à termes. Le prémier Payement étant pour 3 mois, l'Escompte sera de 1 pour $\frac{0}{0}$; le second étant pour 5 mois, l'Escompte sera de 1 $\frac{2}{3}$ pour $\frac{0}{0}$, car *Si* 12|*m. donnent* 4 *pour* $\frac{0}{0}$ *combien* 5|*m*? On trouve $\frac{20}{12} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

Le troisième Payement étant pour 9|m., l'Escompte sera de 3 pour $\frac{0}{0}$, & pour le quatriéme de 4 pour $\frac{0}{0}$. Donc

1°. Si

1°. Si L. 101 ne donnent que L. 100, combien L. 3000?

L. 2970. 5. f. 11. d. ou L. 2970. 6 f.

100.
300000.
980
710
30
20
600
95
12
1140
130
29

2°. Si L. 101 $\frac{3}{4}$ ne donnent que L. 100, combien L. 3000?

3
305
61

3
300
60
3000
180000
580
310
50
20
1000
390
24
12
288
44

3°. Si

3°. Si L. 103. ne donnent que L. 100, combien L. 3000?

L. 2912. 12. ſ. 5. d.

100 | 300000
940
130
270
64
20
1280
250
44
12
528
13

4°. Si L. 104. ne donnent que L. 100, combien L. 3000?

L. 2884. 12. ſ. 3. d.

100 | 300000
920
880
480
64
20
1200
240
32
12
384

Aſſemblons préſentement ces quatre Réſultâts,

L. 2970. 5. ſ. 11. d.
2950. 16. 4
2912. 12. 5
2884. 12. 3

Nous aurons L. 11718. 6. 11. d. ou L. 11718. 7 ſ. qu'il faut payer comptant, ce qui fait . . . . . 281. 13 — d'Eſcompte.

L. 12000 —

La preuve conſiſte à faire voir que les intérêts de ces diverſes ſommes qui compoſent celle qu'on paye comptant, montent exactement à l'Eſcompte de L. 281. 13 ſ. —

L'intérêt pour 3 mois à 4 pour % l'an de L. 2970. 5. 11 eſt L. 29. 14. 1
pour 5 mois idem . . de L. 2950. 16. 4 eſt 49. 3. 7
pour 9 mois id. . . . de L. 2912. 12. 5 eſt 87. 7. 7
pour 12 mois id. . . . de L. 2884. 12. 3 eſt 115. 7. 9

L. 281. 13 --

QUES-

QUESTION TRENTE-UNIEME.

§. 446. Un Négociant ou autre Particulier doit payer L. 4000. dans 3 mois, L. 2000 dans 5 mois, & L. 1200. dans 8 mois, ſans intérêt; mais il propoſe de payer préſentement le tout, qui eſt L. 7200, ſous l'eſcompte à raiſon de 5 pour $\frac{0}{0}$ l'année: On demande combien il faut lui rabattre, & combien il payera préſentement.

La méthode eſt la même que pour la Queſtion qui précéde, puiſque ces deux Queſtions ſont ſemblables; mais au lieu de chercher ce qui eſt à payer préſentement de chaque ſomme, je chercherai ce qu'il faut en eſcompter.

Voyons d'abord le prix de l'Eſcompte pour chaque terme.

1°. Si 12|m. donnent 5 pour $\frac{0}{0}$, combien 3|m? *Rép.* 1 $\frac{1}{4}$ pour $\frac{0}{0}$.

2°. Si 12|m. donnent 5 pour $\frac{0}{0}$, combien 5|m? *Rép.* 2 $\frac{1}{12}$ pour $\frac{0}{0}$.

5
25
2 $\frac{1}{12}$

3°. Si 12|m. donnent 5 pour $\frac{0}{0}$, combien 8|m? *Rép.* 3 $\frac{1}{3}$ pour $\frac{0}{0}$.

Puis diſons,

4°. Si L. 101 $\frac{1}{4}$ eſcomptent L. 1 $\frac{1}{4}$, combien L. 4000? *Rép.* L. 49. 7. ſ. 8. d.

4 — 405 — 81 — L. 49. 7. ſ. 7. d.

4 — 5 — 1

760 — 31 — 20 — 620 — 53 — 12 — 636 — 69

5°. Si L. 102 $\frac{1}{12}$ eſcomptent L. 2 $\frac{1}{12}$, combien L. 2000? *Rép.* L. 40. 16. ſ. 4. d.

12 — 1225 — 245 — 49 — L. 40. 16. 3. d.

12 — 25 — 5 — 1

40 — 20 — 800 — 310 — 16 — 12 — 192 — 45

6°. Si L. 103 $\frac{1}{3}$ eſcomptent L. 3 $\frac{1}{3}$, combien L. 1200? *Rép.* L. 38. 14. 2. d.

3	3	270
310	10	22
31	1	20
L. 38. 14. ſ. 2. d.		440
		130
		6
		12
		72
		10

Il faut eſcompter ſur L. 7200, la ſomme de L. 128. 18. 2 d.

Donc Des L. 7200
rabattez . . 128. 18. ſ. 2. d. d'eſcompte.

Il reſte . L. 7071. 1. ſ 10. d. à payer préſentement.

En voici la preuve.

Des L. 4000, 1er. Payement à faire dans 3|m.
Otez 49. 7. ſ. 8. d. Eſcompte de 3|m.

Reſte L. 3950. 12. 4 d. dont l'intérêt de 3|m. eſt . . L. 49. 7. ſ. 8. d.
Des L. 2000. 2^d^. Payem. à faire dans 5|m.
Otez 40. 16. 4 d. Eſcompte de 3|m.

Reſte 1959. 3. 8 d. dont l'intérêt de 5|m. eſt . . . 40. 16. 4
Des L. 1200. 3e. Payem. à faire dans 8|m.
Otez 38. 14. 2 d. Eſcompte de 8|m.

Reſte 1161. 5. 10 d. dont l'intérêt de 8|m. eſt . . . 38. 14. 2

L. 7071. 1. 10 d. à payer préſentem. dont l'int. eſt L. 128. 18. 2 d.

On voit que ce que l'on recevra préſentement produira le même intérêt que l'Eſcompte qu'on aura déduit.

QUESTION TRENTE-DEUXIEME.

§. 447. *Tite* veut acheter un Bien fonds pour le prix de L. 7000, ſous la condition d'en payer L. 4000 comptant, & les L. 3000 reſtantes en cinq payemens de L. 600 chacun par année ſans intérêts. *Sempronius* en offre

offre L. 6000 qu'il payera comptant. On demande lequel en offre le plus, en ſupoſant que le Vendeur puiſſe placer l'argent qu'il recevra à l'intérêt du 5 pour $\frac{0}{0}$ par an.

Pour répondre à cette Queſtion, cherchons à quelle ſomme d'argent comptant reviennent les cinq payemens de L. 600 chacun, pour joindre avec le payement de L. 4000 qui ſe fera comptant. Pour cet effet il faut deduire l'intérêt de 5 pour $\frac{0}{0}$ de chacun des payemens de L. 600. Savoir du 1er. l'intérêt d'un an; du 2^d^. l'intérêt de 2 ans, &c. Ce qui ſe doit faire par la méthode de l'Eſcompte; mais l'on peut déduire l'intérêt ſimple, ou l'intérêt & l'intérêt de l'interêt. Nous ne déduirons dans les calculs ſuivans que l'intérêt ſimple.

1°. Si L. 105 ne ſont que L. 100, combien L. 600? *Rép.* L. 571. 8. 6.

21 — 20

600

L. 571. 8. ſ. 6. d. — 12000

150

30

9

20

180

12

12

144

18

2°. Si L. 1150 ne ſont que L. 100, combien L. 6010? *Rép.* L. 545. 9. 1.

60

L. 545. 9. ſ. 1. d — 6000

50

60

5

20

100

1

12

3°. Si L. 115 ne font que L. 100, combien L. 600? *Rép.* L. 521. 14. 9.

23	120
	100
L. 521. 14. ſ. 9. d.	12000
	50
	40
	17
	20
	340
	110
	18
	12
	216
	09

4°. Si L. 120 ne font que L. 100, combien L. 600? *Rép.* L. 500 — —

1	500	5

5°. Si L. 125 ne font que L. 100, combien L. 600? *Rép.* L. 480 — —

25	20	120
		24
1		20
		480

Les 5 Payemens de L. 600 l'un, reviennent à un Payement argent comptant de	L. 2618. 12. 4.
Ajoûtant le payement qu'on fait comptant de	4000 — —
Il ſe trouve que c'eſt comme ſi *Tite* payoit comptant . .	L. 6618. 12. 4 d.

Or *Sempronius* n'offre de ce fonds que L. 6000, par conſequent, L. 618. 12. 4. d. de moins que *Tite*.

On peut répondre à la même Queſtion en montrant, à quoi monte, avec les intérêts au bout de 5 ans, ce que *Tite* & *Sempronius* offrent chacun. Nous allons en faire le calcul.

1°. *Tite*

1°. *Tite* paye comptant		L. 4000
Dont l'intérêt de 5 ans eſt		1000
Il paye au bout d'un an . . .	L. 600 —	
Dont l'intérêt de 4 ans eſt . . .	120 —	. . 720
Au bout de 2 ans . .	L. 600 —	
Dont l'interêt de 3 ans eſt . . .	90 —	. . 690
Au bout de 3 ans . . .	L. 600 —	
Dont l'intérêt de 2 ans eſt . . .	60 —	. . 660
Au bout de 4 ans . . .	L. 600 —	
Dont l'intérêt de 1 an eſt	30 —	. . 630
Et au bout de 5 ans		. 600
Le Vendeur aura reçu, avec l'intéret, en plaçant chaque Payement au 5 p% l'an, ...		L. 8300 —
2°. *Sempronius* paye comptant . .	L. 6000 —	
qui placees à l'intérêt, donneront dans 5 ans, à 5 p% l'an, ...	1500 —	
Ce que *Sempronius* offre ne produira donc an Vendeur au bout de 5 ans que		7500 —
Ce qui eſt moins que ce que produiſent les Payemens de *Tite*, ſavoir la difference de . . .		L. 800 —

QUESTION TRENTE-TROISIEME.

§. 448. Une muraille a 30 pieds de long, 20 pieds de haut, & 3 pieds d'épais. Une autre muraille a 40 pieds de long, 10 pieds de haut, & 2 pieds d'épais. Ces deux murailles ont coûté L. 1000, combien coûte chacune d'elles ſeparément ?

1°. Cherchons la ſolidité de chacune,

30 pieds de long, ...	40 pieds de long,
20 pieds de haut, ...	10 pieds de haut,
600 pieds quarrés de ſuperficie	400 pds. quarr. ſuperfic.
3 pieds d'épaiſſeur.	2 pieds d'épais
1800 pieds cubes, ſolidité de la 1re.	800 pieds cubes.
800 pieds cubes, ſolidité de la 2de.	
2600 pieds cubes, ſolidité des deux murailles.	

2°. Faiſons deux Régles de Trois:

Si 2600 pieds cubes coûtent L. 1000, combien 1800 pieds cubes?

13	9000	9
L. 692. 6. ſ. 1. d.	120	
	30	
	4	
	20	
	80	
	2	
	12	
	24	
	11	

Si 2600 pieds cubes coûtent L. 1000, combien 800 pieds cubes?

13	4000	4
L. 307. 13. ſ. 10. d.	100	
	9	
	20	
	180	
	50	
	11	
	12	
	132	
	2	

Donc L. 692. 6. ſ. 1. d. eſt le prix de la 1re. Muraille,
& 307. 13. 10. d. celui de la ſeconde
— —. 1. d. pour les Reſtes.
L. 1000 — —

QUES-

QUESTION TRENTE-QUATRIEME.

§. 449. L'on a 16 piéces d'Etoffe de la longueur & la largeur ſous ſpécifiées, qui ont coûté L. 1252. 16 ſ., & l'on demande le prix de l'Aune de chacune ?

5 Piéces tirant 20 aunes de $\frac{5}{4}$ de large, font 125 aunes de ſuperficie.
3 Piéces tirant 24 aunes de $\frac{7}{8}$ de large, font 63 aunes idem.
8 Piéces tirant 20 aunes de $\frac{2}{1}$ de large, font 160 aunes idem.

16 Piéces tenant 74 aunes qui ont en ſuperficie 348 aunes quarrées.

Pour trouver la ſuperficie, on a multiplié la longueur de chaque piéce par ſa largeur, & le produit par le nombre des piéces. Ainſi 20 aunes par $\frac{5}{4}$ ont donné 25 aunes de ſuperficie pour chacune des 5 piéces; donc 5 pieces ont 5 fois 25 aunes ou 125 aunes de ſuperficie ; & ainſi des autres.

Après cela il faut faire ces trois Régles de Trois :

1re, Si 348 aunes coûtent L. 1252. 16 ſ., combien 125 aunes ?

116	417. 12.
	125
L. 450	2085
	834
	41775
	52200
	580
	0000

2de. Si 348 aunes coûtent L. 1252. 16 ſ., combien 63 aunes ?

116	21	21
L. 226. 16 ſ.	1252	
	2504	
	16. 16 —	
	26308. 16 —	
	310	
	788	
	92	
	20	
	1856	
	656	
	000	

3o. Si

3°. Si 348 aunes coûtent L. 1252. 16 ſ., combien 160 aunes ?

116.	417. 12
	160
L. 576.	25020
	41796
	66816
	881
	696
	000

Ainſi

Les 5 Piéces de 20 aunes, qui font 100 aunes, coûtent L. 450. — —
Les 3 Piéces de 24 aunes, qui font 72 aunes, coûtent L. 226. 16 —
Les 8 Piéces de 30 aunes, qui font 240 aunes, coûtent L. 576. — —

Donc

1°. Si 100 aunes coûtent L. 4|50, combien l'aune ? *Rép.* L. 4. 10 ſ.
20
10|00

2°. Si 72 aunes coûtent L. 226. 16 ſ. combien l'aune ? *Rép.* L. 3. 3 ſ.

	10
L. 3. 3 ſ.	20
	216
	00

3°. Si 240 aunes coûtent L. 576. combien l'aune ? *Rép.* L. 2. 8 ſ.

	96
L. 2. 8 ſ.	20
	1920
	000

QUESTION TRENTE-CINQUIEME.

§. 450. Un Marchand a payé & reçû pour ſon Correſpondant les ſommes ci-après déſignées, ſavoir ;

Il a reçû		Il a payé	
Le 1er. Mars	L. 2400 —	Le 12e. Avril . .	L. 1500 —
Le 20e. May	3000 —	Le 25e. Juillet . . .	1800 —
Le 13e. Août	3600 —	Le 10e. 7bre. . . .	4500 —

On

On demande quelle eſt la ſomme dont l'un doit bonifier l'autre, à la fin de l'année, pour les intérêts ſur le pié du $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$ par mois?

Ière. *Méthode.*

Le Marchand Doit.		Avoir.	
Pr. intérêt de 10|m. du 1er. Mars à la fin de l'année de . L. 2400.	L. 120 —	Pr. int. de 8|m. 18 j. du 12e. Avril à la fin de l'année de L. 1500.	L. 64.10 —
De 7|m. 10 j. du 20e. May à la fin de l'année de L. 3000 —	110 —	De 5|m. 5 j. du 25e. Juill. à la fin de l'année de L. 1800 —	46.10 —
De 4|m. 17 j. du 13e. Août à la fin de l'année de L. 3600 —	82. 4	De 3|m. 20 j. du 10e. 7bre. à la fin de l'année de L. 4500 —	82.10 —
		Le Marchand doit pour ſolde des Intérêts	118.14 —
L.	312. 4	L.	312. 4 —

IIde. *Méthode.*

1°. Multipliez, chaque ſomme par le tems écoulé depuis ſa datte juſqu'à celle où l'on veut régler le compte, qui eſt ici la fin de l'année.

2°. Additionnez les produits des ſommes reçûes & ceux des ſommes payées.

3°. Souſtraiſez la moindre ſomme totale de la plus grande.

4°. Faites une Régle de trois dont le 1er. terme ſera 100, le ſecond ſera le prix de l'intérêt pour un an, qui eſt ici 6 pour $\frac{0}{0}$, & le troiſiéme ſera la différence trouvée entre les deux ſommes totales par la ſouſtraction ci-deſſus; le Réſultât donnera ce qui eſt dû des Intérêts.

Opération.

L. 2400 par 10|m.		L. 3000 par 7|m. 10 j.		L. 3600 par 4|m. 17 j.	
pr. 6|m.	1200	pr. 6|m.	1500	pr. 4|m.	1200
pr. 4|m.	800	pr. 1|m.	250	pr. 15 j.	150
produit	2000	pr. 10 j.	$83\frac{1}{3}$	pr. 2 j.	20
		produit	$1833\frac{1}{3}$	produit	1370

L. 1500 par 8|m 18j.	L. 1800 par 5|m. 5 j.	L. 4500 par 3|m. 20 j.
pr. 6|m. 750	pr. 4|m. 600	pr. 3|m. 1125
pr. 2|m. 250	pr. 1|m. 150	pr. 15 j. 187 ½
pr. 18 j. 75	pr 5 j. 25	pr. 5 j. 62 ½
produit 1075	produit 775	produit 1375.

Produits des ſommes reçûes.		*Produits des ſommes payées.*
2000		1075
1833 ⅓		775
1370		1375
5203 ⅓	Sommes totales	3225
3225		
1978 ⅓	difference des deux ſommes totales.	

Si 1\|00 donnent 6, combien 1978 ⅓ × 6

L. 118. 14 ſ. comme par la 1re. Methode. 11870 / 80 / 1400

On comprend que la Somme reçue étant plus grande que celle des payemens, les interets ſont dûs par celui qui a reçû & payé.

Que ſi la Somme des payemens étoit plus forte que la Somme reçue, les interets ſeroient dus à celui qui a reçu & payé.

QUESTION TRENTE-SIXIEME.

§. 451. *Ami* doit à *Bénédict* L. 10000. de Capital par obligation du 15e. Juillet 1752, payable dans une annee avec l'intérêt au 5 p. %. Mais comme il n'a pas acquité cette obligation à ſon échéance, & qu'il a néanmoins fait divers payemens, tant pour les intérêts échûs qu'à compte du Capital; On demande combien il doit en Capital & Interêts juſqu'au 1er. May 1763 ?

Les Payemens faits ſont les ſuivans.

L. 1500. le 1er. 7bre. 1753,	L. 1000. le 20 Février 1758.
L. 1200. le 15 Xbre. 1758,	L. 3000. le 10 Juin 1759.
L. 850. le 25 Janv. 1761,	L. 2000. le 1 May 1762.

Ami doit à *Bénédict.*	Avoir.
1752 Juill. 15. p. Oblig. de ce j. L. 10000—	1753. 7bre. 1. 1er. Pay. de L. 1500.
	1758. Fev. 20. 2d. Payem. de 1000.
	—— Xbre. 15. 3e. Payem. de 1200.
	1759. Juin 10. 4e. Payem. de 3000.
	1761. Janv. 25. 5e. Payem. de 850.
	1762. May. 1. 6e. Payem. de 2000.
	Ami Doit pour ſolde du Capital ſans intérêt. . . . . 450.
	L. 10000.

Calculons les intérêts par la première Méthode donnée pour la Queſtion précédente.

Intérêt de L. 10000. p. 10 ans 9|m. 15 j. dès le 15. Juill. 1752. au 1er. May 1763 à 5 p. % l'an L. 5395. 16. 8	Int. de L. 1500 p. 9 ans 8|m. dès le 1er. 7bre. 1753 au 1er. May 1763. à 5 pour % l'an. . . . L. 725.
	De L. 1000. p. 5 ans 2|m. 10 j. dès le 20 Fev. 1758 au 1er. May 1763. . . . . 259. 14. 6
	De L. 1200. p. 4 ans 4|m. 15 j. dès le 15 Xbre. 1758 au 1er. May 1763. . . . . 262. 10—
	De L. 3000. p. 3 ans 10|m. 20 j. dès le 10e. Juin 1759 au 1er. May 1763. . . . . 583. 6. 8
	De L. 850. pr. 2 ans 3|m. 5 j. dès le 25e. Janv. 1761 au 1er. May 1763. . . . . 96. 4. 3
	De L. 2000. pr. 1 an du 1er. May 1762 au 1er. May 1763. . 100.——
	Ami doit pour ſolde des Intérêts. 3369 1. 3
	L. 5395. 16. 8

Au ſolde des intérêts L. 3369. 1. 3
ajoûtons le ſolde du Capital 450 —

Nous aurons . . . . L. 3819. 1. 3 qu'*Ami* doit à *Bénedict*, en Capital & intérêt juſqu'au 1er. May 1763.

§. 452. Calculons à préſent les intérêts par la 2de. Méthode donnée pour la Queſtion XXXV.

Multiplions 1°. les L. 10000 de Capital
par 10 ans 9|m. 15 j. Tems écoulé depuis ſa datte juſqu'à celle où l'on veut régler le Compte.

100000
pour 6|m. . 5000
pour 3|m. . 2500
pour 15 j. . . 416. 13. 4 d.
L. 107916. 13. 4

2°. les L. 1500 du 1er. Payement
par 9 ans 8|m. Tems écoulé depuis ſa datte juſqu'à celle où l'on veut regler le Compte.

13500
pour 8|m. . . 1000
L. 14500.

3°. les L. 1000. du 2d. Payement
par 5 ans 2|m. 10 j. Tems écoulé comme ci-deſſus.

5000
pour 2|m. . . 166. 13. 4
pour 10 j. . . 27. 15. 6 $\frac{2}{3}$
L. 5194. 8. 10 $\frac{2}{3}$.

4°. les L. 1200. du 3e. Payement
par 4 ans 4|m. 15 j. Tems écoulé comme ci-deſſus.

4800
pour 3|m. . 300
pour 1|m. 15 j. 150
L. 5250

5°. les L. 3000 du 4e. Payement
par 3 ans 10|m. 20 j. Tems écoulé de même.

9000
pour 6|m. . 1500
pour 4|m. . 1000
pour 20 j. . 166. 13. 4
L. 11666. 13. 4

5°. les

6°. les L. 850. du 5e. Payement
par 2 ans 3|m. 5 j. Tems écoulé de même.
1700
pour 3|m. . . 212. 10
pour 5 j. . . . 11. 16. 1 2/3
L. 1924. 6. 1 2/3

7°. les L. 2000. du 6e. Payement
par 1 an
2000.

Additionnons les produits des 6 Payemens, qui ſont;

14500. — —
5194. 8. 10 2/3
5250. — —
11666. 13. 4
1924. 6. 1 2/3
2000. — —
L. 40535. 8. 4 1/3

Souſtraiſons cette ſomme des Produits des Payemens, du Produit du Capital, ſavoir de 107916. 13. 4
Otons . 40535. 8. 4 1/3
Reſte 67381. 4. 11 2/3

Faiſons enfin cette Regle de Trois;

Si 1|00 donnent 5 combien . . 67381. 4. 11 2/3
5
3369|06. 4. 10 1/3
20
1|24
12
2|98 1/3
100

On trouve L. 3369. 1. ſ. 2. d 59/60. C'eſt ce qu'*Ami* doit à *Bénédict* pour ſolde des intérêts.

A cette ſomme L. 3369. 1. 2 59/60
ajoûtons le ſolde du Cap. 450 —

$= \frac{295}{300} = \frac{59}{60}$

On aura L. 3819. 1. 2 d 59/60 dû en Capital & intérêts juſqu'au 1er. May 1763. comme par la 1re. méthode, où j'ai negligé les fractions de deniers.

Voici une 3e. méthode, qui conſiſte à calculer l'interêt de maniére que chaque Payement ſert 1°. à aquiter l'intérêt echû, & 2°. ſi le Payement eſt plus fort que ce qui eſt dû pour l'interêt échû, le ſurplus s'impute ſur le Capital pour le diminuer; c'eſt ce qu'on apelle un *Compte d'interêt à échelle*.

IIIeme. Méthode.

§. 453. *Modèle d'un Compte d'Intérêts à échelle.*

Ami doit à Bénédict par Obligation du 15e. Juillet 1752, payable dans une année avec l'intérêt à 5 p. $\frac{0}{0}$, du Capital de . L. 10000. — —

Intérêt de 1 an 1|m. 15 j. du 15e. Juillet 1752 au 1er. 7bre. 1753.		562. 10 —
		L. 10562. 10 —
Le 1er. 7bre. 1753. Il a été payé		1500. — —
Reste du Capital .		L. 9062. 10 —
Intérêt de L. 9062. 10 ſ. pr. 4 ans 5|m. 20 j. du 1er. 7bre. 1753. au 20e. Févr. 1758. .	L. 2026. 9. 6	
Le 20e. Févr. 1758. Il a été paye . . .	1000. — —	
Il reſte des Intérêts.	L. 1026. 9. 6	
Intérêt de L. 9062. 10 ſ. pr. 9|m. 25 j. du 20e. Fevr. 1758. au 15 Xbre. ſuivant . .	371. 6 —	
	L. 1397. 15. 6	
Le 15e. Xbre. 1758. Il a été payé. . .	1200 — —	
Il reſte des Intérêts	L. 197. 15. 6	418. — 9
Intérêt de L. 9062. 10 ſ. pr. 5|m. 25 j. du 15e. Xbre. 1758. au 10e. Juin 1759. . . .	220. 5. 3	
		L. 9480. 10. 9
Le 10e. Juin 1759. Il a été payé		3000 — —
Reſte du Capital.		L. 6480. 10. 9
Intérêt de L. 6480. 10. 9. pr. 1 an 7|m. 15 j. du 10e. Juin 1759. au 25 Janv. 1761. . . .		526. 10. 9
		L. 7007. 1. 6
Le 25e. Janv. 1761. Il a été payé		850. — —
Reſte du Capital.		L. 6157. 1. 6
Intérêt de L. 6157. 1. 6. pr. 1 an 3|m. 5 j. du 25 Janv. 1761. au 1er. May 1762. . . .		389. 1. 9
		L. 6546. 3, 3
Le 1er. May 1762. Il a été payé		2000. — —
Reſte du Capital.		L. 4546. 3. 3
Intérêt de L. 4546. 3. 3. pr. 1 an du 1er. May 1762. au 1er. May 1763		227. 6. 3
Il eſt dû en Capital & intérêts au 1er. May 1763. . . .		L. 4773. 9. 6
Par l'une & l'autre des deux prémières méthodes, il ne ſeroit dû que		3819. 1. 3
Ce qui fait ici une différence de		L. 954. 8. 3

REMARQUES.

§. 454. I°. L'on voit, par le Modele précédent, que lors que les Intérêts echus sont une somme moindre que le payement qui se fait, l'on ajoute ces interêts au Principal, pour deduire du tout le Payement. Mais lorsque le Payement est une somme moindre que les interêts echus, il faut les mettre dans la colonne en dedans, afin de n'en deduire le payement qui a été fait, & que le reste de ces interêts, n'etant point mêlé avec le Capital on ne tire point l'intérêt de l'interet, qui est defendu par la Loi dans le cas particulier de la Question XXXVI.

1°. Sur la methode d'un Compte d'Interêts échcus.

§. 455. II°. Comme les deux premieres Méthodes ont donné chacune le même resultât, different de celui qu'on trouve par la troisieme, il est naturel qu'on demande quel resultât est le plus juste. Cette demande est d'autant plus importante que comme on voit, la difference est fort considerable, & le seroit plus à proportion que la somme Capitale seroit plus forte & que les Interets seroient dus de plus longtems.

2°. Sur la difference de cette 3e. methode d'avec les deux premieres.

Pour repondre donc à cette Question, je dis d'abord qu'il faut distinguer deux cas.

Il y a deux cas à distinguer dans le 1er. il faut employer l'une ou l'autre de ces deux premieres méthodes qui reviennent au même.

Le premier cas est celui où il s'agit d'un Compte courant entre deux Particuliers, dans le quel il n'est pas question d'Argent prete à l'interet; mais de Sommes reçues & payées en differens tems par l'un de ces deux Particuliers pour compte de l'autre, comme dans la Question XXXV. C'est dans ce premier cas qu'il faut employer l'une ou l'autre des deux premieres methodes, qui donnent le même resultât. La raison en est qu'on doit concevoir le Debit & le Credit d'un tel compte comme deux comptes differens. Apellons *Ami* celui qui a reçu & payé, & *Benedict* celui pour le compte de qui ces recus & deboursés ont été faits. Il est clair qu'*Ami* doit à *Bénédict* les sommes qu'il a reçues pour son compte, avec l'interet du jour de chaque recette, puis qu'il en a pu faire usage & en tirer du profit: Mais aussi *Bénédict* doit à *Ami* les Sommes que celui-ci a payées pour lui, avec l'interet des le jour de chaque debours, puis qu'*Ami*, en faisant ces payemens, s'est privé de l'usage ou du revenu que lui auroient données les sommes qu'il a payées s'il les eût fait valoir pour son propre compte. *Bénédict* doit donc à *Ami* les interets des sommes que celui-ci a payées pour son compte, comme *Ami* doit à *Bénédict* les interets des sommes que lui *Ami*, a reçues pour le compte de *Benedict*: Enorte que les sommes qu'*Ami* a reçues pour *Benedict* ne sont pas des Capitaux que celui ci ait placé chez celui-ci, & les sommes qu'*Ami* a payées pour *Bénédict* n'en sont pas à comptes. Ils se doivent donc reciproquement les interêts: Et c'est dans ce cas qu'il faut employer l'une ou l'autre des deux premières methodes. C'est là en chef l'usage dans le Commerce; usage qui comme on voit, est très équitable.

Au

Au reſte, ces deux méthodes, donnent toûjours le même réſultât, & la première étant la plus courte. L'uſage eſt de la préferer.

Dans le 2d. Cas il faut employer la 3e. Méthode; ce qu'on démontre.

§. 456. Dans le ſecond cas, il s'agit d'une ſomme prêtée à l'intérêt, comme dans la Queſtion XXXVI. Or, il eſt évident que chaque Payement doit ſervir, avant tout, à acquiter les intérêts échus. Car ſi, d'un côte, la Loi défend, dans ce cas, de prendre l'intérêt de l'intérêt; de l'autre, elle entend, qu'au moins l'intéret ne ſoit pas arriéré. Par conſéquent il faut, ſelon la 3e. méthode, n'imputer en déduction ſur le Capital que ce qui reſte du Payement après en avoir acquité les intérêts échûs. Mais, par l'une ou l'autre des deux premières Méthodes, on feroit, dans ce ſecond cas, deux choſes injuſtes; l'une, déſavantageuſe au Débiteur, en lui faiſant payer les intérêts de tout le Capital. Dans nôtre Queſtion XXXVI. par exemple, pour 10 ans 9|m. 15 j. quoique durant cet intervale il ait fait divers Payemens qui le diminuent, & par conſéquent, on lui fait payer l'intérêt de tout le Capital comme s'il n'en avoit rien payé. Il eſt vrai qu'il ſemble que l'on compenſe cette erreur en alouant au Debiteur l'intérêt de chacun de ſes payemens depuis ſa datte. Mais cette compenſation n'eſt rien moins qu'exacte, & c'eſt la 2de. injuſtice dont nous parlions, laquelle regarde le Créancier, auquel on feroit payer l'intérêt de ſommes pour leſquelles il n'en doit point. Je m'explique: Chaque Payement, comme je l'ai d'abord poſé pour principe, doit ſervir premièrement à payer les intérêts échûs: Or on ne doit pas l'intérêt d'une ſomme qu'on nous paye lorſqu'on nous l'a devoit; Cependant, par la méthode que je réfute, on le feroit payer, & c'eſt ce qui la rend à l'avantage du Débiteur.

Il eſt donc clair preſentement que la Queſtion XXXV. doit être calculée ſelon la 1re. ou la 2de. méthode, & que la Queſtion XXXVI. doit ſe calculer par la troiſiéme & non ſelon la 1re. ou la ſeconde méthode. Ainſi la vraie réponſe à cette dernière Queſtion eſt qu'*Ami* doit à *Bénédi*& L. 4773. 9. ſ. 6. d. pour Capital & Intérêts au 1er. May 1763, & non pas ſeulement L. 3819. 1. ſ. 3. d. que faiſoient trouver chacune des deux prémières Méthodes, qui ne doivent point être apliquées au ſecond cas, mais ſeulement au premier.

J'ai crû devoir expliquer avec ſoin cette matière, parce que j'ai vû quelquefois des difficultés là-deſſus: J'eſpère que ce que j'ai dit les lève parfaitement.

QUESTION TRENTE-SEPTIEME.

§. 457. Un Vigneron ayant donné au Curé, ſur la Vigne, le $\frac{1}{7}$ de la Dîme, (laquelle eſt la 16e.) & devant payer au Seigneur la moitié des deux autres tiers, on demande à combien monte ce tiers, ſachant, qu'après avoir preſſé la vendange, il s'eſt trouvé 70 ſetiers de vin?

Méthode.

Méthode.

Le tiers de la Dîme eſt le $\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{16} = \frac{1}{48}$. Or comme ce $\frac{1}{48}$ a été pris en Raiſins ſur la vigne, il s'enſuit que la 48e., qui a été prélevée eſt une portion d'un nombre, dont déduiſant la 48e. partie, il reſte 70. Ce Nombre inconnu eſt donc compoſé de 48. parties, & nous ſavons que 47 de ces parties ſont 70: Nous trouverons donc la valeur d'une de ces parties, qui eſt le tiers de la Dîme, en diviſant 70 ſetiers par 47.

Opération.

47 | 70 Setiers

Il vient 1 Setier $\frac{23}{47}$ = à environ $\frac{1}{2}$ pour le tiers de la Dîme, & c'eſt ce qu'il faut donner au Seigneur pour ſon Droit.

QUESTION TRENTE-HUITIEME.

§ 458. Si 10 Perſonnes ont dépenſé en 3 jours L. 30 pour voiture & nourriture, pendant combien de jours ſuffiront L. 3000 pour la dépenſe ſemblable de 100 Perſonnes?

On reſoudra cette Queſtion par la Régle de Proportion compoſée.

L. 30 — 100 Perſonnes. — L. 3000. — 10 Perſonnes — : : 3 jours.

Ire. *Réduction.*

L. 1. — 100 Perſonnes. — L. 100. — 10 Perſonnes. — : : 3 jours.

IIde. *Réduction.*

1. 1. : : 3 jours. 30 jours.
1. 10.

Par cette derniére Réduction des termes, il ne reſte que 10 à multiplier par 3, ce qui donne 30 jours pour réponſe à la Queſtion propoſée.

QUESTION TRENTE-NEUVIEME.

§. 459. Six Joueurs ont perdu les parties dont on va ſpécifier le nombre pour chacun.

A. a perdu 20 Parties à 5 ſ. chacune, font	L.	5. —
B.		4. —
C.		3. —
D.		4. 10
E.		6. —
F.		2. 10
100 Parties. Argent joué . .	L.	25. —

1er. Cas. Il y a un Ecôt à payer de L. 36, combien faut-il que chacun ajoûte à ce qu'il a perdu?

Pour repondre à cette Queſtion, il faut retrancher L. 25. montant de l'Argent joué, de L. 36, montant de l'Ecôt; il reſte L. 11, qui ſont à partager également entre les 6 Joueurs, à chacun deſquels il leur en compéte L. 1. 16. ſ. 8. d.

Ainſi	A. payera	L. 5.	plus L. 1. 16. ſ. 8. d. faiſant	L. 6. 16. 8
	B. . . .	4.	plus idem	5. 16. 8
	C. . . .	3.	idem	4. 16. 8
	D. . . .	4. 10.	idem.	6. 6. 8
	E. . . .	6. —	idem.	7. 16. 8
	F. . . .	2. 10.	idem.	4. 6. 8
				L. 36 — —

2d. Cas. §. 460. Supoſons préſentement que l'Ecôt n'eſt que de L. 6; alors, il faut retrancher le montant de l'Ecôt, ſavoir L. 6, de L. 25 montant de l'Argent joué. Il reſte L. 19, qui ſont auſſi à partager également entre les 6 Joueurs, & à chacun deſquels il en revient L. 3. 3. ſ. 4. d. dont on diminuera leur Dette.

Ainſi	A. payera	L. 5.	moins L. 3. 3. ſ. 4. d., qui eſt	L. 1. 16. ſ. 8. d.
	B	L. 4.	moins L. 3. 3. ſ. 4. d.	— 16.. 8
	D.	L. 4. 10	moins L. 3. 3. ſ. 4. d.	1. 6. 8
	E.	L. 6 —	moins L. 3. 3. ſ. 4. d.	2 16. 8
			Cela fait . .	L. 6. 16. 8. d.

Voilà 16. ſ. 8. d. de trop qui doivent être répartis à C & F. Or C ne doit que L. 3, & il lui revient 3. ſ. 4. d. de plus; & F ne doit que L. 2. 10, mais il doit avoir L. 3. 3. ſ. 4. d, il lui revient donc 13. ſ. 4. d. Ainſi des 16. ſ. 8. d. de trop, on en donne 3. ſ. 4 d. à C & 13. ſ. 4. d. à F.

3e. Cas. §. 461. Si les parties jouées, n'ayant pas été fixées auparavant, doivent ſervir à payer l'Ecôt, que je ſupoſe de L. 36; il s'agit alors de partager L. 36 proportionnellement à la perte de chacun, ſelon la méthode de la Regle de Compagnie. Ainſi, dans nôtre Exemple, diſons pour le premier;

Si

Si 100 Parties doivent L. 36. combien 20 Parties ?

1|0	2	2	
	7|2		
	20		
	4|0		

Le premier payera donc . . . . . L. 7. 4 ſ. —
Le 2^d., qui a 16 parties, payera les $\frac{4}{5}$ de L. 7. 4 — 5. 15. 3 d.
Le 3e., qui a 12 parties, payera les $\frac{3}{5}$ de L. 7. 4 — 4. 6. 3
Le 4^e., qui a 18 parties, payera la $\frac{1}{2}$ plus que le 3e. 6. 9. 6
Le 5e., qui a 24 parties, payera le double du 3e. 8. 13 —
Le 6e., qui a 10 parties, payera la $\frac{1}{2}$ du premier 3. 12 —
Voyez un 4e. Cas ci-deſſous §. 508. *Preuve.* L. 36. — —

QUESTION QUARANTIEME.

§. 462. Un Fonds a été vendu de la manière ſuivante,
1°. L. 1000. pour les Meubles,
2°. 1200. payables chaque année pendant 10 ans,
3°. 1800. payables chaque année pendant les dix années ſuivantes, enſorte que le Fonds ne ſera payé qu'au bout de 20 ans. On demande à quel Capital payé comptant revient ce Fonds en calculant l'intérêt ſimple à 4 p. $\frac{0}{0}$ l'an?

Méthode.

Supoſant que les L. 1000. pour les Meubles ſe payent comptant, & que le premier des vingt payemens ſuivans ſe fait au bout de la 1ere. année, le ſecond au bout de la 2de. année, &c. il ne s'agit que de chercher, pour chaque payement, quelle ſomme il faudroit payer au commencement de la première année pour eſcompter à proportion des termes differens qu'on anticiperoit ſi on faiſoit tous ces payemens comptant

Ainſi le 1er. des vingt payemens ſe faiſant en anticipant une année, on fera cette Régle de Trois:

Si L. 104 ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

1,

Rép. L. 1153. 16. ſ. 11. d.

Si donc l'on payoit comptant L. 1153. 17 ſ., l'intérêt de cette ſomme pour un an produiroit L. 46. 3 ſ, qui avec cette ſomme forme celle de L. 1200. au bout de la 1re. annee.

15000
20
70
50
11
20
220
90
12
12
144
14
1

Le 2d. Payement ſe faiſant en anticipant deux années l'on escomptera le 8 p. $\frac{8}{0}$, en diſant:

Si L. 104 ſe reduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

27

Rép. L. 1111. 2. ſ. 2. d.

Si donc l'on payoit comptant L. 1111. 2. ſ. 2. d. l'intéret de cette ſomme pour 2 ans produiroit L. 88. 17. ſ. 10 d., qui avec cette ſomme forme celle de L. 1200. au bout de la 2de. annee

30000
30
30
30
3
20
60
6
12
7-
18

On raiſonnera de même pour chacun des autres Payemens. Nous nous contenterons de faire la Régle pour chacun.

Pour le 3e. Si L. 112 ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

14

Rép. L. 1071. 8. ſ. 6. d.

15000
100
20
6
20
120
8
12
96
12

Pour le 4e. Si L. 116 ſe reduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

29

Rép. L. 1034. 9. ſ. 7. d.

3000
100
130
14
20
200
19
12
25

Pour le 5e. Si L. 120 ſe réduiſent à L 100, à combien L 1200?

1

Rép. L. 1000.

Pour le 6e. Si L. 124 ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

31

Rép. L. 967. 14. ſ. 10. d.

3000
210
240
23
20
400
150
26
12
312

Pour le 7e. Si L. 128 ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

16
8

150
00

Rép. L. 937. 10

Pour le 8e. Si L. 122 ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

39

Rép. L. 909. 1. ſ. 9. d.

3000
300
3
20
60
27
12
324
27

Pour le 9e. Si L. 136. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1200?

17 — 15000 — 140 — 40 — 6 — 20 — 120 — 1

Rép L. 882. 7. ſ.

Pour le 10e. Si L. 140. ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 1200?

7 — 6000

Rép. L. 857. 2. ſ. 10

Pour le 11e. Si L. 144. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

12 — 6 — 150 — 7500

Rép. L. 1250

Pour le 12e. Si L. 148. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

37 — 45000 — 80 — 60 — 230 — 8 — 20 — 160 — 12 — 12 — 144 — 33

Rép. L. 1216. 4. ſ. 3. d.

Pour

Pour le 13e. Si L. 152. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

19

Rép. L. 1184. 4. ſ. 2. d.

22500
35
160
80
4
20
80
4
12
48
10

Pour le 14e. Si L. 156. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

39
13

Rép. L. 1153. 16. ſ. 11. d.

450
15000
20
70
50
11
20
220
90
12
12
144
14
1

Pour le 15e. Si L. 160. ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 1800?

2

22600

Rép. L. 1130.

Pour

Pour le 16e. Si L. 164. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

41

Rép. L. 1097. 11. ſ. 2. d.

45000
400
310
23
20
460
50
9
12
108
26

Pour le 17e. Si L. 168 ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 1800?

21

Rép. L. 1071. 8. ſ. 6. d.

21500
150
30
9
20
180
12
12
144
18

Pour le 18e. Si L. 172. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

43

Rép. L. 1046. 14. ſ. 10. d.

45000
200
280
22
20
440
210
38
12
456
26

Pour

Pour le 19e. Si L. 176. ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 1800?

22	22500
	50
	60
	16
	20
	320
	100
	12
	12
	144
	12

Rép. L. 1022. 14. ſ. 6. d.

Pour le 20e. Si L. 180. ſe réduiſent à L. 100, à combien L. 1800?

1	*Rép.* L. 1000.

Aſſemblons tous nos Réſultâts.

L'on paye d'abord compt.	L. 1000 —	Raport ci-contre	L. 10924. 13. 7. d.
Le 1er. des 20 Payem. revient comptant à	1153. 16. 11	Le 11e. Payem. rev. à	1250 — —
Le 2d. à	1111. 2. 2	Le 12e. à . . .	1216. 4. 3
Le 3e. à	1071. 8. 6	Le 13e. à . . .	1184. 4. 2
Le 4e. à	1034. 9. 7	Le 14e. à . . .	1153. 16. 11
Le 5e. à	1000. — —	Le 15e. à . . .	1130 — —
Le 6e. à	967. 14. 10	Le 16e. à . . .	1097. 11. 2
Le 7e. à	937. 10 —	Le 17e. à . . .	1071. 8. 6
Le 8e. à	909. 1. 9	Le 18e. à . . .	1046. 14. 10
Le 9e. à	882. 7 —	Le 19e. à . . .	1022. 14. 6
Le 10e. à	857. 2. 10	Le 20e. à . . .	1000 — —
	L. 10924. 13. 7		L. 22097. 7. 11 d.

Ces vingt & un Payemens, compris celui de L. 1000 pour les meubles, & qui ne ſeroient achevés qu'au bout de 20 années, reviennent donc à la ſomme de L. 22097. 7. ſ. 11. d., payée en une ſeule fois au commencement de ces 20 années.

Supoſé que le Vendeur reçût effectivement cette ſomme comptant, & qu'il la plaçât à l'intérêt ſimple de 4 p. $\frac{0}{0}$ l'an, voyons combien cela produira au bout des 20 années.

Si L. 1|00 donnent L. 80, combien L. 22097. 8 ſ.

80

L. 22097. 8 ſ. 17677|92
& 17677. 18. ſ. 4 d. intér. de 20 ans 20

Rép. L. 39775. 6. 4. d. Capital & int. au bout de 20 ans. 18|40
12

4|80

Autre Méthode.

§. 463. 1er. Payement fait au commencement de 20 ans . . L. 1000
10 Payemens faits ſucceſſivement au bout de 10 ans à L. 1200 par année 12000
10 autres faits ſucceſſivement au bout de 10 autres années, à L. 1800. par année 18000
Intérêts de 20 ans des L. 1000. du 1er. Payement à 4 p. ⅌ l'an . 800
. . . . de 19 ans de L. 1200 du 2^d^. Payement 912
. . . . de 18 ans de L. 1200 — 3e. 864
. . . . de 17 ans de L. 1200 — 4e. 816
. . . . de 16 ans de L. 1200 — 5e. 768
. . . . de 15 ans de L. 1200 — 6e. 720
. . . . de 14 ans de L. 1200 — 7e. 672
. . . . de 13 ans de L. 1200 — 8^e^. 624
. . . . de 12 ans de L. 1200 — 9^e^. 576
. . . . de 11 ans de L. 1200 — 10^e^. 528
. . . . de 10 ans de L. 1200 — 11^e^. 480
. . . . de 9 ans de L. 1800 — 12^e^. 648
. . . . de 8 ans de L. 1800 — 13^e^. 576
. . . . de 7 ans de L. 1800 — 14e. 504
. . . . de 6 ans de L. 1800 — 15e. 432
. . . . de 5 ans de L. 1800 — 16e. 360
. . . . de 4 ans de L. 1800 — 17e. 288
. . . . de 3 ans de L. 1800 — 18e. 216
. . . . de 2 ans de L. 1800 — 19e. 144
. . . . de 1 an de L. 1800 — 20e. 72

L. 42000

Si l'on cherche à quelle ſomme, payée au commencement des 20 années, revient celle que nous venons de trouver de 42000, il faut la concevoir compoſée d'un capital & de ſes intérêts pour 20 ans au 4 p ⅌ l'an. Ainſi il faut en déduire les intérêts de 20 ans qui y ſont compris, ce qui eſt la Régle d'Eſcompte.

Si

Si L. 18|o ſe réduiſent à L. 10|o à combien L. 42000?

3 70000.

L. 23333. 6. ſ. 8. d.

L'on trouve que ſi l'on payait au vendeur au commencement des 20 années la ſomme de L. 23333. 6. ſ. 8. d. & qu'il l'a plaçât à l'intérêt ſimple de 4 p℅ l'an, il auroit L. 18666. 13. ſ. 4. d. d'interêts au bout de 20 ans.

Car ſi L. 10|o donnent L. 8|o, combien L. 23333. 6. ſ. 8. d.

8

18666|6. 13. 4.

A la ſomme de L. 23333. 6. 8. d. 20

Ajoûtez les intérêts 18666. 13. 4. d. pour 20 ans 15|3

Vous aurez L. 42000. — — pour capital 12

& interêts au bout de 20 ans. 4|o

Ces deux Méthodes ne donnent point le meme réſultât, parce que, par la 1ere, ayant eſcompté l'interêt de chaque Payement, le vendeur reçoit moins chaque fois, ce qui lui produit moins de Capitaux, & par conſequent moins d'interets; au lieu que, par la ſeconde, il reçoit chaque fois une plus grande ſomme, ce qui produit plus de Capitaux, & par conſéquent plus d'interêts. On voit par là; 1°. Que la 2de. Methode eſt plus avantageuſe au vendeur, & la 1ere. à l'acheteur. 2°. Que ſi quelqu'un offroit de ce fonds L. 24000 payables comptant, il en offriroit davantage que celui qui en donne L. 31000 en 21 payemens faits ſucceſſivement comme on l'a dit.

QUESTION QUARANTE-UNIEME.

§. 463. Un Particulier doit L. 4000. qu'il doit acquiter dans huit payemens, tous les trois mois, avec l'intérêt au 5 p℅ l'an, lequel doit diminuer à proportion que le Capital s'amortira; on demande quelle ſera la ſomme de chaque Payement, & combien ce Particulier payera en tout pour Capital & pour interêts.

Méthode.

L'Intérêt de L. 4000 eſt L. 200 pour un an, donc L. 50 pour trois mois; De ſorte que le premier Payement ſera de la 8e. partie de L. 4000, plus L. 50, ſavoir L. 550. Mais comme le Capital eſt diminué, à chaque Payement de L. 500, dont l'intérêt pour 3 mois eſt de L. 6. 5 ſ.; Il s'enſuit que l'intérêt diminuera de L. 6. 5 ſ. & par conſéquent chaque Payement. Ainſi:

Le 1er. Payement étant de	L. 550
Le 2d. ſera de	543. 15. ſ. —
Le 3e. de	537. 10.
Le 4e. de	531. 5.
Le 5e. de	525
Le 6e. de	518. 15.
Le 7e. de	512. 10.
Le 8e. de	506. 5.
Ainſi on aura payé dans 2 ans.	L. 4225

Il y a donc L. 225 d'intérêt pour 2 ans.

QUESTION QUARANTE-DEUXIEME.

§. 464. Deux hommes ſe ſont aſſociés; le premier a mis L. 14500 entre les mains du ſecond, qui, ſuivant leur convention, ne doit mettre que L. 2500, & avoir néanmoins la moitié du profit, parce que c'eſt lui qui aporte toutes les connoiſſances & qui dirige toutes les Affaires. Mais le ſecond, au lieu de L. 2500, n'a mis que L. 2000: on demande combien il doit avoir du profit, qui monte à L. 4350?

Méthode.

Comme ils devroient ſe partager également le profit au cas que le ſecond eût mis L. 2500, il s'enſuit que ces L. 2500 avec les connoiſſances & les ſoins qu'il donne pour le Commerce ſont eſtimés égaler les L. 14500, de Miſe du premier. On peut donc raiſonner de cette manière.

Si L. 25|00 ſont eſtimées égales à L. 145|00, à combien L. 2000?

5 — 29 — 400

1 — 400

Rép. L. 11600.

La Miſe du premier étant de . . .	L. 14500.
Celle du ſecond ſera eſtimée	11600.
Dont la ſomme eſt	L. 26100.

Il faut donc partager L. 4350 proportionnellement à ces deux ſommes L. 14500 & L. 11600.

1°. Si

1°. Si 261|00 Ont L. 4350, combien 145|00

87 — 1450

145

L. 2416. 13. f. 4. d. 7250

5800

1450

210250

362

145

580

58

20

1160

290

29

12

348

00

2°. Si 261|00 ont L. 4350, combien 116|00.

87 — 1450

116

L. 1933. 6. f. 8. d. 8700

1450

1450

168200

812

290

290

29

20

580

58

12

696

0

Le premier aura L. 2416. 13. 4. d.
Et le fecond . . 1933. 6. 8.

Preuve L. 4350 — —

QUESTION QUARANTE-TROISIEME.

§. 465. Quatre Perſonnes doivent ſe partager L. 2205, de manière que, quand le premier en prendra 2, le ſecond en prendra 3; Quand le ſecond en prendra 4, le troiſiéme en prendra 5; Et quand le troiſiéme en prendra 6, le quatriéme en prendra 7: On demande quelle doit être la portion de chacun?

Méthode.

Il faut d'abord trouver quatre nombres qui aient entr'eux les raports indiqués.

Le premier en prenant . . . . . 2.
Le ſecond en prend . . . . . 3.
Le troiſième devant en avoir 5 quand le ſecond en a 4, il ſuit que le 3e. doit avoir le quart plus que le ſecond: Or le ſecond en ayant 3, le troiſième doit donc avoir 3 & le quart de 3, qui eſt . . . . . $3\frac{3}{4}$.
Enfin le 4e. devant en prendre 7 quand le 3e. en prend 6, il ſuit que le 4e. doit avoir le ſixième plus que le 3e. donc le 3e. en ayant $3\frac{3}{4}$, le 4e. doit avoir $3\frac{3}{4}$ plus le ſixiéme de $3\frac{3}{4}$, ſavoir . . . . . $4\frac{3}{8}$

Voilà quatre nombres qui ont entr'eux les raports indiqués, ſelon leſquels il faut partager L. 2205 en quatre portions inegales; Mais, pour la facilité du calcul, nous faiſons évanouïr les fractions des deux derniers nombres, en les multipliant tous quatre par 8.

Le premier nombre, 2 devient	16.
Le ſecond, ... 3	24.
Le troiſiéme, . . . $3\frac{3}{4}$	30.
Le quatrieme, . . . $4\frac{3}{8}$	35.
Somme . .	105.

1°. Si 105 donnent L. 2205, combien 16?

1	441
7	147
	16
	882
	147
	2352

Il vient L. 336, pour la 1re. Perſonne.
Ajoûtez la moitié 168

Vous aurez L. 504 pour la ſeconde.
Ajoûtez le quart 126

Vous aurez L. 630 pour la troiſiéme.
Enfin ajoûtez la 6e. 105

Vous aurez L. 735 pour la quatriéme.
Pour Preuve ajoûtons . . . 630 portion de la 3e. Perſonne
504 portion de la 2de.
336 portion de la 1re.

Nous retrouverons L. 2205.

QUESTION QUARANTE-QUATRIEME.

§. 466. Si un Marchand a payé L. 14 pour la voiture de 10 Quintaux de marchandiſe pour 16 lieuës; combien coûtera-t-il à proportion pour celle de 21 Quintaux pour 30 lieuës?

Opération.

1. 10 Quintaux 21 Quintaux 7.
8. 16 lieues . . . 30 lieues. 3 :: L. 14.

21
21
441

Rép. L. 55. 2. ſ. 6. d.

QUES-

QUESTION QUARANTE-CINQUIEME.

§. 467. Un voiturier a chargé 30 Quintaux qu'il doit voiturer 40 lieuës pour L. 6. 10. ſ. par Quintal, mais, après avoir fait 15 lieuës, les mauvais chemins l'obligent d'en décharger $7\frac{1}{2}$: Il voiture le reſte 10 lieuës de chemin, & alors, on lui charge 12 Quintaux, qu'il doit conduire avec le reſte au lieu de ſa deſtination: Il s'agit de ſavoir ce qui lui eſt dû pour les 40 lieuës ſuivant la convention?

I°. Pour la voiture des 15 premières lieuës des 30 Quintaux.

1 Quintal.	30 Quintaux.	: :	L. 6. 10 ſ.
4. 40 lieues.	15 lieues.		

45
6. 10
270
22. 10
292. 10
L. 73. 2. 6 d.

II°. Pour la voiture des $22\frac{1}{2}$ Quintaux pour 10 lieues.

1 Quintal.	$22\frac{1}{2}$ Quintaux.	: :	L. 6. 10 ſ.
4. 40 lieues.	10 lieues. 1		

$22\frac{1}{2}$
6. 10
132
11
3. 5
146. 5
L. 36. 11. 3 d.

III°. Pour

III°. Pour la voiture de 34 ½ Quintaux pour 15 lieues.
1 Quintal. 34 ½ Quintaux. : : L. 6. 10 ſ.
8. 40 lieues. 15 lieues. 3.

Aſſemblons ces trois réſultâts. 34. ½
19. 10

1°. L. 73. 2. ſ. 6. d. 306
2°. 36. 11. 3 34
3°. 84. 1. 10 ½ 17
9. 15

Nous aurons L. 193. 15. 7 d ½ pour réponſe à la Queſtion propoſée. 672. 15

L. 84. 1. ſ. 10. d ½.

QUESTION QUARANTE-SIXIEME.

§. 468. Un Voiturier voiture 8 Quintaux 6 lieuës de chemin pour L. 4. 10. combien de lieuës voiturera-t-il 16 Quintaux pour L. 15?

Opération.

2. 16 Quintaux. 8 Quintaux. 1.
L. 4 ½ . . . . L. 15. : : 6 lieuës.

9 15
6
90

Rép. 10 lieuës.

QUESTION QUARANTE-SEPTIEME.

§. 469. On paye L. 16. 10 ſ. pour voiturer 8 ¾ Quintaux 20 lieuës, combien de Quintaux pourra-t-on, à proportion, faire voiturer 30 lieuës pour L. 27?

Opération.

11. 33. 66. L. $16\frac{1}{2}$ . . . . L. 27. 9. 3. : : 35.
1. 3. 30 lieuës . . . 20 lieuës. 2. 1. $8\frac{3}{4}$ Quintaux.

11 — 35 — 3 — 105

Rép. $9\frac{6}{11}$ Quintaux.

QUESTION QUARANTE-HUITIEME.

§. 470. Un Imprimeur veut imprimer un In folio ; Il met 75 Lettres à chaque ligne & 60 lignes à chaque page ; Il lui faut 29 Bales de papier pour en tirer 800 Exemplaires : On demande combien il lui faudra de Bales de papier pour en tirer 1000 Exemplaires, en mettant 80 Lettres à chaque ligne & 65 lignes à chaque page ?

Opération.

2. 8. 80 Lettres . . . 75 Lettres. 15
13. 65 Lignes . . . 60 Lignes. 15. : : 29 Bales.
8. 800 Exemplaires. . 1000. Exemp. 1.

26 — 8 — 208 — 15 — 15 — 75 — 15 — 225 — 29 — 2025 — 450 — 6525 — 285 — 77

Rép. 31 Bales $\frac{77}{208}$

NB. Cette fraction vaut près de $\frac{3}{8}$.

QUESTION QUARANTE-NEUVIEME.

§. 471. Une Perſonne met L. 100 à une Loterie, ou à un Jeu de hazard, & gagne le quart de ſon argent ; Elle remet le tout, & gagne le tiers ;

tiers ; Elle remet encore le tout, & gagne la moitié ; Elle remet le tout une 4eme fois, & en perd les $\frac{3}{4}$; Enfin elle remet ce qui lui en reſte, & en perd les $\frac{5}{8}$: Combien lui reſte t-il ?

Opération.

1.	4.	1°.	L. 1	donne	L. 1 $\frac{1}{4}$.	5.		
1.	3.	2°.	L. 1	donne	L. 1 $\frac{1}{3}$.	4. 1.		
	2.	3°.	L. 1	donne	L. 1 $\frac{1}{2}$.	3. 1.	: :	L. 100.
1.	3.	4°.	L. 1	ne donne que	L. — $\frac{1}{1}$.	1.		
	8.	5°.	L. 1	ne donne que	L. — $\frac{3}{8}$.	3. 1.		

16

Rép. L. 31. 5 ſ.

5
100
500
20
4
20
80
00

Preuve.

1°.	On a mis à la Loterie ou à un Jeu de hazard	L. 100 —	
	On a gagné le quart	25 —	
2°.	On a remis ces	L. 125 —	
	On a gagné le tiers	41. 13. 4	
3°.	On a remis ces	L. 166. 13. 4	
	On a gagné la moitié	83. 6. 8	
4°.	On a remis ces	L. 250. — —	
	On en a perdu les deux tiers	166. 13. 4	
5°.	On a remis le reſte	L. 83. 6. 8	
	On en a perdu les $\frac{5}{8}$	52. 1 8	
	Il ne reſte que . . .	L. 31. 5 —	

QUESTION CINQUANTIEME.

§. 472. Un fond eſt mis en vente au plus offrant, A, B & C ont offert ſavoir ; A. L. 30000 argent comptant. B. L. 33000, dont il payera L. 5000 comptant, & les L. 28000, reſtantes dans quatre termes, ſavoir L. 7000 chaque année ſans intérêt.

C. L. 34000, dont il payera L. 4000 comptant, & les L. 30000. qui reſtent dans 5 termes; ſavoir L. 6000 par année ſans interêt. Il s'agit de ſavoir lequel en offre le plus?

Méthode.

Pour cet effet il faut découvrir à quelle ſomme d'argent comptant revient chacun des Payemens à termes; & par conſéquent conſidérer chacun de ces Payemens, qui ſe doit faire ſans interêt, comme étant compoſé du Capital qu'on payeroit comptant & de l'intérêt juſqu'au terme de ſon échéance, de maniere que la ſomme d'argent comptant à laquelle chaque Payement reviendra, ſoit telle, qu'en la faiſant valoir, par exemple à 5 pr. ⅝ l'an, elle produiſe autant que la ſomme dont le Payement doit être à ſon échéance. Et comme les ſommes ſont ici aſſez fortes, l'on doit ſupoſer qu'on peut faire valoir auſſi les Intérêts; Enſorte que chaque Payement à terme doit être conçû comme étant compoſé du capital & des Interêts & Interêts des Intérêts, qu'il en faut déduire pour chaque different terme.

I°. Calculs pour B.

Pour le 1er. terme. Si L. 105 ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 7000?

21.

140000
140
140
140
14
20
280
70
7
12
84
0

Il revient à L. 6666, 13. 4 d. d'argent comptant

Pour

Pour le 2d. terme. 21. Si L. 105 ſe réduiſent à L. 100.
21. Si L. 105 ſe reduiſent à L. 100. a comb. L. 7000?

		1400
21	2800000	200
21	1540	
21	2170	
42	4060	
441	91	
	20	
	1820	
	56	
	12	
	672	
	231	

Il revient à L. 6349. 4. ſ. 1. d. d'argent comptant.

Pour le 3e. 21. L. 105. L. 100.
21. 105. 100. : : L. 7000.
21. 105. 100.

		1400.
21.	56000000	280
21.	8000000.	56
441	6200	
21	9080	
441	1142	
882	20	
9261	22840	
1323	9610	
	349	
	12	
	4188	
	219	

Il revient à L. 6046. 17. 3 d. d'argent comptant.

Pour le 4e. 21. L. 105. L. 100.
21. 105. 100. : : L. 7000
21. 105. 100. 1400
3. 21. 105. 100. 20. 280
9261 8 56
3 8
27783 160000000.
210850
163690
247750
25486
20
509720
231890
9626
12
115512
4380

Il revient à L. 5758. 18. ſ. 4. d. d'argent comptant.

Ainſi ce que B offre eſt

Le Comptant	L,	5000.	—	—
Le 2d. Payement qui revient comptant . . .	à	6666.	13.	4
Le 3e. Payement idem	à	6349.	4.	1
Le 4e. . . . . id.	à	6046.	17.	3
Le 5e. . . . . id.	à	5758.	18.	4
C'eſt donc comme ſi B. offroit comptant	L.	29821.	13	—

IIe. Calculs pour C.

Pour le 1er. terme. Si L. 105 ſe réduiſent à L. 100, à comb. L. 6000?
21 1200
7 40000

Il revient à L. 5714. 5. ſ. 8. d. d'argent comptant.

Pour

Pour le 2d. terme. 7
21. L. 105. L. 100. : : L. 6000.
21. L. 105. L. 100.

21 — 1200. — 240 — 800000. — 650 — 620 — 320 — 26 — 20 — 520 — 79 — 12 — 948 — 66

Il revient à comptant. L. 5442. 3. f. 6. d. d'argent

Pour le 3e. terme. 21. 105. 100. 20.
21. 105. 100. : : 6000
7. 21. 105. 100.

21. — 21 — 441 — 7 — 3087 — 1200 — 240 — 80 — 20 — 16000000. — 5650 — 25630 — 9340 — 79 — 20 — 1580 — 12 — 18960 — 448

Il revient à L. 5183. f. 6. d.

Pour

Pour le 4e. terme. 21. L. 105. . . . . L. 100. 20.
21. 105. . . . . 100.
21. 105. . . . . 100.
7. 21. 105. . . . . 100.

21
21
441
147
3087
1764
441
64827

: : L. 6000.
1200
240
48
16
20
320000000
606920
234770
402890
13928
20
278560
19252
12
231024
36543

Il vient L. 4936. 4. f. 3. d. d'argent comptant.

Pour le 5e. terme. 21. L. 105. . . . . L. 100. 20.
21. 105. . . . . 100. 20.
21. 105. . . . . 100. : : L. 6000.
21. 105. . . . . 100. 1200
7. 21. 105. . . . . 100. 240
48
16
400

21
21
441
441
441
1764
1764
194481
7
1361367

Pour abréger ces longs calculs voyez sous §. 507.

6400000000.
9545320
1575100
213733
20
4274660
190559
12
2286708
92534 1

Il vient L. 4701. 3. f. 1. d. d'argent comptant.

Ainsi

Ainſi ce que C. offre eſt

Le Comptant	L.	4000	— —
Le 2d. Payement, qui revient comptant à		5714.	5. 8
Le 3e. . . . . idem		5442.	3. 6
Le 4e. . . . . id.		5183.	— 6
Le 5e. . . . . id.		4936.	4. 3
Le 6e. . . . . id.		4701	3. 1
C'eſt donc comme Si C. offroit comptant.	L.	29976.	17 —

Réſumons A. offre . . . L. 30000. argent comptant.
Ce que B. offre revient à . 29821. 13 — argent comptant.
Et l'offre de C. . . à . 29976. 17 — argent comptant.
A. offre donc le plus & B le moins.

QUESTION CINQUANTE-UNIEME.

§. 473. Combien faut-il de quarreaux pour quarreller toute une Salle qui, dans ſa longueur, contient 105 Quarreaux, & 70 dans ſa largeur.

Opération.

Multipliez la longueur, 105.
par la largeur, 70.
Vous aurez pour réponſe . . 7350. Quarreaux.

On trouvera de même combien il faut de Tuiles pour couvrir un Toit, ou de Pierres plates pour paver une Cour ou toute autre Place. Remarque.

QUESTION CINQUANTE-DEUXIEME.

§. 474. L'on demande L. 200 pour 3 douzaines $\frac{1}{2}$ de Serviettes d'une aune de long, de $\frac{3}{4}$ d'aune de large, & pour 2 Napes de 2 aunes $\frac{1}{2}$ de long & d'une aune $\frac{1}{2}$ de large; Combien coutera chaque Serviette & chaque Nape?

Méthode.

1°. Multipliez la longueur, 1 aune, de chaque Serviette par ſa largeur, $\frac{3}{4}$ d'aune, vous aurez $\frac{3}{4}$ d'aune quarrée pour la ſuperficie de chaque ſerviette.

2°. Multipliez la longueur, 2 aunes $\frac{1}{2}$ ou $\frac{5}{2}$ aunes, de chaque Nape par ſa largeur, 1 aune $\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$ aunes, vous aurez $\frac{15}{4} = 3$ aunes $\frac{3}{4}$ quarrees pour la ſuperficie de chaque Nape.

3°. Multipliez les 3 douzaines $\frac{1}{2}$ ou 42 Serviettes par les $\frac{3}{4}$ de leur ſuperficie, vous aurez 31 aunes $\frac{1}{2}$ quarrées.

Multipliez auſſi les 2 Napes par les 3 aunes $\frac{3}{4}$ de leur ſuperficie, vous aurez 7 aunes $\frac{1}{2}$ quarrées.

4°. Additionnez ces deux produits. { 31 aunes ½ / 7 aunes ½

La Somme eſt 39 aunes quarrées, c'eſt-à-dire que les 3 douzaines ½ de Serviettes & les 2 Napes contiennent 39 aunes quarrées de Toile.

Puis faites ces quatre Régles de Trois :

La 1re. Si 39 aun. coûtent L. 200, combien 31 aunes ½ des ſerviettes ?

Rép. L. 161.10.ſ.9.d. valeur des 42 ſerviettes.

200
6300
240
60
21
20
420
30
12
360
9

La 2de. Si 39 aunes coûtent L. 200, combien 7 aunes ½ des Napes ?

Rép. L. 38.9.ſ.2.d. valeur des 2 Napes.

200
1500
330
18
20
360
9
12
108
30

La 3e. Si 42 ſerviettes coûtent L. 161. 10. 9. combien 1 ſerviette ?

Rép. L. 3. 16.ſ.11.d. valeur de chaque ſerviette.

35
20
710
290
38
12
465
45
3

La 4e.

La 4e. Si 2 Napes coûtent L. 38. 9. ſ. 2. d. combien 1 Nape?

Rép. L. 19. 4. ſ. 7. d. valeur de chaque Nape.

Preuve.

42 Serviettes à	L. 3. 16. ſ. 11. d.	l'une	L. 161. 10. 6 d.
2 Napes à	L. 19. 4. ſ. 7. d.	l'une	38. 9. 2 d.
			L. 199. 19. 8 d.
Déficient provenant des Reſtes négligés . . .			— 4
			L. 200 — —

QUESTION CINQUANTE-TROISIEME.

§. 475. Une Tapiſſerie à l'éguille, pour le ſiége ou le Doſſier d'une Chaiſe, a employé en tout 12 onces de Laine, de la verte & de la cramoiſi, y ayant différentes nuances de chaque couleur, deſquelles nuances on connoit la quantité de chacune par le nombre des points de la Tapiſſerie.

La 1ere. nuance, ſoit du verd, ſoit du cramoiſi, a 10 points.
La 2de. en a . . . . . 8.
La 3e. . . . . 6.
La 4e. . . . . 4.
La 5e. . . . . 2.

On a auſſi trouvé le raport de la quantité de Laine verte à la laine crãmoiſi par le nombre des petits quarrés que forme la Tapiſſerie : Il y a deux colonnes chacune de 33 quarrés en cramoiſi, & 3 colonnes chacune de 56 quarrés en verd. Cela fait 66 quarrés cramoiſi,
& 168 quarres verd.
Ainſi le raport du verd au cramoiſi eſt de 168 à 66.
ou 28 à 11.

Il faut donc partager 12 onces en deux portions qui ſoient entr'elles comme 28 à 11.

Donc 1°. Si 28 + 11 = 39 font 12 onc. de laine, comb. 28 pour la verte?

13 4

Rép. 8 onces 14 d. 18 gr. de laine verte.

2°. Si 39 font 12 onces de laine, combien 11 pour la 4 cramoisi?

13 4

Rép. 3 onces 9 d. 5 gr.
ou 3 onc. 9 d. 6 gr. de laine cramoisi.

4
112
8
24
192
62
10
24
44
5
240
24
110
120
6
3
24
72
7

Enſuite, pour trouver ce qu'il faudra de Laine de chaque nuance, tant de la verte que de la cramoiſi, il faut partager chacune des quantités qu'on vient de trouver proportionnellement a ces nombres; 10, 8, 6, 4 & 2.

1°. Si { 10, 8, 6, 4, 2 } 30 font 8 onc. 14 d. 18 gr. laine verte, combien 10?

Rép. 2 20 22 gr. de la 1ere. nuance de verd.
Otez le cinquiéme — 13 18
reſte 2 onc. 7 4 gr. de la 2de. nuance de verd.
Otez le quart — 13. 19.
reſte 1 17. 9. gr. de la 3e. nuance de verd.
La ½ de la 2de. donne 1 onc. 3 d. 14 gr. de la 4e. nuance de verd.
La ½ de la 4e. donne — 13 d. 19 gr. de la 5e. nuance de verd.

2°. Si 30 font 3 onc. 9 d. 6 gr. laine cramoiſi, combien 10?

Rép. 1 onc. 3 d. 2. gr. de la 1ere. nuance de cramoiſi.
Otez le cinquiéme — 5 10 —
reſte — 21 d. 16 gr. de la 2de. nuance de cramoiſi.

Otez

Otez le quart — 5 d. 10 gr.

reſte — 16 d. 6 gr. de la 3e. nuance de cramoiſi.

La $\frac{1}{2}$ de la 2de. donne — 10 d. 20 gr. de la 4e. nuance de cramoiſi.

La $\frac{1}{2}$ de la 4e. donne — 5 d. 10 gr. de la 5e. nuance de cramoiſi.

Et la Queſtion eſt réſolue.

§. 476. Ces deux derniéres Queſtions ne ſont, ni de mon invention, ni puiſées dans quelque Livre; Elles m'ont été réellement propoſées par des Dames. Avis.

La plûpart des autres Queſtions que j'ai données, de même que les ſuivantes, ſont auſſi réelles & puiſée dans la Pratique que j'ai eu occaſion d'avoir dans les Affaires.

Il y en a quelques-unes que j'ai tirées des Auteurs, mais je les ai ordinairement réſolues par une Méthode différente de la leur.

QUESTION CINQUANTE-QUATRIEME.

§. 477. Un Coupon d'Etoffe de $\frac{5}{8}$ d'aune coûte L. 11. 10 ſ. on demande combien coûtera à proportion un autre coupon de $\frac{5}{12}$ d'aune?

Si $\frac{5}{8}$ coûtent L. 11. 10 ſ., combien $\frac{5}{12}$?

8	2	12
5	23	5
12		8
60	*Rép.* L. 7. 13. ſ. 4. d.	40
3		2

QUESTION CINQUANTE-CINQUIEME.

§. 478. Les trois premiers termes d'une Proportion ſont ces trois fractions, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$ & $\frac{3}{4}$; On demande quelle fraction ſera le 4e, terme?

Opération.

Multipliez $\frac{5}{12}$ par $\frac{3}{4}$, le produit eſt $\frac{15}{48} = \frac{5}{16}$.

Diviſez enſuite ce produit, $\frac{5}{16}$, par $\frac{1}{2}$.

$\frac{1}{2} \times \frac{5}{16}$ Quotient $\frac{10}{16} = \frac{5}{8}$, qui eſt le 4e: terme demandé.

Ainſi la Proportion eſt, $\frac{1}{2}$. $\frac{5}{12}$: : $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{8}$.

Car $\frac{1}{2} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{16}$, & $\frac{5}{12} \times \frac{3}{4} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$.

Autrement.

Si $\frac{1}{2}$. $\frac{5}{12}$ :: $\frac{3}{4}$.
Donc 6. 5 :: $\frac{3}{4}$.
Donc 24. 5 :: 3.
Donc 8. 5 :: 1.
Donc 8. 5 :: 1. $\frac{5}{8}$

1°. On a multiplié 1°. les deux premiers termes par 12.
2°. Le 1er. & le 3e. par 4.
3°. On a pris le $\frac{1}{3}$ du 1er. & du 3e. terme.
4°. Ainſi on n'a eu qu'à multiplier 1 par 5, & à diviſer le produit par 8, ce qui a donné les $\frac{5}{8}$.

Si l'on ſupoſe la Proportion arithmétique, & qu'il s'agiſſe, d'avoir en ce ſens, le 4e. terme, on n'a 1°. qu'à additionner le 2d. & le 3e. terme, $\frac{5}{12}$ & $\frac{3}{4}$, l'un avec l'autre, ſavoir $\frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$.

2°. Retranchez le 1er. terme, $\frac{1}{2}$, des $\frac{7}{6}$, ſomme de l'addition, on aura $\frac{7}{6} - \frac{1}{2} = \frac{7}{6} - \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$.

Et la Proportion arithmétique ſera $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{12}$: $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$.

Car $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{6} + \frac{4}{6} = \frac{7}{6}$.

Et $\frac{5}{12} + \frac{3}{4} = \frac{5}{12} + \frac{9}{12} = \frac{14}{12} = \frac{7}{6}$.

QUESTION CINQUANTE-SIXIEME.

§. 479. Pour faire les Habits d'un Régiment, il faut 4500 aunes de Drap de $\frac{5}{4}$ de l'arge ; on demande combien il faut d'aune de doublure de $\frac{5}{12}$ de large ?

Opération.

Comme $\frac{5}{12}$ ſont à $\frac{5}{4}$ ainſi 4500 aunes au nombre que l'on demande.

5 15 :: 4500
1. 3 :: 4500
3

Rép. 13500 aunes de doublure.

La preuve en eſt que 13500. aunes de $\frac{5}{12}$ de large couvrent une ſuperficie égale à celle que couvrent 4500 aunes de $\frac{5}{4}$ de large.

Car 4500 par $\frac{5}{4}$
1125

font 5625 aunes quarrées.

Et 13500 par $\frac{5}{12}$

4500. produit de $\frac{4}{12}$
1125. produit de $\frac{1}{12}$

5625 aunes quarrées.

QUES-

QUESTION CINQUANTE-SEPTIEME.

§. 480. Pour faire un Habit, on employe 3 aunes $\frac{1}{4}$ d'un Drap qui a 1 aune $\frac{1}{8}$ ou $\frac{9}{8}$ de large ; on demande combien il faut d'aunes de doublure qui a $\frac{5}{8}$ de large ?

Opération.

$\frac{5}{8}$. $\frac{9}{8}$: : 3 aunes $\frac{1}{4}$
5. $\frac{27}{4}$: : 3 $\frac{1}{4}$
20. 27 : : 3 $\frac{1}{4}$
80. 27 : : 13. 4 aunes $\frac{9}{27}$
13 ou 4 aunes $\frac{1}{3}$ pour Réponſe.
81
27
351
31
24
124
62
744
24

QUESTION CINQUANTE-HUITIEME.

§. 481. Lorſque la Coupe du Blé vaut à Genève fl. 26. 3 ſ., le Pain blanc de 6 ſ. peſe 18 onces ; on demande combien il devra peſer lors que la Coupe du Blé ne vaudra que fl. 16 ?

Opération.

Fl. 16. Fl. 26. 3. ſ. : : 18 onces.
64. 105. : : 18.
32. 105. : : 9. 29 onc. $\frac{17}{35}$ pour réponſe.
9
945 On feroit le pain de 29 onc. $\frac{1}{2}$?
305
17

QUES-

QUESTION CINQUANTE-NEUVIEME.

§. 482. Si au lieu d'augmenter le poids du pain, il s'agiſſoit d'en diminuer le prix, & qu'on demandât combien le pain du poids de 18 onces devroit valoir, on fera la Régle ſuivante.

Fl 26. 3 ſ. Fl. 16 : : 6 ſols.
105. 64 : : 6
35. 64 : : 2
2

128
23
12

276
31

3 ſ. 7 d. & un peu plus que devra valoir le pain.

QUESTION SOIXANTIEME.

§. 483. *Pierre* a prêté à *Jean* L. 4250 pendant 9 mois; quelle ſomme *Jean* prêtera-t-il à *Pierre* pendant 6 mois pour égaler l'intérêt ?

Opération.

6|m. 9|m. : : L. 4250.
2 . . 3 : : 4250.
1 . . 3 : : 2125.
3

Rép. L. 6375.

QUESTION SOIXANTE-UNIEME.

§. 484. *Jean* a prêté à *Pierre* L 3000. pendant 12 mois, on demande pour combien de tems *Pierre* doit prêter à *Jean* L. 4000 afin d'égaler l'intérêt ?

Opération.

L. 4000. L. 3000 : : 12|m.
1 3 3

Rép. Pour 9 mois.

QUES-

QUESTION SOIXANTE-DEUXIEME.

§. 485. On demande combien de Meſures d'Eau on devroit mêler à 200 Meſures de Vin, qui vaut 10 ſ. la Meſure, afin que le prix de la Meſure ne revienne qu'à 7 ſ. 6 d. ?

Opération.

7 ſ. ½.	10 ſ. : : 200.
15	20 : : 200.
3	4 : : 200.
	Rép. 66 ⅔ Meſures d'Eau.

On aura 266 ⅔ Meſures à 7 ſ. 6 d.

QUESTION SOIXANTE-TROISIEME.

§. 486. On a 200 Marcs d'argent à 11 Den. de fin, combien y doit-on ajoûter de cuivre pour le reduire à 10 Den. de fin?

Opération.

10 D. 11 D. : : 200 M.
Rép. . . . . 20 M. de cuivre.

On aura . . 220 Marcs argt. à 10 Den. de fin.
Car 200 M. à 11 Den. font 2200 Den.
& 220 M. à 10 Den. font 2200 Den.

QUESTION SOIXANTE-QUATRIEME.

§. 487. Un Voyageur, faiſant 12 lieuës par jour, demeure 15 jour à faire ſon voyage; combien de jours demeura-t-il s'il ne fait que 10 lieuës par jours ?

Opération.

10 lieues.	12 lieues : :	15 jours.
2.	12 : :	3
1.	6 : :	3
	Rép. 18 jours.	

En effet 18 jours à 10 lieuës par jour font 180 lieuës comme 15 jours à 12 lieuës par jour.

QUESTION SOIXANTE-CINQUIEME.

§. 488 Un Libraire veut faire imprimer un Livre qui contient 28 feuilles, & il en veut faire tirer 1500 Exemplaires ; on demande combien il y employera de Rames de Papier qui ont chacune 480 feuilles ?

Opération.

480 feuilles.	28 feuilles	: :	1500 Exemplaires.
120.	7	: :	1500
12.	7	: :	150
4.	7	: :	50
			7
			350

Rép. 87 $\frac{1}{2}$ Rames.

QUESTION SOIXANTE-SIXIEME.

§. 489. Si, d'un Capital quelconque & pour un certain tems, je recevois L. 1548. 15 f. d'intérêt sur le pied du Denier 16 ; combien recevrois-je d'intérêt du même Capital & pour le même tems sur le pied du Denier 20 ?

Opération.

20	16	: :	L. 1548. 15.
	Otez le $\frac{1}{5}$.		309. 15.

Reste pour réponse L. 1239.

QUESTION SOIXANTE-SEPTIEME.

§. 490. Si, d'un Capital quelconque & pour un certain tems, je reçois L. 1548. 15 f. d'intérêt sur le pied du 6 $\frac{1}{4}$ pr. $\frac{0}{0}$; combien recevrai-je d'intérêt du même Capital & pour le même tems sur le pied de 5 p $\frac{0}{0}$?

Opération.

6 $\frac{1}{4}$.	5	: :	L. 1548. 15.
25	5	: :	6195.
5	1	: :	6195.

Rép. L. 1239.

QUES-

QUESTION SOIXANTE-HUITIEME.

§. 491. On demande un nombre qui multiplié par 12, faſſe le même produit que 456 multiplié par 15. ?

Opération.

12. 15 :: 456
4 5 :: 456
Ajoutez le $\frac{1}{4}$ . . 114

On a pour réponſe . . 570.

En effet 570 par 12 donne . . 6840

Et 456 par 15 donne auſſi 6840 (456)

QUESTION SOIXANTE-NEUVIEME.

§. 492. Un Marchand a acheté une Piéce de Taffetas peſant ℔. 14 & tirant 52 aunes $\frac{1}{2}$, qui lui coûte L. 17. 15 ſ. la ℔. peſant; on demande combien revient l'aune ?

Opération.

3. 21. 105. Si 52 aunes $\frac{1}{2}$ péſent ℔. 14. 2
Si ℔. 1 coûte . . L. 17. 15 ſ. L. 35. 10 ſ. L. 7. 2 ſ.
Combien 1 aune ?

L. 7. 2
2
14 4

Rép. L. 4. 14. 8 d. l'aune.

QUESTION SEPTANTIEME.

§. 493. On a payé L. 52. 10 ſ. pour 7 aunes $\frac{3}{8}$ de Drap de $\frac{1}{8}$ de large, combien coûteront à proportion 20 aunes d'un autre Drap de même qualité qui n'a que $\frac{3}{4}$ de large ?

Opération.

23. 46. 92. 7 aunes $\frac{2}{3}$ . . 20 aun. 10 . 5
1. 5. $\frac{5}{6}$. $\frac{3}{4}$: : L. 52. 10 f.
9 315. 63.

23

Rép. L. 123. 5. f. 2. d.

63
45
315
20
2835
53
75
6
20
120
4
12
480
2

QUESTION SEPTANTE-UNIEME.

§. 494. Un Homme, en mourant, laiſſe ſa Femme enceinte & L. 100000 de ſon chef. Il ordonne par ſon Teſtament que ſi elle accouche d'un Fils, il aura les $\frac{3}{5}$ de cette ſomme, & la Mere les $\frac{2}{5}$, Que ſi c'eſt d'une Fille, elle aura les $\frac{3}{7}$, & la Mere les $\frac{4}{7}$: Cette Veuve a accouché d'un Fils & d'une Fille ; Combien chacun doit-il avoir.

Méthode.

La proportion de la Mere aux Fils eſt qu'il doit avoir la moitié plus qu'elle, car le Teſtateur dit qu'elle aura les $\frac{2}{5}$ & ſon Fils les $\frac{3}{5}$; Quand donc la Mere prendra L. 2, le Fils en aura 3.

Enſuite la proportion de la Mere à la Fille eſt que la Fille aura les $\frac{3}{4}$ de ſa Mere, car le Teſtateur donne les $\frac{4}{7}$ à la Mere & les $\frac{3}{7}$ à ſa Fille ; Ainſi quand la Mere prendra L. 4, la Fille en aura 3.

Poſant donc 4 pour la Mère
Il y aura 6 pour le Fils
Et 3 pour la Fille
Somme. 13

Il s'agit donc de partager L. 100000 proportionnellement à ces trois nombres, 4. 6. 3, comme on va le faire par les trois Regles suivantes.

1°. Si 13 font . . . L. 100000, combien 4?

L. 30769. 4. f. 7. d. $\frac{5}{13}$.

4 | 400000
100
90
120
3
20
60
8
12
96
5

2°. Si 13 font . . . L. 100000, combien 6?

L. 46153. 16. f. 11. d. $\frac{1}{13}$.

6 | 600000
80
20
70
50
11
20
220
90
12
12
144
14
1

3°. Si 13 font L. 100000, combien 3?

Ou la moitié de . L. 46153. 16. f. 11. d. $\frac{1}{13}$ qui eſt venu par la 2de.

Savoir L. 23076. 18. f. 9. d. $\frac{7}{13}$ pour la Fille,
46153. 16. 11. $\frac{1}{13}$ pour le Fils,
30769. 4 7 $\frac{5}{13}$ pour la Mère.

L 100000. — —

Remarque sur une autre solution de cette Question.

§. 495. Cette solution est juste, puisqu'elle proportionne la Mere avec son Fils & avec sa Fille selon les raports énoncés formellement dans le Testament, & l'on voit celui qui en resulte entre la Sœur & son Frère, qui est qu'elle a la moitié de sa portion. Cependant un nommé *Faiguet* prétend, dans le Mercure de France de Janvier 1749, que cette solution n'est pas juste; Voici celle qu'il donne.

Choisissant le nombre 35, il en prend
1°. les $\frac{2}{5}$ pour la Mere dans le 1er. cas, ce qui fait 14
2°. les $\frac{4}{7}$ pour elle encore dans le 2d. cas, ce qui fait 20 } = 34.

De la somme, 34, il en donne la $\frac{1}{2}$ à la Mère, dans le 3e. cas,

savoir	17.
les $\frac{3}{5}$ de 35 pour le Fils qui sont	21.
& les $\frac{3}{7}$ de 35 pour la Fille qui sont	15.
dont la somme est	53.

Puis il fait ces Régles de Trois;

Si 53 font L. 100000. combien
17. *Rép.* L.32075. 9. s. $5\frac{11}{53}$ p. la Mère
21. *Rép.* 39622.12. $9\frac{51}{53}$ p. le Fils
15. *Rép.* 28301.17. $8\frac{44}{53}$ p. la Fille
L. 100000 — —

Mais, de cette manière, la proportion de la Mère aux Enfans n'est pas gardée selon la disposition du Testament, on y trouve seulement la proportion du frère à la sœur, car 21. 15 : : $\frac{3}{5}$. $\frac{3}{7}$, laquelle n'est pas à la vérité dans la 1re. solution. Il s'agit donc de savoir, si le Père a eu dessein de marquer principalement la proportion entre le Fils & la Fille, ou celle entre la Mère & les Enfans. Or il paroit, par l'énoncé de la Question, que l'intention du Testateur a été d'établir la proportion de la Mere aux Enfans, & non celle des Enfans entr'eux, puisqu'il n'a pas prévû le cas que sa Femme accoucheroit d'un Fils & d'une Fille, mais seulement celui de l'un ou de l'autre. C'est pourquoi l'on croit que la 1re Solution, qui est celle de *Barême*, est juste, & qu'il a été relevé mal à propos.

Le Père dit positivement que le raport qu'il doit y avoir entre la Mère & son Fils doit être comme 2 à 3, & celui avec sa Fille comme 4 à 3; Mais il ne dit pas que, dans le cas qu'il n'a pas prévû, le raport du Frère à la Sœur dût être comme $\frac{2}{5}$ à $\frac{3}{7}$, ce n'est que par voie de conséquence qu'on le conclud. Et cette conséquence, que le Testateur n'a point prévûe, puisqu'elle ne pouvoit avoir lieu que dans le cas auquel il n'a point pensé, doit-elle anéantir ce que le Testateur a formellement établi? C'est pourtant ce qui arriveroit si l'on admettoit la 2de Solution.

QUES-

QUESTION SEPTANTE-DEUXIEME.

§. 496. On veut prendre la Proviſion de 2 pour $\frac{0}{0}$ ſur L. 4018, de maniere que la proviſion ſe trouve priſe, non ſeulement ſur les 4018, mais auſſi ſur la Proviſion même.

Méthode.

Multipliez la ſomme donnée, L. 4018, par le prix de la Proviſion, qui eſt ici 2, & diviſez le produit par 100 moins le prix de la proviſion; ce qui fait une Régle de Trois dont le 1er. terme eſt 100 moins le ſecond terme.

Donc Si L. 98 donnent L. 2, combien L. 4018 ?

		2
L'on à L. 82. de proviſion		8036
ajoûtez	4018	196
		00

On a L. 4100, dont la proviſion à 2 pour $\frac{0}{0}$ eſt L. 82.

Car Si L. 100 donnent L. 2, combien L. 4100?

	2
Rép. L. 82.	8200

Avec un peu d'attention il eſt aiſé de comprendre la raiſon & la généralité de cette methode.

QUESTION SEPTANTE-TROISIEME.

§. 497. Un Fonds a été vendu pour la ſomme de L. 27000. le Lod compris dont le vendeur ſe charge, on demande à quelle ſomme revient le Lod qu'il faut payer au Seigneur, en le ſupoſant au Denier 8, qui eſt le 12 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$?

Faites l'une ou l'autre de ces deux Régles, qui reviennent au même.

Si L. 112 ½ font L. 12 ½, combien L. 27000 ?

2	12 ½
225	324000
	13500
	337500
	2
	675000
	000000

Rép. L. 3000. pour le Lod

Ou Si 9 donnent 1, combien L. 27000 ?

Rép. L. 3000. comme ci-dessus.

La Preuve en est que le Prix du Fonds se trouve être de L. 24000. dont le Lod est L. 3000. au Den. 8 ou le 12 ½ pour $\frac{0}{0}$?

QUESTION SEPTANTE-QUATRIEME.

§. 498. On a acheté un sac de Noix à raison de 20 pour 1 sol ; on les a revendues a raison de 14 pour 1 sol, & on a fl. 12. de profit : On demande combien il y avoit de Noix ?

Méthode.

Si 20 noix coûtent 1 sol, combien 14 noix ? *Rép.* $\frac{14}{20} = \frac{7}{10}$ de sol. Mais l'on revend les 14 noix pour 1 sol. $= \frac{10}{10}$, on gagne donc $\frac{3}{10}$ de sol. sur chaque vente de 14 noix. Ainsi pour avoir fl 12, ou 144 sols de profit, il faut chercher combien il y a de fois $\frac{3}{10}$ de sol. dans 144 sols.

Pour cela divisons 144 par $\frac{3}{10}$

10.	10
1440	3

Quotient. 480.

Il faut donc vendre 480 fois 14 noix à 1 sol chaque fois,
Or 480 fois 14 font 6720.
L'on a donc pour réponse qu'il y avoit 6720 noix.

Preuve.

Preuve.

Achat. Si 20 Noix coûtent 1 ſol, combien 6720 Noix.

Rép. 336 ſ. = fl 28.

Vente. Si 14 Noix donnent 1 ſol, combien 6720 Noix.

112

Rép. 480 ſols = fl 40. Recette de la vente. 000

28. Déboursé pour l'Achat

Reſte fl 12 de gain.

QUESTION SEPTANTE-CINQUIEME. Problême général.

§.499. Trouver le tems de chaque Faction à faire; le nombre des Soldats de la Garde, celui des Poſtes & celui des heures que doit durer la Garde étant donnés.

Méthode.

Multipliez le nombre des heures que doit durer la Garde par le nombre des Poſtes, & diviſez le produit par le nombre des Factionnaires; le Quotient ſera la durée de chaque Faction pour chaque Soldat, laquelle on partagera en deux ou davantage de fois ſuivant la rigueur de la Saiſon.

EXEMPLE.

On ſupoſe qu'il y a 10 Poſtes de jour & 8 Poſtes de nuit, & qu'on n'a que 30 Factionnaires pour la Garde, qui doit durer 24 heures, dont il y en a 14 de nuit & 10 de jour.

Opération.

1°. Je multiplie les 14 heures de nuit,
par les 8 Poſtes.

Le produit eſt 112, que je diviſe par les 30 Factionnaires,
Le Quotient donne $3.\frac{22}{30}$ ce qui marque près de 4 heures de Faction que chaque ſoldat doit faire pendant la nuit.

Si la ſaiſon eſt douce on partage ce tems en deux &, chaque ſoldat fera deux Factions de nuit de 2 heures chacune.

Si le tems eſt fort rude, on fera faire à chaque ſoldat 4 Factions de nuit d'une heure chacune.

2°. Je multiplie 10 heures de jour,
par les 10 Poſtes.

Le produit eſt 100, que je diviſe par les 30 Factionnaires;

Le Quotient donne 3 heures $\frac{1}{3}$ de Faction pour chaque ſoldat pendant le jour.

QUESTION SEPTANTE-SIXIEME. Problême général.

§. 500. On demande deux Nombres dont la ſomme ſoit égale au produit de la Multiplication de l'un par l'autre.

Remarque & Méthode.

Dans tous les Nombres Entiers, il n'y a que le nombre 2 qui ait cette propriété, car $2+2=2\times 2$. Mais, en y admettant des Fractions, on peut en trouver une infinité par cette Régle : *Prenez le nombre qu'il vous plaira, partagez-le en deux parties inégales telles que vous voudrez; Si vous diviſez ce même nombre par chacune de ces deux parties, vous aurez deux Quotients, dont la ſomme ſera égale au produit de l'un par l'autre.*

EXEMPLE.

Je prens le nombre 12, que je partage en deux parties, 4 & 8;
Diviſant 12 par 4, le Quotient eſt 3.
& par 8, le Quotient eſt $1\frac{1}{2}$
Or $3+1\frac{1}{2}=3\times 1\frac{1}{2}$.

Si l'on partage 12 en 5 & 7, on diviſera 12 par 5, dont le Quotient eſt $2\frac{2}{5}$; & enſuite par 7, dont le Quotient eſt $1\frac{5}{7}$. Or $2\frac{2}{5}+1\frac{5}{7}=2\frac{2}{5}\times 1\frac{5}{7}$.

Additionnons $2\frac{2}{5}=\frac{14}{35}$ & $1\frac{5}{7}=\frac{25}{35}$ — Somme. $4\frac{4}{35}$

Multiplions $2\frac{2}{5}=\frac{12}{5}$ par $1\frac{5}{7}=\frac{12}{7}$
Or $\frac{12}{5}\times\frac{12}{7}=\frac{144}{35}=4\frac{4}{35}$. produit.

Prenons le nombre 40 partageons-le en 25 & 15.
Diviſons 40 par 25 le Quotient eſt $\frac{40}{25}=\frac{8}{5}=1\frac{3}{5}$
& par 15 le Quotient eſt $\frac{40}{15}=\frac{8}{3}$.
Additionnons $\frac{8}{5}=\frac{24}{15}$ & $\frac{8}{3}=\frac{40}{15}$ — Somme. $\frac{64}{15}=4\frac{4}{15}$.

Multiplions $\frac{8}{5}$ par $\frac{8}{3}$ produit $\frac{64}{15}=4\frac{4}{15}$.

QUESTION SEPTANTE-SEPTIEME.

§. 501. Un Capitaine dit qu'en donnant 10 ſols par jour à chacun de ſes Soldats, il a de l'argent pour 22 jours; mais n'eſpérant point d'autre argent que dans 60 jours, on demande combien il donnera à chaque Soldat par jour, afin que ſon argent lui dure 60 jours ?

Opération.

60 jours	22 jours	: :	10 ſols.	
6.	22	: :	1	
3.	11	: :	1.	*Rép.* 3. ſ. 8. d.

QUESTION SEPTANTE-HUITIEME. Problême général.

§. 502. On demande deux nombres qui ſoient tels qu'une portion aliquote ou aliquante de l'un ſoit égale à une autre portion aliquote ou aliquante de l'autre.

Méthode.

Il ne faut que réduire à une commune dénomination les deux fractions qui indiquent les portions aliquotes ou aliquantes, pour avoir dans les numérateurs les deux nombres demandés.

I. Exemple.

On demande deux nombres dont les $\frac{2}{3}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{3}{4}$ de l'autre.

$\frac{2}{3} = \frac{8}{12}$, & $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$.

Donc 8 & 9 ſont les deux nombres demandés, car les $\frac{2}{3}$ de 9 ſont égaux aux $\frac{3}{4}$ de 8.

II. Exemple.

On demande deux nombres dont le $\frac{1}{6}$ de l'un ſoit égal au $\frac{1}{20}$ de l'autre.

$\frac{1}{6} = \frac{20}{120}$, & $\frac{1}{20} = \frac{6}{120}$.

Donc 20 & 6 ſont les deux nombres demandés, car le $\frac{1}{6}$ de 6 eſt égal au 20e. de 20.

III. Exemple.

On demande deux nombres dont les $\frac{2}{3}$ de l'un ſoient égaux aux $\frac{5}{6}$ de l'autre.

$\frac{2}{3} = \frac{12}{18}$, & $\frac{5}{6} = \frac{15}{18}$.

Donc 12 & 15 ſont les deux nombres demandés, car les $\frac{2}{3}$ de 15 ſont 10 & les $\frac{5}{6}$ de 12 ſont auſſi 10.

Remarque.

Il eſt facile de voir par ces deux derniers exemples, qu'il ne faut pas chercher le plus petit Dénominateur commun, mais celui qui réſulte du produit des deux Dénominateurs donnés.

QUESTION SEPTANTE-NEUVIEME.

§. 503. Une veuve a quatre Enfans; A, B, C & D, dont chacun a le quart du Bien. Ainſi . . . . . A. B. C. D. La Mère ont $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{4}$. 0

A meurt & les 3 ſurvivans en héritent également avec la Mère. Donc ils ont chacun le $\frac{1}{4}$ ſavoir; . . . . . $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{16}$. $\frac{1}{16}$.

Les Portions ſont préſentement; . . . . $\frac{5}{16}$. $\frac{5}{16}$. $\frac{5}{16}$. $\frac{1}{16}$.

B meurt & les 2 ſurvivans en héritent également avec la Mère, donc ils ont chacun le $\frac{1}{3}$, ſavoir; . . . . . $\frac{5}{48}$, $\frac{5}{48}$, $\frac{5}{48}$.

Les portions ſont à préſent, ... $\frac{5}{12}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{6}$.

C meurt & le ſurvivant en hérite la $\frac{1}{2}$ & ſa Mère l'autre moitié, ſavoir; . . . . . $\frac{5}{24}$, $\frac{5}{24}$.

Les portions ſont donc préſentement . . . $\frac{5}{8}$ & $\frac{3}{8}$.

La Mère a $\frac{3}{8}$ & ſon Enfant $\frac{5}{8}$.

Autre Cas. Si la Veuve a cinq Enfans, alors; A, B, C, D, E, La Mère. chacun a . . . . $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{5}$. 0

A étant mort ſon $\frac{1}{5}$ eſt réparti également aux quatre autres & à leur Mère, ſavoir; . $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{25}$. $\frac{1}{25}$.

Les portions ſont préſentement . . . $\frac{6}{25}$. $\frac{6}{25}$. $\frac{6}{25}$. $\frac{6}{25}$. $\frac{1}{25}$.

B meurt & ſes $\frac{6}{25}$ ſont réparties également aux ſurvivans & à leur Mère, ſavoir; . . . $\frac{6}{100}$. $\frac{6}{100}$. $\frac{6}{100}$. $\frac{6}{100}$.

Les portions ſont à préſent . . . . . $\frac{3}{10}$. $\frac{3}{10}$. $\frac{3}{10}$. $\frac{1}{10}$.

C meurt & ſes $\frac{3}{10}$ ſont réparties également aux ſurvivans & à leur Mère, ſavoir; . . . . $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{10}$.

Les Portions ſont ainſi . . . . . $\frac{2}{5}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{5}$.

D meurt & ſes $\frac{2}{5}$ ſont réparties également à E & à ſa Mère, ſavoir; . . . . . $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{5}$.

Les portions ſont préſentement . . . . $\frac{3}{5}$. $\frac{2}{5}$.

La Mère a $\frac{3}{5}$ & l'Enfant $\frac{2}{5}$.

§. 504.

§. 504. La même Méthode se continuera de même pour tel autre nombre d'Enfans qu'il pourra y avoir ; Ainsi, je n'en donnerai pas d'avantage d'Exemples : Mais je remarquerai 1°. Que si l'on ne faisoit pas le partage successivement après la mort de chaque Enfant, comme nous l'avons fait, mais seulement après la mort de tous excepté un ; Par exemple, dans le premier cas, Question XVI, §. 430. où il y avoit 3 Enfans : Supposé qu'on ne partage la succession qu'après la mort de 2 Enfans, entre le survivant & sa Mere ; Alors puisque chacun avoit $\frac{1}{3}$, les deux Enfans morts ont laissé $\frac{2}{3}$, dont le survivant aura $\frac{1}{3}$ & sa Mere l'autre $\frac{1}{3}$: Et comme le survivant avoit deja $\frac{1}{3}$ & que sa Mere n'avoit rien, il suit qu'il a $\frac{2}{3}$ & sa Mere seulement $\frac{1}{3}$. Remarques.

De même dans le cas ci-dessus §. 503. où il y a 4 Enfans ; Les 3 Enfans morts ont laissé $\frac{3}{4}$, dont le survivant à $\frac{3}{8}$ pour sa moitié, & sa Mere autant pour l'autre moitié. Mais le survivant avoit déjà $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$, Il a donc présentement $\frac{5}{8}$, tandis que sa Mere n'a que $\frac{3}{8}$.

Dans le cas suivant où il y a 5 Enfans ; les 4 Enfans morts ont laissé $\frac{4}{5}$, dont le survivant à $\frac{2}{5}$ & sa Mere $\frac{2}{5}$. Mais le survivant avoit déjà $\frac{1}{5}$. Il a donc présentement $\frac{3}{5}$ & sa Mere seulement $\frac{2}{5}$.

Si donc il y avoit eu 12 Enfans, lorsque 11 seroient morts, ils laisseroient $\frac{11}{12}$, dont le survivant auroit, pour sa moitié, $\frac{11}{24}$, & la Mere autant pour la sienne. Mais comme le survivant avoit déjà $\frac{1}{12} = \frac{2}{24}$, Il a donc présentement $\frac{13}{24}$, & sa Mere $\frac{11}{24}$.

II°. Remarquons ensuite, que la difference de la Portion de la Mere à celle de son seul Enfant qui a survécu, est toujours d'une fraction qui a l'unité pour numérateur, & le nombre des Enfans pour Dénominateur. Ainsi dans le cas où il y avoit 12 Enfans, le dernier survivant a $\frac{13}{24}$ & la Mère $\frac{11}{24}$, dont la difference est $\frac{2}{24} = \frac{1}{12}$.

Dans le cas où il y avoit 3 Enfans, le dernier survivant a $\frac{2}{3}$, & la Mère $\frac{1}{3}$, dont la difference est $\frac{1}{3}$.

Dans le cas où il y avoit 4 Enfans, le dernier survivant a $\frac{5}{8}$ & la Mere $\frac{3}{8}$, dont la difference est $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

Dans celui où il y avoit 5 Enfans, le dernier survivant a $\frac{3}{5}$ & sa Mere $\frac{2}{5}$, dont la difference est $\frac{1}{5}$.

Dans le cas où il y auroit eu 16 Enfans, le dernier survivant auroit donc $\frac{15}{20}$ & la Mere $\frac{9}{20}$, dont la difference est $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$.

QUESTION HUITIEME.

§. 505. Un Epoux reçoit de son Epouse une Obligation de L. 30000 payable dans 3 ans, savoir L. 10000 par an sans interet ; Et voulant en faire une Reconnoissance dans son Contrat de mariage comme argent reçu comptant, on demande de quelle somme sera cette Reconnoissance ?

Méthode.

Pour répondre à cette Queſtion, il faut déterminer le prix de l'Intérêt; Je le compterai à 4 pour $\frac{0}{0}$ l'an.

Il faut donc eſcompter une année d'intérêt au 1er. Payement, deux années au ſecond, & trois années au troiſiéme.

1°. Si L. 104 font L. 100 comptant, combien. L. 10000 ?

104 — 26 — 13 — 100 — 25 — 5000 — 125000 — 10000 — 5000

Rép. L. 9615. 7 ſ. 8. d. 80 — 20 — 70 — 5 — 20 — 100 — 9 — 12 — 108 — 4

2°. Si L. 108 font L. 100 comptant, combien L. 10000 ?

108 — 27 — 100 — 25 — 10000 — 250000

Rép. L. 9259. 5 ſ. 2. d. 70 — 160 — 250 — 7 — 20 — 140 — 5 — 12 — 60 — 6

3°. Si

3°. Si L. 112 font L. 100 comptant, combien L. 10000?

112	25	2500
8	2500	
7	12500	
	50	
	62500	

Rép. L. 8928. 11. ſ. 5. d. à quoi revient compt. le 3e. payem.
9259. 5. 2 idem . . . . le 2^d.
9615. 7. 9 idem . . . . le 1er.

L. 27803. 4. ſ. 4. d. C'eſt la ſomme dont l'Epoux fera reconnoiſſance à ſon Epouſe dans ſon Contract de mariage, comme une ſomme reçûë comptant.

Autre Méthode.

§. 506. Le premier Payement de L. 10000 ne devant ſe faire que dans un an, il ſuit qu'au bout de 3 ans, l'Epoux en aura retiré L. 800 d'interêt, il lui aura donc produit . . . . . L. 10800

Sur le même pied le 2^d. payement auſſi de L. 10000, ne lui aura raporté qu'un an d'intérêt, & lui aura ainſi produit. 10400

Enfin, au bout de ces 3 ans, il recevra le dernier Payement de 10000

Il aura donc reçû au bout de 3 ans . . . . . L. 31200

Cherchons préſentement ce a quoi chaque Payement avec ſes intérêts revient pour Comptant.

Pour cela il faut déduire de chacun 12 pour $\frac{0}{0}$ pour l'intérêt de 3 ans. Donc;

1°. Si L. 112 font L. 100 comptant, combien L. 10800?

112	1350
4	67 00
7	

Rép. L. 9642 $\frac{6}{7}$

2°. Si L. 112 font L. 100 comptant, combien L. 10400?

112	00
4	05200
7	

Rép. L. 9285 $\frac{5}{7}$

3°. Si

3°. Si L. 112 font L. 100 comptant, combien L. 10000 ?

28 — 2500

7 — 62500

Assemblage. { *Rép.* L. 8928. $\frac{4}{7}$; 9285. $\frac{5}{7}$; 9642. $\frac{6}{7}$

L'Epoux reconnoîtra à son Epouse la somme de . . L. 27857. $\frac{1}{7}$ comme sa Dotte payée comptant.

C'est un peu plus que par le Calcul précédent, mais ce second calcul est plus juste. La preuve en est que l'Epoux s'il reçoit effectivement L. 27857 $\frac{1}{7}$ comptant, & qu'il fasse valoir cette somme pendant 3 ans au 4 pour $\frac{0}{0}$ l'an, se trouvera avoir reçû au bout de ces 3 ans, la somme de L. 31200 comme il recevra effectivement au moyen des trois payemens, chacun de L. 10000, payés suivant les conditions énoncées, & les faisant valoir au 4 pour $\frac{0}{0}$ ainsi qu'on l'a fait voir.

Car Si L. 100 donnent L. 12 dans 3 ans, combien L. 27857. $\frac{1}{7}$?

12

Il auroit L. 3342 $\frac{85\frac{5}{7}}{100} = \frac{600}{700} = \frac{6}{7}$ pour intérêts — 334285 $\frac{5}{7}$

Ajoûtez les 27857 $\frac{1}{7}$

Vous aurez L. 31200

Manière d'abréger les Régles de Proportion composée dans certains cas.

§. 507. Dans la question L. 5 sus §. 472. les seconds calculs, excepté le 1er, sont des Regles de Proportion composée, que l'on peut éviter de faire par la méthode suivante.

Les raisons composantes étant chacune celle $\frac{105}{100} = \frac{21}{20}$, le 1er de ces calculs pouvoit se faire en multipliant le 3e. terme, 6000, par 20, & en divisant le produit par 21, ce qui revient à prendre les $\frac{20}{21}$ de L. 6000. Or il est visible qu'on aura aussi les $\frac{20}{21}$ de L. 6000, en divisant 6000 par 21, & en retranchant le Quotient de ce nombre 6000. D'où il suit que divisant L. 5714. 5 s. 8 d. résultât de la Régle pour le 1er. terme, & retranchant le Quotient de ce même nombre, L. 5714. 5. 8 d., on aura ce qui revient pour le second terme, savoir L. 5442. 3. 6 d. Voici l'opération.

Je

Je diviſe L. 5714. 5. ſ. 8. d. par 21, le Quotient eſt L. 272. 2. ſ. 2. d.

151
44
2
20
45
3
12
44
2

Et de L. 5714. 5. 8. d.
Je retranche 272. 2. 2.

Il reſte L. 5442. 3. 6. d. p^r. le 2^d. terme.

On fera de même pour les termes ſuivans; Ainſi pour faire la Régle du 3e. terme, je diviſe L. 5442. 3. 6, qui eſt venu pour le 2^d. terme par 21.

Le Quotient eſt L. 259. 3.

124
192
3
20
63

Et de L. 5442. 3. 6. du 2^d. terme
Je retranche 259. 3. —

Il reſte L. 5183. — 6. d. p^r. le 3e. terme.

Je diviſe enſuite ces L. 5183. — 6 d. par 21. Le Quotient eſt L. 246. 16. 2

98
143
17
20
340
130
4
12
48
6

Et de L. 5183. — 6. du 3e terme
Je retranche 246. 16. 2.

Il reſte L. 4936. 4. 4 p. le 4e. terme.

Enfin pour avoir le réſultât de la Régle du 5e. & dernier terme, je diviſe ces L. 4936. 4. 4 par 21, le Quotient eſt L. 235. 1. 1 d.

73
106
1
20
24
3
12
40

Et de L. 4936. 4. 4. du 4e. terme
Je retranche 235. 1. 1

Il reſte L. 4701. 3. 3. p. le 5e. terme.

N. B. Cette méthode peut être apliquée, comme on voit, à bien d'autres Régles de proportion compoſée ou conjointe, lorſque la nature des nombres le permettra.

4e. *Cas de la Queſtion XXXIX. dont le* 3e. *eſt* §. 461.

§. 508. Dans ce cas on ſupoſe que l'argent joué, montant à L. 25, ne doit être apliqué à aucune dépenſe, mais que chaque Joueur veut empocher ce qu'il a gagné; Alors, il faut diviſer l'Argent joué par le nombre des Joueurs; ainſi l'on diviſe ici L. 25 par 6, & le Quotient, qui eſt L. 4. 3 ſ. 4 d. donne la portion de chacun.

Mais A. doit au jeu L. 5, dont devant avoir L. 4. 3. 4, il ne payera que L. —. 16 ſ. 8 d.

B. doit au jeu L. 4, il ne lui revient donc que L. —. 3 ſ. 4 d.

D. doit L. 4. 10 — il payera donc . . . —. 6. 8

C. doit L. 3, il lui revient donc . 1. 3. 4.

E. doit L. 6, il payera donc 1. 16. 8

F. doit L. 2. 10 ſ. il ne retirera donc que . . 1. 13. 4.

L. 3 — —

L. 3 — —

On voit que l'argent que les Perdans payent au Jeu égale celui que les Gagnans en retirent; La perte des uns fait exactement le gain des autres, comme cela doit être effectivement.

REGLE

REGLE DE FAUSSES POSITIONS.

§. 509. Elle eſt ſimple ou double.

La Régle de fauſſe poſition ſimple conſiſte à ſupoſer un nombre tel qu'on veut, avec lequel on opére comme ſi c'étoit le véritable qui eſt inconnu & que l'on cherche, & par une Regle de Trois on trouve le vrai nombre demandé : On en peut voir un exemple dans les Regles d'Intérêts §. 95.

Pour la Régle de fauſſe poſition double, elle conſiſte à ſupoſer ſucceſſivement deux nombres qui aient les conditions requiſes dans le nombre inconnu que l'on cherche, & à opérer avec chacun comme ſi c'etoit le véritable ; Enſuite on obſerve de combien on s'eſt trompé : On marque les deux nombres ſupoſés l'un ſous l'autre, & à côté de chacun la difference dont on a fait erreur, accompagnée du ſigne + ſi elle eſt de plus, ou du ſigne — ſi elle eſt de moins.

Cela étant ainſi poſé, multipliez le premier nombre ſupoſé par la ſeconde différence, & la premiere difference par le ſecond nombre ſupoſé : Si les differences ſont toutes deux + ou —, ſouſtraiſez le moindre produit du plus grand, & diviſez le reſte par la différence des différences, c'eſt à-dire qu'on ſouſtrait auſſi la moindre difference de la plus grande pour avoir le Diviſeur dans le reſte.

Si les differences ſont l'une + & l'autre —, il faut additionner au lieu de ſouſtraire, ainſi dans ce cas on diviſe la ſomme des produits par la ſomme des différences.

Le Quotient de la Diviſion eſt le nombre demandé. En voici un Exemple.

Un Particulier a mis L. 6000 à l'intérêt chez un Banquier à 4 pour $\frac{0}{0}$ l'année : au bout de deux années il retire une partie de la ſomme qui lui revient, de maniére que la ſomme qu'il laiſſe avec l'intérêt de deux autres années à venir égale celle qu'il reçoit à preſent ; On demande quelle eſt la ſomme qu'il reçoit à préſent & quelle eſt celle qu'il laiſſe au Banquier ?

Opération.

L. 6000 de principal.	Ces L. 2950 laiſſées au Banquier
480. Intérêt de 2 ans.	avec 236 interêt de 2 ans.
L. 6480	font L. 3186
On retire 3530 à préſent.	Il manque 344
On laiſſe L. 2950.	pour égaler les L. 3530

Notre 1ere. fauſſe poſition eſt donc 3550. — 344.

Des L. 6480.
Supoſons 2°. 3430 qu'on retire

On laiſſe L 3050.

Ces L. 3050 qu'on laiſſe
avec 244 intérêt de 2 ans.

font L. 3294
Il manque 136

pour égaler les L. 3430

Notre 1re. fauſſe poſition eſt 3530. — 344. 480080
La 2de. . . . 3430. × 136.1179920

208. 699840
·758

L. 3364. 12 ſ. 3 d. $\frac{9}{13}$ 1344
C'eſt la ſomme à retirer. 960
128
20
2560
480
64
12
768
144
$\frac{9}{13}$ = 208

3530	3430
136	344
21180	13720
10590	13720
3530	10290
480080	1179920
	480080
	699840

Ayant multiplié 3530. 1re. ſupoſition par 136. 2de. difference, & 3430. 2de ſupoſition par 344, 1ere difference, les ſignes étant à l'une & à l'autre de —, parce que c'eſt ce qui s'en manquoit que les ſupoſitions ne fuſſent les véritables, l'on a ſouſtrait le moindre produit du plus grand, pour avoir dans le Reſte le Dividende. Le Diviſeur a été auſſi le reſte de la moindre difference retranchée de la plus grande. Le quotient montre que le nombre cherché eſt L. 3364. 12. 3 d. $\frac{9}{13}$ comme on s'en convaincra par la preuve ſuivante.

L. 6000

L. 6000 principal
480 intérêt de 2 ans

L. 6480
3364 12. 3 d. $\frac{9}{13}$ qu'on retire.

L. 3115. 7. 8 d. $\frac{4}{13}$ qu'on laisse.
8 pour 8 pour 2 autres années.

A L 3115. 7. 8 d. $\frac{4}{13}$
ajoûtez 249. 4. 7 d. $\frac{5}{13}$ intér. de 2 ans

On a L. 3364. 12. 3 d. $\frac{9}{13}$ somme égale à celle qu'on avoit retirée 2 ans auparavant ; & c'est ce que l'on demandoit.

24 | 23. 1. 6 d. $\frac{6}{13}$
20

4 | 61
12

7 | 8
13

11
386

5100

Si les differences avoient été en +, on auroit également trouvé le Dividende & le Diviseur par la soustraction ; & si elles avoient été l'une en + & l'autre en —, alors, suivant la Regle qu'on a donnee, il faut additionner les produits & les differences, & la division donnnera egalement le nombre demande. Le Lecteur peut s'en convaincre en faisant de nouvelles supositions, qui donnent des differences en +, & l'une en + & l'autre en —.

Au reste, l'Algébre fournit la Démonstration de cette Régle de fausse position, que je n'ai mise ici qu'en faveur de ceux qui ne savent point d'Algebre & qui ne veulent ou ne peuvent l'aprendre. Elle pourra du moins leur servir a resoudre plusieurs Problémes curieux & quelquefois des questions utiles.

Par l'Algebre on trouve que la Question proposée, & autre semblable se résoud en faisant 3 produits dont la somme sera le Dividende, & 2 autres produits dont la somme sera le diviseur.

Le 1er. des 3 produits est celui du principal par le quarré de 100 qui, dans notre exemple est . . . . . 60000000.

Le 2d. est celui du principal par 100 & par le quadruple du prix de l'intérêt . . . . . 9600000.

Le 3e. est celui du principal par le quarré du double du prix de l'interêt . . . . . 384000.

Dividende 69984000.

Le 1er. des deux produits eſt deux fois le quarré de 100, ſavoir; 20000
Et 2°. le produit de 100 par le double du prix de l'interêt, ſavoir; 800

Dividende 20800.

On voit que c'eſt le même Dividende & le même diviſeur, que l'on a trouvé ci-deſſus.

ADDITION CURIEUSE.

§. 510. On donne une ſomme, ſous la quelle on permet d'y ajoûter autant de nombres qu'on voudra, en ſe reſervant la liberté d'y ajoûter autant de nombres qu'on en aura mis arbitrairement, moyennant quoi on peut donner la ſomme de tous ces nombres ſans en faire l'addition.

Voici un Exemple.

Somme donnée.	475
Nombres arbitraires	109
	306
Nombres qu'on s'eſt réſervé	890
	693
Somme	2473.

Pour trouver la ſomme ſans additionner, il faut 1°. retrancher 2 des unités de la ſomme donnée (ſavoir autant qu'on y joint de nombres arbitraires.); 2°. poſer à gauche les autres chiffres, & 3°. 2 pour dernier chiffre à gauche, ſavoir autant qu'on joint de nombres arbitraires. Ainſi, dans cet exemple, la ſomme de l'addition eſt 2473. Vous voyez 1°. que 3 eſt les 5 unités de la ſomme donnée diminuée de 2, parce qu'il y a deux nombres arbitraires. 2°. Que l'on a poſé les autres chiffres à gauche de 3, & 3°. On a mis 2 pour derniere figure à gauche.

Quant aux nombres qu'on s'étoit réſervé d'ajoûter, ils ne ſervent que pour faire à chaque figure des nombres arbitraires, le complément de 9: ainſi pour 109 on a mis 890, pour faire 999;
à 306 on a mis 693 pour faire 999.

Les nombres arbitraires & les nombres qu'on s'étoit réſervé d'ajoûter encore, reviennent donc ſimplement à la meme choſe que d'ajoûter 2000 moins 2 à 475. ce qui fait 2473.

§. 511. Si l'on ajoûte trois nombres à une ſomme donnée & qu'on en ajoûte 3 autres pour faire le complément de 9 à chaque figure, il eſt évident que, ſi les nombres ajoûtés n'ont que trois figures, ce ſera comme

ſi

ſi l'on ajoûtoit à la ſomme donnée le nombre 3000 moins 3; par conſéquent, on aura la ſomme de l'addition en poſant la ſomme donnée avec 3 pour dernière figure à gauche & les unités moins 3 pour première figure à droite.

Si les nombres qu'on ajoûte ont quatre figures, il eſt évident que ce ſera comme ſi on ajoûtoit à la ſomme donnée 10000 moins 1 ſi l'on ajoûte qu'un nombre; 10000 moins 2 ſi l'on ajoûte deux nombres; 10000 moins 3 ſi l'on ajoûte trois nombres &c.

Soit 3486 nombre donné auquel on propoſe d'ajoûter 5 nombres à volonté, on demande quelle ſera la ſomme de l'addition; je répons, qu'en me reſervant d'y ajoûter 5 autres nombres, la ſomme de l'addition ſera 53481. ſavoir le nombre 3486 moins 1 & 5 pour dernière figure à gauche.

Nombre donné.	3486
Nombres arbitraires.	1343
	2466
	1356
	1430
	3579
Nombres de la réſerve.	8656
	7533
	8643
	8569
	6420
Somme	53481

Si le nombre donné eſt terminé par 0, il faut retrancher la quantité des nombres arbitraires de 10, & poſer 1 de moins que les Chiffres qui précédent à gauche à cauſe de l'emprunt d'une dixaine.

Exemple.

Nombre donné.	190
Nombres arbitraires.	246
	340
	906
Nombres de la réſerve.	753
	659
	93
Somme	3187

PRO-

PROBLEMES.

Trouver un nombre qui ſoit le produit de deux quantités qui, bien que réelles, ne peuvent cependant être exprimées exactement par des nombres.

1er. Problême.

§. 512. L'on ſait, ſur §. 398, que tout nombre qui n'a pas une Racine quarree en nombre entier ne peut en avoir une en nombre fractionnaires, en conſequence la Racine quarrée de 18 ni celle de 2 ne peuvent être exactement exprimées en nombres. Ces nombres non exprimables ſont apelés *Nombres ſourds* ou *irrationnels*, & c'eſt de tels nombres ou de telles quantités irrationnelles, dont je dis q l'on peut trouver le produit en nombre *rationnel*, c'eſt-à-dire, en nombre qui peut être exactement exprimé.

Nombres ſourds ou irrationnels.

Nombre rationnel.

Exemple.

On demande le produit de la multiplication de ces deux quantités irrationnelles, la Racine quarree de 2 par la Racine quarrée de 18.

Méthode.

Multipliez les quarrés l'un par l'autre, & extraiſez la Racine quarrée du produit. Ainſi, je multiplie 18 par 2, dont le produit eſt 36, & la Racine quarrée, qui eſt 6, eſt le produit des nombres irrationnels. Vous voyez que le produit 6, eſt un nombre rationnel qui reſulte de deux nombres ſourds.

Au reſte, il eſt facile de voir que celà ne peut avoir lieu que lors que le produit des quarrés produit un vrai quarré, car autrement la Racine quarrée du produit ne pourroit être un nombre rationnel.

2d. Problême.

§. 513. Deux Hommes, s'aſſociant enſemble, mettent chacun une ſomme differente dans le fonds commun, ſous la condition que celui qui met la moindre ſomme ait le tiers du profit, tandis que l'autre en aura les deux tiers; Après avoir ainſi convenu, un troiſieme accède à leur ſocieté & met dans le fond commun une ſomme déterminee: On demande combien chacun doit avoir du profit ayant égard à ce que les deux premiers avoient convenu entr'eux?

Exemple. Le 1er met 80 écus pour avoir les $\frac{2}{3}$ du profit, le ſecond met 20 écus pour avoir le $\frac{1}{3}$ du profit, & le troiſieme venant après, aporte au fonds commun 120 écus: Quel ſera le profit de chacun, ſi l'on ſupoſe le gain total à 132 écus?

Supo-

Supoſant que le 1er. prène 10 écus du profit pendant que le ſecond en prendra 5, car celui-ci doit avoir du profit la moitie de ce qu'en a le premier. Ces deux portions font 15 écus : Or le 3e. qui a mis 120 écus dans le fonds commun, a mis 20 écus de plus que la ſomme des deux premières miſes qui font la ſomme de 100 écus; ainſi le 3e. aſſocié a mis $\frac{1}{5}$ de plus, il doit donc avoir du profit $\frac{1}{5}$ de plus que les deux autres. Or les deux autres ont enſemble 15 écus, le 3e. doit donc en avoir 18. Voici donc les raports qui doivent être entre les portions de nos trois aſſociés :

Quand le 1er. prend 10 Ecus
Le 2d. doit en prendre 5
Et le 3e. 18

Donc . . . . Si 33 ecus font 132 écus combien 10 écus.

10

Le 1er. aura du profit	40	1320
Le 2d.	20.	000
Le 3e.	72.	
	132 écus.	

Autre Méthode.

§. 514. Un Auteur a réſolu cette Queſtion d'une autre manière. On déſigne le profit total par l'unité, & conſidérant que la ſomme des deux premières miſes fait 100 écus, on fait cette Régle de Trois;

Si 1 ſe gagne de 100, de combien ſe gagnent $\frac{2}{3}$?

On trouve en réponſe, $66\frac{2}{3}$

D'où l'on conclud que le 1er. gagne comme s'il eût mis ſeulement $66\frac{2}{3}$ Ecus dans le fonds commun, & que par conſéquent le ſecond, qui doit avoir $\frac{1}{3}$ du profit gagne autant que s'il eût mis $33\frac{1}{3}$ écus. Parlà la miſe du premier eſt diminuée de $13\frac{1}{3}$ écus, & n'eſt comptée que pour $66\frac{2}{3}$ ecus & celle du ſecond eſt augmentée de $13\frac{1}{3}$ écus, puiſque pour 20 ecus qu'il a mis, on l'a compte de $33\frac{1}{3}$ écus. On diminue auſſi la miſe du 3e. de $13\frac{1}{3}$ écus; dont on augmente encore la miſe du ſecond qui devient ainſi $46\frac{2}{3}$ écus, & celle du 3e. n'eſt plus que de $106\frac{2}{3}$ écus, ſavoir 40 écus de plus que celle à quoi a été réduite celle du premier.

Les miſes ſont donc comptées comme ſuit;

Celle du 1er. pour $66\frac{2}{3}$ Ecus
Celle du 2d. . . . . $46\frac{2}{3}$
Celle du 3e. . . . . $106\frac{2}{3}$
220.

Puis l'on fait les Régles de Trois.

Si 220 gagnent 132 écus, combien $\left\{\begin{matrix} 66\frac{2}{3} \\ 46\frac{2}{3} \\ 106\frac{2}{3} \end{matrix}\right\}$?

On trouve en réponſe que le 1er. aura 40 écus
le 2d. . . . 28.
le 3e. . . . 64.

132 écus.

Vous voyez que cette réponſe différe de celle qu'a donné la 1ere. Méthode pour la portion du 2d. & du 3e.

L'on demandera ſans doute quelle eſt la meilleure de ces deux Méthodes, & quelle eſt celle quil faudroit ſuivre ſi le cas propoſé ſe préſentoit réellement.

Je réponds que je crois la 1ere. Méthode la ſeule véritable, parce qu'elle ſe fonde exactement ſur les raports indiqués dans la Queſtion; au lieu que la 2de. s'en écarte & tombe dans l'arbitraire. Car, dans cette 2de. méthode, on obſerve bien d'abord le raport géométrique entre les deux premiers, mais on le détruit enſuite ſans raiſon, & l'on établit entre le premier & le troiſieme un raport arithmétique qui ne doit pas avoir lieu ici. Et d'ailleurs pourquoi ne faire trouver le même raport arithmétique qu'entre le 1er. & le 3e. & non entre tous trois?

§. 515. *Trouver quelle Portion une Fraction eſt d'une autre.*

3e. Problême. Supoſé qu'il s'agiſſe de connoitre quels ſont les $\frac{2}{3}$ d'une ſomme de laquelle on ne connoit que les $\frac{3}{4}$. Il eſt clair que ſi les $\frac{3}{4}$ de la ſomme inconnue ſont . . . . . L. 498.
en ajoûtant le $\frac{1}{4}$ pour le quart reſtant . . 166

On aura pour la ſomme inconnue . L. 664

Dont on n'aura qu'à prendre les $\frac{2}{3}$. $\left\{\begin{matrix} 221\frac{1}{3} \\ 221\frac{1}{3} \end{matrix}\right.$

Et l'on aura ce qu'on demande . . L. $442\frac{2}{3}$

Autrement. Réduiſez 1°. les $\frac{2}{3}$ & les $\frac{3}{4}$ à une même Dénomination, vous aurez $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, & $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$. 2°. Faites une fraction de ces nouveaux numérateurs, en prenant pour dénominateur le numérateur de la ſeconde & pour numérateur le numérateur de la premiere, vous aurez ainſi $\frac{8}{9}$, c'eſt-à-dire, que les $\frac{2}{3}$ ſont les $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$. En effet les $\frac{8}{9}$ de $\frac{3}{4}$ ſont $\frac{24}{36} = \frac{2}{3}$.

Prenant

Prenant donc les $\frac{8}{9}$ des L. 498 ci-deſſus.

On aura pour $\frac{3}{9}$ . . . 166
pour $\frac{3}{9}$ . . . 166
pour $\frac{1}{9}$ . . . $55\frac{1}{3}$
pour $\frac{1}{9}$ . . . $55\frac{1}{3}$

Donc pour $\frac{8}{9}$ . . L. $442\frac{2}{3}$ comme ci-deſſus.

Il m'eſt ſouvent arrivé d'avoir beſoin de faire l'application de ce Problème. Par exemple, j'eus une fois occaſion de ſavoir ce qu'étoit $\frac{1}{10}$ de l'Entier ſur les $\frac{22}{48} = \frac{11}{24}$. C'eſt-à-dire, que la ſomme entiere m'étoit inconnue, mais j'en connoiſſois les $\frac{11}{24}$, & il faloit trouver le $\frac{1}{10}$ de la ſomme entiere.

En ſuivant la méthode que j'ai expoſée, je fais $\frac{1}{10} = \frac{24}{240}$, & $\frac{11}{24} = \frac{110}{240}$, d'où je tire la fraction $\frac{24}{110} = \frac{12}{55}$. Ce qui m'aprend que pour avoir la $\frac{1}{10}$ de la ſomme entiere qui eſt inconnue, il faut trouver les $\frac{12}{55}$ des $\frac{11}{24}$ ſomme connue.

Soit donc L. 1320, les $\frac{11}{24}$ de la ſomme entière,
je multiplie par 12

produit 15840 que je diviſe par 55

484
440
00

& j'ai 288 pour la $\frac{1}{10}$ de la ſomme entière,

qui, par conſequent doit être 2880.

En effet, Si $\frac{11}{24}$ ſont 1320, combien 24?

24
5280
2640
31680
96
88
00

Diviſez par 11.

Il vient 2880.

Au reſte la méthode que je viens de donner ſe tire de la Propoſition §. 24. de la 2de. Partie de cet Ouvrage, où il eſt démontré

que $\frac{1}{10}. \frac{11}{24} :: 24. 110 :: 12. 55.$

que $\frac{2}{3}. \frac{3}{4} :: 8. 9$

§. 516. Trouver *la plus grande Commune-Meſure* ou *le plus grand Commun-Diviſeur de plus de deux nombres*, comme, par exemple, de ces 4 nombres; 4e. Problème.

36470070125, 66521407908, 45222886955, & 30182127000.

1°. Je cherche le plus grand Commun-Diviſeur des deux premiers nombres. Méthode, 2de. Partie §. 31.

36470070125.	66521407908
6418732342 (1	30051337783
2042323927 (4	4376408415 (1
000000000 (2	291700561 (1
	(7

Je trouve 291760561 pour le pl. gr. Co. Di. des deux premiers nombres.

2°. Je cherche le pl. g. Co. Di. de ce 1er. Diviſeur exact & du 3e. nombre.

291760561. (155.	45222886955.
	1604683085
Il eſt auſſi Diviſeur	1458802805
exact du 3e. nombre,	000000000

& par conſéquent le pl. gr. Co. Diviſeur des 3 premiers nombres.

3°. Je cherche le pl. gr. Co. Di. de ce 1er. Diviſeur exact & du 4e. nombre.

291760561.	30182127000
	1006070900
30182127 (103	130789217
00000000 (4	10060709 (2
	(3

10060709 étant le plus grand Com. Div. du 4e. nombre & du Diviſeur exact qu'on avoit trouvé pour les trois premiers, il ſuit qu'il eſt donc le pl. gr. Co. Di. des quatre nombres propoſés : Si donc on diviſe chacun de ces quatre nombres par 10060709, on aura leurs petits termes qui ſont ;

3625, 6612, 4495, & 3000.

Autre Exemple.

Trouver le plus grand Commun-Diviſeur de 12. 18. 39. & 51.

1°. De 12 & 18. On trouve 6 pour 12. & 18.

1	6	12
	2	0

2°. De 6 & 39. On trouve 3 pour 12, 18 & 39.

6	3	6
	2	0

3°. De 3 & 51. On trouve enfin que 3 eſt le plus grand Commun-Diviſeur des quatre nombres propoſés.

17	21
	0

Il eſt viſible, que ſi le Diviſeur exact des trois premiers nombres, & le quatrième nombre n'euſſent point eu de Diviſeur exact, on auroit conclud que les quatre nombres n'en auroient point eu non-plus, c'eſt-à-dire, qu'ils n'auroient point de Commune-Meſure autre que l'unité, qui eſt la Meſure Commune de tous les nombres, qui ne ſont tous que des amas d'unités.

FIN.

TABLE (*)
DES MATIERES

Contenues dans les deux premières Parties.

A.

Arithmétique (Définition de l') ou Préliminaires . . . . . Page 1.
Arithmétique (Idée Générale de l') . . . . . 10.
Addition ſimple . . . . . 13.
Addition Compoſée . . . . . 70.
Addition des fractions & compoſée . . . . . 82.

D.

Diviſion ſimple . . . . . 26.
Diviſion des fractions . . . . . 136.
Diviſion Compoſée . . . . . 142.

F.

Fractions (des) . . . . . 73.

M.

Multiplication ſimple . . . . . 20.
Multiplication des Fractions . . . . . 99.
Multiplication Compoſée . . . . . 113.

N.

Numération (de la) . . . . . 4.

Rai-

(*) On n'a pas crû devoir mettre ſous la Lettre R les divers Calculs dont le nom commence par Régle ; cette Lettre auroit été trop chargée & auroit rendu par là trop pénible la recherche de l'Article que l'on peut avoir à conſulter. Pour trouver par exemple la Régle de Trois on la cherchera au T. Régle du Cent, au C. Régle de la Terre, au T. Régle de Proviſion au P. Régle d'Intérêt à I, d'Aliage, a A. &c. On trouvera auſſi ſous D. Diverſes Queſtions qui ne ſont connuës ſous aucuns noms particuliers. On avertit que la Troiſième Partie commence par Page 1.

R.

Raiſons & Proportions (Notions Générales des) . . . . . Page 57.
Rompus en Général (des) . . . . . 68.

S.

Souſtraction ſimple . . . . . 16.
Souſtraction Compoſée . . . . . 92.
Souſtraction en fractions . . . . . 96.

T.

Trois (De la Régle de) . . . . . 63.
Trois (Régle de) . . . . . 189.

TROISIEME PARTIE.

A.

Addition Curieuſe . . . . . Page 398.
Aliage (Régle d') . . . . . 173.
Affinage de l'Or & de l'Argent . . . . . 222.
Argent (Sur l'Or & ſur l') pour trouver la valeur de telle quantité qu'on voudra ſelon leur titre . . . . . 229.
Argent (Calculs ſur l'Or & ſur l') . . . . . 291.

B.

Boutons en Dorures (Régle des faiſeurs de) . . . . . 24.

C.

Cent & du Millier (Régle du) . . . . . 8.
Courtage (Régle de) . . . . . 19.
Conjointe (Régle) . . . . . 153.

D.

Dimenſions (Des deux & des trois) . . . . . 238.
DIVERSES (QUESTIONS).
Demande de nombres fractionnels réſultans d'autres nombres . . . 304.
Sur une diſpoſition Teſtamentaire . . . . . 305.
Calculs ſur les Annuités d'Angleterre . . . . . 306.
Sur les fonds publics . . . . . 312.
Sur des Payemens anticipés . . . . . 315.
Sur la vente d'un Bien-fonds . . . . . 330.

Sur

Sur deux Murailles, d'hauteur & d'Epaiſſeur différentes . . Page 333.
Diverſes piéces d'Etoffes, de longueur & largeur différentes . . . 335.
Compte d'Intérêts . . . . . 336.
Compte, d'une Obligation . . . . . 338.
Compte d'Intérêts à Echelle pour la dite Obligation . . . . . 342.
Remarques ſur les Comptes d'Intérêt ſimple & à Echelle . . . . . 343.
Calcul pour une Dime a partager . . . . . 344.
Calculs divers . . . . . 345.
Un fonds vendu, payable en différens termes . . . . . 347.
Payement anticipé . . . . . 351.
Sur une ſocieté . . . . . 356.
Partage d'une ſomme . . . . . 358.
Pour Voiture de Marchandiſe . . . . . 359.
Pour l'Impreſſion d'un Livre, Compte du Papier . . . . . 362.
Compte d'une ſomme continuée à une Loterie . . . . . 362.
Offres ſur un Bien-fonds . . . . . 363.
Divers Calculs . . . . . 369.
Aliage . . . . . 377.
Divers Calculs . . . . . 377.
Proviſion priſe ſur une ſomme & ſur la proviſion même . . . . 383.
Divers Calculs . . . . . 383.
Problêmes . . . . . 400.

E.

Eſcompte (Régle d') . . . . . 65.
Eſcompte (Régle d') par le Denier de la Rente . . . . . 77.

F.

Fauſſes Poſitions (Régle de) . . . . . 395.

I.

Intérêt a tant pour Cent (Régle d') . . . . . 37.
Intérêt Calculé par le Denier de la Rente (Régle d') . . . . 51.
Intérêt & Interets des Interêts (méthode pour calculer les) . . . 162.

M.

Meſures pour les Terreins . . . . . 130.

O.

Or (Sur l') & ſur l'Argent, pour trouver la valeur de telle quantité qu'on voudra ſelon leur Titre . . . . . 229.
Or (Calculs ſur l') & ſur l'Argent . . . . . 291.

Propor-

P.

Proportion (Régle de Trois ou de) . . . . . Page 2.
Proportion indirecte (Régle de Trois ou de) . . . . 7.
Provision (Régle de) & de Courtage . . . . . 19.
Profit & de Perte (Régle de) . . . . . 33.
Proportion (des Régles de) . . . . . 131.
Proportion composée (Régle de) . . . . . 132.

R.

Raport des Poids . . . . . 103.
Raport des Mesures pour les Etoffes & les Toiles . . . 114.
Raport des Mesures pour le Blé . . . . . 120, à 123.
Raport pour les Liquides . . . . . 125.
Raport pour les Mesures du Vin . . . . . 128.
Raport pour les Mesures du Vin dans le Canton de Berne & autres Lieux de la Suisse . . . . . 129.
Racine quarrée (méthode pour extraire la) . . . . 274.
Racine Cube (méthode pour extraire la) . . . . . 283.

S.

Societé (Régle de) ou de Compagnie . . . . . 87.

T.

Trois (De la Régle de) . . . . . 2.
Trois (De la Régle de) Indirecte . . . . . 7.
Tarre (Régle de la) . . . . . 14.
Troc (Régle de) . . . . . 27.

Fin de la Table des Matiéres.

INDICE DES PARAGRAPHES

Dans leſquels ſont expliqués les Termes de l'Arithmétique & autres d'uſage.

PREMIERE PARTIE.

NB. On indique le §.

Additionner . . . . . §. 37.
Alternando . . . . . 174.
Antecédent . . . . . 156.
Commune - Meſure } . . . 165.
Commun - Diviſeur }
Complexe (Terme) . . . 35.
Compoſés (Nombres) . . . 156.
Conſéquent . . . . . 156.
Décimaux (Nombres) . . 16.
Dividende }
Diviſeur } . . . . . 78.
Dividendo partiel . . . . 109.
Dividendo . . . . . 174.
Entier (Nombre) . . . 32.
Entier (Un) . . . . . 33.
Expoſant . . . . . 158.
Extrêmes (Termes) . . . 170.
Générateurs . . . . . 65.
Impair . . . . . 31.
Inverſe (Raiſon) . . . 164.
Intrinsèque (valeur) . . . 11.
Invertendo . . . . . 174.
Locale (Valeur) . . . . 12.
Majeure }
Mineure } *(Raiſon)* . . . 157.
Meſurer . . . . . 110.
Mixte (Nombre) . . . 35.
Moyen (Nombre) . . . 170.
Moyen proportionnel . . . 170.
Multiple (Nombre) . . . 65.
Multiplicande }
Multiplicateur } . . . . 58.
Multiplicando . . . . . 174.
Nombre . . . . . [illegible]
Nombre [illegible] . . . . [illegible]
Nombre [illegible] . . . . [illegible]
Nombre pair . . . . . 31.
Nombres premiers entr'eux . 166.
Nombres produiſans . . . 65.
Non - Valeur . . . . . 24.
Numeration . . . . . 8.
Parties Uſuëlles . . . . . 34.
Produit . . . . . 51.
Produits partiels . . . . . 70.
Proportion . . . . . 169.
Proportion continuë . . . 172.
Proportionnels (Termes) . 173.
Quotient . . . . . 78.
Rompu (Nombre) . . . . 34.
Racines . . . . . 65.
Racines égales . . . . . 138.
Raiſon Arithmétique & Géométrique . . . . . 155.
Raiſon d'égalité & d'inégalité . 157.
Raiſon Majeure & Mineure ibid.
Raiſon exacte & inexacte . 163.
Raiſons égales . . . . . 161.
Raiſon irreductible . . . . 166.
Raiſon inverſe, indirecte ou réciproque . . . . . 184.
Simple (Terme) . . . . 35.
Simple (Nombre) . . . 136.
Significatifs (Chiffres) . . . 74.
Souſtraire . . . . . 44.
Sous - Multiple . . . . . 65.
Terme (Un) . . . . . 35.

Terme

Termes ſimple & Complexe . §. 35.
Termes proportionnels ou ordonnés . . . . . 173.
Tout (un) . . . . . §. 33.
Unité (l') . . . . . ibid.
Uſuelles (Parties) . . . . 34.

SECONDE PARTIE.

Aliquotes } (*Parties*) . . §. 89.
Aliquantes }
Bordereau . . . . . 127.
Commune Meſure (la plus grande) 30.
Dénominateur . . . . . 9.
Dénominateur (Commun) . . 38.
Dénominateur Numérique . . 141.
Diſſemblables (Nombres) . . 113.
Fraction réductible ou irréductible . . . . . §. 28. & 34.
Fraction de fraction 79
Karat, Poids . . . . . 55.
Lieuës differentes . . . . . 2.
Numérateur . . . . . 9.
Pas Géométrique . . . . 2.
Rompus en général . . . 1 & 2.
Semblables (Nombres) . . 112.
Uſuëlles . . . . . 2.

TROISIEME PARTIE.

Aproximation des Racines quarrées . . . . . §. 399.
Des cubiques . . . . . 410.
Compoſition des Raiſons . . 191.
Cube . . . . . 347.
Denier de la Rente . . . 102.
Denier de fin . . . . . 243.
Dimenſions . . . . . 338.
Irrationnel (Nombre) . . 512.
Karat, Titre de l'Or . . . 244.
Nombre Plan & ſes Racines . 342.
Nombre quarré . . . . . 344.
Nombre ſolides & ſes Racines . 348.
Nombre cube ou Cubique . . 350.
Nombre ſourd ou Irrationnel . 512.
Problême . . . . . 98.
Quarré . . . . . 341.
Queſtions indéterminées . . . §. 54.
Rationnel (Nombre) . . . 512.
Racines d'un Nombre Plan . 343.
Racine quarrée . . . . . 344.
Racine cube ou cubique . . 350.
Raiſon Compoſée . . . . 190.
Raiſons (Compoſition des) . 191.
Superficie . . . . . 340.
Solidité, un ſolide . . . . 346.
Sourd (Nombre) . . . . 512.
Tare . . . . . 30.
Theorême . . . . . 397.
Titre de l'Or . . . . . 244.
Titre de l'Argent . . . . 247.
Troc . . . . . 57.
Toiſe ſimple . . . . . 339.
Toiſes quarrées & Cube . . 354.

Fin de l'Indice des Paragraphes, pour l'explication des Termes de l'Arithmétique.

1

Z i DD